



## Open Archive Toulouse Archive Ouverte

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible

This is an author's version published in:  
<http://oatao.univ-toulouse.fr/24990>

**To cite this version:** Lagrange, Adrien and Fauvel, Mathieu and May, Stéphane and Bioucas-Dias, José M. and Dobigeon, Nicolas *Cofactorisation de matrices pour le démixage et la classification conjoints d'images hyperspectrales*. (2019) In: 27<sup>e</sup> colloque du Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2019), 26 August 2019 - 29 August 2019 (Lille, France).

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: [tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr](mailto:tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr)

# Cofactorisation de matrices pour le démixage et la classification conjoints d'images hyperspectrales

Adrien LAGRANGE<sup>1</sup>, Mathieu FAUVEL<sup>2</sup>, Stéphane MAY<sup>3</sup>, José M. BIOUSCAS-DIAS<sup>4</sup>, Nicolas DOBIGEON<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IRIT/INP-ENSEEIH, 2 rue Camichel, 31000 Toulouse

<sup>2</sup>Centre d'Études Spatiales de la Biosphère (CESBIO), 18 avenue Edouard Belin, bpi 2801, 31401 Toulouse cedex 9

<sup>3</sup>Centre national d'études spatiales (CNES), 18 avenue Edouard Belin, 31401 Toulouse cedex 9

<sup>4</sup>Instituto de Telecomunicações, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, 1049-001 Lisbon, Portugal  
prenom.nom@{enseeiht,inra,cnes,enseeiht}.fr, bioucas@lx.it.pt

**Résumé** – La classification supervisée et le démixage spectral sont parmi les techniques les plus utilisées pour extraire l'information d'images hyperspectrales. Elles abordent cependant ce problème sur des bases différentes et n'ont été que rarement envisagées conjointement. Nous proposons dans ce papier un modèle de cofactorisation de matrices permettant de lier ces approches. Chaque problème est formulé comme un problème de factorisation de matrices puis un terme de couplage est introduit. Ce terme s'interprète comme une étape de partitionnement où les vecteurs d'abondances sont séparés en plusieurs groupes puis les vecteurs d'attribution aux groupes sont utilisés comme vecteurs de descripteurs pour la classification. Le problème global de cofactorisation s'écrit finalement comme un problème d'optimisation non-convexe et non-lisse dont on obtient une solution approchée à l'aide d'un algorithme de minimisation proximale linéarisée alternée (PALM) garantissant la convergence vers un point critique. L'intérêt du modèle est illustré par des expériences menées sur des données semi-synthétiques réalistes.

**Abstract** – Supervised classification and spectral unmixing are among the most prominent methods to interpret hyperspectral images. These two methods are based on two very different approaches which explain why they have been rarely considered jointly. This paper proposes to develop a joint approach by the use of a cofactorization method. The two methods are first expressed as cofactorization problems. Then a link is drawn between the two problems through the two coding matrices. The coupling term is interpreted as a clustering term where abundance vectors are clustered and the resulting attribution vectors to the clusters are used as features vectors for the classification. The overall problem is a non-convex non-smooth optimization problem. To handle it, a proximal alternating linearized minimization (PALM) algorithm is used ensuring convergence to a critical point of the objective function. An evaluation of the proposed method is finally conducted on a semi-synthetic image.

## 1 Introduction

Face à l'augmentation continue du nombre d'images de télédétection disponibles, de nombreuses méthodes ont été développées pour en extraire automatiquement de l'information. En particulier, les algorithmes de classification ont reçu une attention considérable. L'émergence d'algorithmes de pointe tel que les réseaux de neurones convolutionnels [1] ou les forêts aléatoires [2] a permis d'obtenir des résultats sans précédent. Dans le contexte de la classification supervisée, ces algorithmes visent à inférer, à partir d'exemples labélisés par un expert, une règle de classification estimant la classe de pixels inconnus. Même si ces méthodes sont très efficaces, l'analyse produite demeure limitée puisque qu'on attribue une unique classe à chaque pixel.

Dans le cas des images hyperspectrales (IHS), les images contiennent une mesure très riche puisque chaque pixel est un échantillonnage fin du spectre de réflectance de la zone observée, en général dans le domaine visible et infrarouge avec plusieurs centaines de valeurs mesurées. Pour exploiter les IHS, des méthodes d'interprétation alternatives ont été développées, notamment des méthodes d'apprentissage de représentation comme le démixage spectral [3]. Le démixage spectral est basé sur

un pixel est issu d'un mélange d'un nombre réduit de spectres élémentaires. Chaque spectre élémentaire est caractéristique d'un matériau et le but d'une méthode de démixage est d'estimer les proportions de chaque matériau dans un pixel donné, regroupées dans ce qu'on appelle un vecteur d'abondances.

Bien que la classification et le démixage sont deux méthodes couramment utilisées, elles n'ont que très rarement été envisagées conjointement. La plupart des travaux s'intéressant à une approche jointe utilisent le démixage pour identifier des pixels mélangés qui sont ensuite traités de manière spécifique lors de la classification [4]. Au lieu d'utiliser ces méthodes de manière séquentielle, nous proposons dans ce papier d'introduire le concept de démixage et classification conjoints. Cette méthode est formulée comme un problème de cofactorisation matricielle qui sont des modèles ayant prouvé leur efficacité dans d'autres domaines comme la séparation de sources audio [5]. Le concept général est de formuler classification et démixage comme des problèmes de factorisation de matrices puis d'ajouter un terme de couplage. En s'inspirant de [6], le terme de couplage est construit comme un terme de partitionnement qui sépare les vecteurs d'abondances en plusieurs groupes puis les vecteurs d'attribution aux groupes sont utilisés comme vecteurs de descripteurs pour la classification.

La suite de cet article est organisée de la manière suivante. La section 2 présente le modèle et en particulier introduit les différents termes correspondant au démixage, à la classification

Une partie de ce travail a été financé par l'ANR-3IA Artificial and Natural Intelligence Toulouse Institute (ANITI)

et au partitionnement puis explique la résolution du problème. La section 3 expose ensuite les résultats obtenus lors des expériences réalisées à l'aide de données semi-synthétiques. Finalement, la section 4 conclut ce travail.

## 2 Modèle de cofactorisation

### 2.1 Démélange spectral

Chaque pixel d'une IHS est la mesure, de dimension  $L$ , d'un spectre de réflectance. La physique permet de modéliser ce spectre comme une combinaison de  $R$  spectres élémentaires que l'ont réunis dans la matrice  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{L \times R}$ . Chacun de ces spectres caractérise de manière unique un matériau. La tâche de démélange consiste à extraire les vecteurs d'abondances  $\mathbf{a}_p \in \mathbb{R}^R$ , avec  $R \ll L$ , des pixels  $\mathbf{y}_p \in \mathbb{R}^L$  ( $p \in \mathcal{P} \triangleq \{1, \dots, P\}$ ). Chaque vecteur  $\mathbf{a}_p$  représente le mélange contenu dans le  $p$ -ème pixel. En considérant le traditionnel modèle de mélange linéaire, le problème de démélange peut s'écrire de la manière suivante

$$\min_{\mathbf{M}, \mathbf{A}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{M}\mathbf{A}\|_F^2 + \lambda_a \|\mathbf{A}\|_1 + \iota_{\mathbb{R}_+^{R \times P}}(\mathbf{A}), \quad (1)$$

où les matrices  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{L \times P}$  et  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{R \times P}$  rassemblent respectivement l'ensemble des  $P$  pixels et des  $P$  vecteurs d'abondances correspondants. En complément du terme d'attache aux données, deux termes de pénalisation/contraainte sont utilisés dans le modèle proposé. Le terme  $\iota_{\mathbb{R}_+^{R \times P}}(\mathbf{A})$  assure la positivité des abondances qui est commune à tous les modèles de démélange. Cette contrainte garantit une décomposition additive des observations. La seconde pénalisation  $\|\mathbf{A}\|_1$  est une pénalité de parcimonie qui promeut l'idée que seulement un petit nombre de matériaux est présent dans un pixel donné. Dans le travail qui suit, nous avons fait le choix de ne pas nous intéresser à l'estimation de la matrice des spectres élémentaires qui est supposée connue ou estimée en amont.

### 2.2 Classification

Dans le cadre de la classification supervisée, un sous-ensemble des pixels est accompagné par leurs labels de classe. L'ensemble des indices des éléments de ce sous-ensemble labellisé est noté  $\mathcal{L}$  tandis que le sous-ensemble non-labellisé est noté  $\mathcal{U}$  ( $\mathcal{L} \cap \mathcal{U} = \emptyset$  et  $\mathcal{L} \cup \mathcal{U} = \mathcal{P}$ ). La tâche de classification consiste à utiliser les pixels labellisés pour inférer une règle permettant d'assigner une des  $C$  classes à chaque pixel non-labellisé. En pratique, classifier équivaut à estimer une matrice  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{C \times P}$  où chaque colonne  $\mathbf{c}_p$  est un vecteur d'attribution rempli de 0 à l'exception de  $c_{i,p} = 1$  quand le  $p$ -ème pixel appartient à la classe  $i$ .

De nombreuses règles de décision ont été proposées pour mener à bien une tâche de classification. La plupart ont recourt à des vecteurs de descripteurs  $\mathbf{z}_p \in \mathbb{R}^K$  extraits de chacun des  $P$  pixels et réunis dans la matrice de descripteurs  $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{K \times P}$ . En considérant un classifieur linéaire paramétré par la matrice  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{C \times K}$ , un opérateur non-linéaire  $\phi(\cdot)$  opérant sur les vecteurs colonnes tel qu'une sigmoïde ou un opérateur softmax

est ensuite appliqué aux résultats du classifieur linéaire. Finalement, le problème de classification peut être formalisé comme un problème de factorisation de matrice comme suit

$$\min_{\mathbf{Q}, \mathbf{C}_U} \mathcal{J}_c(\mathbf{C}, \phi(\mathbf{Q}\mathbf{Z})) + \iota_{\mathbb{S}_C^{|U|}}(\mathbf{C}_U) \quad (2)$$

où  $\mathcal{J}_c(\cdot, \cdot)$  est une fonction de coût qui mesure la qualité des vecteurs d'attribution estimées  $\phi(\mathbf{Q}\mathbf{z}_p)$ .

Dans le cas présent, la fonction de coût choisie est l'entropie croisée associée à un opérateur sigmoïde. Cette fonction de coût est très couramment utilisée dans le contexte des réseaux de neurones [7]. Le classifieur utilisé peut être interprété comme un réseau de neurones à une couche. Dans un contexte multi-classe, l'entropie croisée est définie par

$$\mathcal{J}_c(\mathbf{C}, \hat{\mathbf{C}}) = - \sum_{p \in \mathcal{P}} d_p \sum_{i \in \mathcal{C}} c_{i,p} \log(\hat{c}_{i,p}) \quad (3)$$

avec

$$d_p = \begin{cases} \frac{1}{|\mathcal{L}_i|}, & \text{si } p \in \mathcal{L}_i; \\ \frac{1}{|\mathcal{U}|}, & \text{si } p \in \mathcal{U}. \end{cases} \quad (4)$$

où  $\mathcal{L}_i$  est le sous-ensemble des pixels labellisés appartenant à la classe  $i$ ,  $\hat{\mathbf{c}}_p$  est le vecteur d'attribution estimé tandis que  $\mathbf{c}_p$  est le vecteur réel. Les coefficients  $d_p$  permettent d'équilibrer le coût dans le cas de classes disproportionnées et de tenir compte de la taille relative de l'ensemble d'entraînement et de test.

Pour considérer un modèle plus élaboré, il est possible d'ajouter un ensemble de pénalisations/contraaintes. En particulier, une pénalisation sur la matrice de paramètres du classifieur  $\mathbf{Q}$  est introduite pour éviter un accroissement artificiel de la fonction de coût. Cette pénalisation est connue sous le nom de *weight decay* dans la communauté des réseaux de neurones et s'écrit sous la forme d'une norme de Frobenius. La deuxième régularisation est une régularisation spatiale écrite comme une variation totale vectorielle régularisée (vTV) qui promeut une solution constante par morceaux pour la carte de classification  $\mathbf{C}$ . Finalement, une contrainte de positivité et somme-à-un est ajoutée à l'aide de la fonction indicatrice  $\iota_{\mathbb{S}_C^{|U|}}(\cdot)$  où  $\mathbb{S}_C$  désigne le simplexe unitaire de dimension  $C$ . Le problème complet s'écrit ainsi

$$\min_{\mathbf{Q}, \mathbf{C}_U} - \sum_{p \in \mathcal{P}} d_p \sum_{i \in \mathcal{C}} c_{i,p} \log \left( \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{z}_p)} \right) + \lambda_q \|\mathbf{Q}\|_F^2 + \lambda_c \|\mathbf{C}\|_{\text{vTV}} + \iota_{\mathbb{S}_C^{|U|}}(\mathbf{C}_U) \quad (5)$$

où la norme vTV se définit par

$$\|\mathbf{C}\|_{\text{vTV}} = \sum_{p \in \mathcal{P}} \beta_p \sqrt{\|[\nabla_{\mathbf{h}} \mathbf{C}]_p\|_2^2 + \|[\nabla_{\mathbf{v}} \mathbf{C}]_p\|_2^2} + \epsilon \quad (6)$$

où  $\epsilon > 0$  est un terme de régularisation,  $\lambda_q$  et  $\lambda_c$  pondèrent les termes de régularisation et  $[\nabla_{\mathbf{h}}(\cdot)]_p$  et  $[\nabla_{\mathbf{v}}(\cdot)]_p$  correspondent aux gradients discrets horizontal et vertical au pixel  $p$ . Les coefficients de pondération  $\beta_p$  sont introduits pour tenir compte des frontières naturelles de l'image. Ils sont calculés en amont en utilisant des données complémentaires contenant des informations sur l'organisation spatiale, telles qu'une image panchromatique ou une image LiDAR [8]. Un exemple de tel coefficients est présenté dans la section 3.

## 2.3 Partitionnement

Dans l'optique de construire un modèle de cofactorisation, une relation est introduite entre les matrices d'abondances et de descripteurs. Plus précisément, en s'appuyant sur les idées introduites dans [6], un terme de partitionnement est utilisé comme terme de couplage. Les vecteurs d'abondances sont séparés en plusieurs groupes et les vecteurs d'attribution à ces groupes sont ensuite utilisés comme vecteurs de descripteurs pour la classification. Idéalement ces vecteurs d'attribution  $\mathbf{z}_p \in \mathbb{R}^K$  sont remplis de zéros à l'exception de  $z_{k,p} = 1$  quand  $\mathbf{a}_p$  est associé au groupe  $k$ . Pour cette tâche, nous nous inspirons de l'algorithme de partitionnement standard *k-means*, qui peut s'exprimer comme

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{B}} \frac{1}{2} \|\mathbf{A} - \mathbf{BZ}\|_F^2 + \iota_{\mathbb{S}_K^P}(\mathbf{Z}) + \iota_{\mathbb{R}^{R \times K}}(\mathbf{B}) \quad (7)$$

où les colonnes de  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{R \times K}$  sont les centroïdes des  $K$  groupes. Deux contraintes sont également introduites. La première est une contrainte de positivité et de somme-à-un sur les vecteurs d'attribution  $\mathbf{z}_p$  ( $p \in \mathcal{P}$ ). La seconde est une contrainte de positivité de  $\mathbf{B}$  se justifiant par l'interprétation des centroïdes comme des vecteurs d'abondances moyens. L'algorithme de partitionnement est finalement une version moins stricte de *k-means* où les vecteurs d'attribution sont relâchés et peuvent donc être interprétés comme décrivant la probabilité d'appartenance à chacun des groupes.

## 2.4 Problème multi-objectifs

Après avoir défini les deux problèmes de factorisation et le lien entre ces deux derniers, il est maintenant possible d'exprimer le problème de cofactorisation global, illustré sur la Fig. 1, de la manière suivante

$$\begin{aligned} \min_{\substack{\mathbf{A}, \mathbf{Q}, \mathbf{Z} \\ \mathbf{C}_U, \mathbf{B}}} & \frac{\lambda_0}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{MA}\|_F^2 + \lambda_a \|\mathbf{A}\|_1 + \iota_{\mathbb{R}^{R \times P}}(\mathbf{A}) \\ & - \frac{\lambda_1}{2} \sum_{p \in \mathcal{P}} d_p \sum_{i \in \mathcal{C}} c_{i,p} \log \left( \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{z}_p)} \right) \\ & + \frac{\lambda_q}{2} \|\mathbf{Q}\|_F^2 + \lambda_c \|\mathbf{C}\|_{\text{vTV}} + \iota_{\mathbb{S}^{|\mathcal{U}|}}(\mathbf{C}_U) \\ & + \frac{\lambda_2}{2} \|\mathbf{A} - \mathbf{BZ}\|_F^2 + \iota_{\mathbb{S}_K^P}(\mathbf{Z}) + \iota_{\mathbb{R}^{R \times K}}(\mathbf{B}), \end{aligned} \quad (8)$$

où  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  pondèrent les différents termes.

## 2.5 Méthode d'optimisation

Le problème d'optimisation global (8) est non-convexe et non-lisse. Un tel problème est généralement très complexe à gérer. Nous proposons de recourir à l'algorithme PALM proposé dans [9]. Utiliser l'algorithme PALM permet d'assurer la convergence vers un point critique de la fonction objective. Pour utiliser PALM, il est nécessaire de réécrire le problème de la manière suivante

$$\min_{\substack{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Z} \\ \mathbf{Q}, \mathbf{C}_U}} f_0(\mathbf{A}) + f_1(\mathbf{B}) + f_2(\mathbf{Z}) + f_3(\mathbf{C}_U) + g(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Z}, \mathbf{C}_U, \mathbf{Q})$$



FIGURE 1 – Modèle de cofactorisation. Bleu : observations ou données annexes, vert : variables couplées, en pointillé : variable supposée connue.

où

$$\begin{aligned} f_0(\mathbf{A}) &= \iota_{\mathbb{R}^{R \times P}}(\mathbf{A}) + \lambda_a \|\mathbf{A}\|_1, & f_1(\mathbf{B}) &= \iota_{\mathbb{R}^{R \times K}}(\mathbf{B}) \\ f_2(\mathbf{Z}) &= \iota_{\mathbb{S}_K^P}(\mathbf{Z}), & f_3(\mathbf{C}_U) &= \iota_{\mathbb{S}^{|\mathcal{U}|}}(\mathbf{C}_U) \\ g(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Z}, \mathbf{C}_U, \mathbf{Q}) &= \frac{\lambda_0}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{MA}\|_F^2 \\ & - \frac{\lambda_1}{2} \sum_{p \in \mathcal{P}} d_p \sum_{i \in \mathcal{C}} c_{i,p} \log \left( \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{z}_p)} \right) \\ & + \frac{\lambda_2}{2} \|\mathbf{A} - \mathbf{BZ}\|_F^2 + \frac{\lambda_q}{2} \|\mathbf{Q}\|_F^2 + \lambda_c \|\mathbf{C}\|_{\text{vTV}}. \end{aligned}$$

Les différents termes ont été réorganisés en plusieurs termes indépendants non-lisses  $f_j(\cdot)$  ( $j \in \{1, \dots, 3\}$ ) et un terme couplé  $g(\cdot)$ . Afin d'employer l'algorithme PALM, ces fonctions ont besoin de vérifier un ensemble de propriétés. En particulier, les  $f_j(\cdot)$  doivent être des fonctions propres, semi-continues inférieurement. Une condition suffisante pour la fonction  $g(\cdot)$  est la  $C^2$  continuité ainsi que le caractère globalement Lipschitz des gradients partiels de  $g(\cdot)$ . Cette dernière propriété justifie en particulier l'introduction du paramètre  $\epsilon$  dans la régularisation vTV. Les étapes détaillées de l'algorithme sont disponibles dans [9].

## 3 Expérimentation

**Donnée** – Une IHS semi-synthétique est utilisée pour ces expérimentations. L'image a été générée en utilisant une image réelle d'une zone agricole (Heve, Hongrie) qui a été démélangée de sorte à retrouver des cartes d'abondances. Ces cartes ont ensuite été utilisées pour recréer une image à partir de spectres issus de la bibliothèque spectrale ASTER. La vérité terrain associée à l'image d'origine a été réutilisée avec ces  $C = 4$  classes. Le jeu de données est présenté sur la Fig. 2.

**Régularisation spatiale** – Dans la définition de la régularisation vTV, le paramètre de lissage, nécessaire à l'utilisation de PALM, est fixé à  $\epsilon = 0.01$ . Par ailleurs, les coefficients  $\beta_p$  sont définis en utilisant l'image panchromatique  $\mathbf{y}_{\text{PAN}}$  de la Fig. 2 de la manière suivante

$$\beta_p = \frac{\tilde{\beta}_p}{\sum_{q \in \mathcal{P}} \tilde{\beta}_q} \text{ avec } \tilde{\beta}_p = \left( \left\| [\nabla \mathbf{y}_{\text{PAN}}]_p \right\|_2 + \sigma \right)^{-1}$$

où  $\sigma = 0.01$  contrôle la dynamique des poids et évite les erreurs numériques.

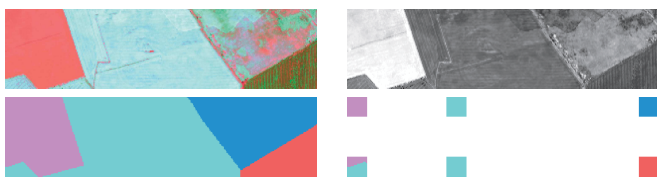


FIGURE 2 – Image semi-synthétique : composition colorée de l’IHS  $\mathbf{Y}$  (haut gauche), image panchromatique  $\mathbf{y}_{\text{PAN}}$  (haut droite), vérité terrain de la classification (bas gauche), ensemble d’entraînement (bas droite).

TABLE 1 – Résultats de classification et démixage.

Model	Kappa	F1-moy	RMSE	RE	Time (s)
RF	0.882	0.922	N\A	N\A	0.1
FCLS	N\A	N\A	0.0448	0.155	0.04
CBPDN	N\A	N\A	0.127	0.314	0.05
D-KSVD	0.259	0.352	N\A	0.392	278
Cofact.	0.905	0.934	0.0210	0.227	152

**Méthodes comparées** – Les résultats de classification ont été comparés à ceux obtenus avec un algorithme de forêt aléatoire (RF) et ceux d’un K-SVD discriminatif, le premier étant reconnu pour son efficacité et le deuxième étant basé sur une méthode de cofactorisation. Les résultats du démixage sont comparés à deux algorithmes classiques [10] que sont la méthode des moindres carrés totalement contrainte (FCLS) et un débruitage de type *basis pursuit* (CBPDN).

**Résultats** – Pour réaliser l’évaluation quantitative présentée dans le tableau 1, la classification a été évaluée grâce au coefficient kappa de Cohen et le score F1 moyen [11]. Les résultats du démixage sont évalués en utilisant l’erreur de reconstruction (RE) et la racine de l’erreur quadratique moyenne (RMSE) définies par

$$RE = \sqrt{\frac{1}{PL} \left\| \mathbf{Y} - \mathbf{M}\hat{\mathbf{A}} \right\|_F^2}, \quad RMSE = \sqrt{\frac{1}{PR} \left\| \mathbf{A}_{\text{vraie}} - \hat{\mathbf{A}} \right\|_F^2},$$

où  $\hat{\mathbf{A}}$  est la matrice d’abondances estimée et  $\mathbf{A}_{\text{vraie}}$  est la vérité. Les valeurs présentées ont été obtenues en moyennant les résultats sur 20 réalisations où, pour chacune, un bruit (SNR = 30db) est ajouté à l’image.

Les résultats montrent que le modèle de cofactorisation proposé est plus performant que les algorithmes RF et D-KSVD pour la classification. D’un point de vue démixage, les résultats sont également très bons notamment en terme de RMSE qui est la mesure de qualité de référence tandis que la RE est meilleure pour FCLS bien que cela ne se traduit pas par un meilleur RMSE. En terme de temps de calcul, la méthode proposée est plus rapide que D-KSVD et plus lente que les autres qui ne réalisent cependant qu’une seule des deux tâches. Il est aussi important de prendre en compte le fait que la cofactorisation génère des produits annexes très intéressants, aidant à l’interprétation des résultats. Par exemple, il est possible de visualiser les centroïdes des partitions, comme montré sur la Fig. 3, qui permettent de visualiser la multi-modalité de certaines classes, très courante en classification où les classes sont

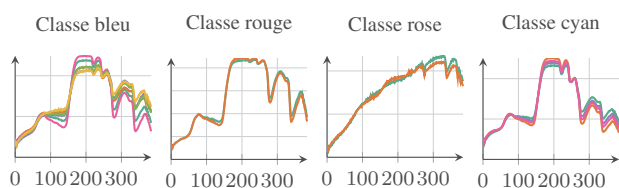


FIGURE 3 – Centroïdes spectraux des différentes partitions pour chaque classe.

souvent définies sémantiquement plutôt que spectralement, e.g., *toit* plutôt que *tuile* ou *métal*.

## 4 Conclusion

Ce papier présente un modèle de cofactorisation permettant de réaliser un démixage et une classification conjoints. Le modèle a été testé sur des données semi-synthétiques et a montré de très bonnes performances. La suite de nos travaux vise à tenter d’exploiter de manière plus approfondie l’information supervisée, par exemple pour l’apprentissage de la matrice des spectres purs.

## Références

- [1] Y. Chen, H. Jiang, C. Li, X. Jia, and P. Ghamisi, “Deep feature extraction and classification of hyperspectral images based on convolutional neural networks,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 54, no. 10, pp. 6232–6251, 2016.
- [2] M. Belgiu and L. Drăguț, “Random forest in remote sensing : A review of applications and future directions,” *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, vol. 114, pp. 24–31, 2016.
- [3] J. M. Bioucas-Dias, A. Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Q. Du, P. Gader, and J. Chanussot, “Hyperspectral Unmixing Overview : Geometrical, Statistical, and Sparse Regression-Based Approaches,” *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. in Remote Sens.*, vol. 5, no. 2, pp. 354–379, Apr. 2012.
- [4] A. Villa, J. Chanussot, J. A. Benediktsson, and C. Jutten, “Spectral unmixing for the classification of hyperspectral images at a finer spatial resolution,” *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.*, vol. 5, no. 3, pp. 521–533, 2011.
- [5] J. Yoo, M. Kim, K. Kang, and S. Choi, “Nonnegative matrix partial cofactorization for drum source separation,” in *Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), 2010 IEEE International Conference On*. IEEE, 2010, pp. 1942–1945.
- [6] A. Lagrange, M. Fauvel, S. May, and N. Dobigeon, “Hierarchical Bayesian image analysis : From low-level modeling to robust supervised learning,” *Pattern Recognit.*, vol. 85, pp. 26–36, 2019.
- [7] I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, and Y. Bengio, *Deep Learning*. MIT press Cambridge, 2016, vol. 1.
- [8] T. Uezato, M. Fauvel, and N. Dobigeon, “Hyperspectral image unmixing with LiDAR data-aided spatial regularization,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 56, no. 7, pp. 4098–4108, Jul. 2018.
- [9] J. Bolte, S. Sabach, and M. Teboulle, “Proximal alternating linearized minimization for nonconvex and nonsmooth problems,” *Mathematical Programming*, vol. 146, no. 1-2, pp. 459–494, Aug. 2014.
- [10] J. M. Bioucas-Dias and M. A. Figueiredo, “Alternating direction algorithms for constrained sparse regression : Application to hyperspectral unmixing,” in *Proc. IEEE GRSS Workshop Hyperspectral Image Signal Process. : Evolution in Remote Sens. (WHISPERS)*. IEEE, 2010, pp. 1–4.
- [11] R. G. Congalton and K. Green, *Assessing the Accuracy of Remotely Sensed Data : Principles and Practices*. CRC press, 2008.