



Open Archive TOULOUSE Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in : <http://oatao.univ-toulouse.fr/>
Eprints ID : 17196

The contribution was presented at GRETSI 2015:
<http://gretsi.fr/colloque2015/>

To cite this version : Raddadi, Bilel and Thomas, Nathalie and Poulliat, Charly and Boucheret, Marie-Laure and Gadat, Benjamin *Estimation de canal avec a priori de position pour les communications aeronautiques par satellite*. (2015)
In: 25eme Colloque Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2015), 8 September 2015 - 11 September 2015 (Lyon, France).

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Estimation de canal avec a priori de position pour les communications aéronautiques par satellite

Bilel RADDADI¹, Nathalie THOMAS¹, Charly POUILLIAT¹, Marie-Laure BOUCHERET¹, Benjamin GADAT²

¹Université de Toulouse, INPT/ENSEEIH, IRIT, France
2 Rue Charles Camichel, 31000 Toulouse, France

²Thales Alenia Space (TAS), France
26 Avenue Jean François Champollion, 31100 Toulouse, France
{prénom.nom}@enseeiht.fr,
Benjamin.Gadat@thalesaleniaspace.com

Résumé – Dans ce papier, nous présentons un nouvel algorithme pour l’estimation d’un canal à faible nombre de trajets dans le cas où certains paramètres peuvent être déterminés à partir de la position. C’est le cas par exemple du canal pour les communications aéronautiques par satellite. On montre que dans ce cas le canal comporte deux trajets principaux et que les retards peuvent être estimés par des considérations géométriques. Le nouvel algorithme développé conduit à de meilleures performances en terme d’erreur quadratique moyenne (EQM) que l’estimateur classique des moindres carrés.

Abstract – In this paper, we develop a new algorithm suited to channel estimation when a small number of paths is considered and when some channel parameters can be estimated based on the position. An example is the channel estimation for aeronautical communications via a satellite link. In this case, it can be shown that there are two main paths and that the delays can be estimated via geometrical considerations. The new algorithm developed for this sparse channel exhibits better performances in terms of Mean Square Error (MSE) than the classical estimator based on a least square criterion.

1 Introduction

Dans les systèmes de communication sans fil, l’estimation de la réponse impulsionnelle du canal est nécessaire pour la démodulation cohérente. Pour cela, il est courant d’introduire des séquences d’apprentissage dans le signal transmis [1] [2]. Si le canal varie dans le temps et si on connaît son temps de cohérence, on peut alors définir des trames de telle manière que le canal puisse être supposé stationnaire sur chacune d’elles. Nous nous intéressons dans cet article à l’estimation des canaux à trajets multiples, où le signal émis arrive au niveau du récepteur après avoir emprunté plusieurs chemins, chacun ayant un coefficient d’atténuation et un retard de propagation différent. Le canal sera considéré sur son temps de cohérence et l’estimation effectuée à l’aide d’une séquence d’apprentissage. Disposant d’un modèle paramétrique pour la réponse impulsionnelle du canal multitrajets, l’utilisation du critère du maximum de vraisemblance (MV), conduit à une solution optimale. Cependant, cette procédure d’estimation est très complexe en raison de la mémoire du canal qui est généralement grande. En présence du bruit Gaussien, l’estimation MV devient équivalente à une estimation linéaire selon le critère des moindres carrés (MC) [3] qui est moins complexe tout en permettant d’atteindre la borne de Cramer-Rao (BCR)[4]. En nous plaçant dans un contexte de bruit Gaussien, nous proposons dans cet

article une nouvelle méthode d’estimation du canal de propagation permettant de réduire de manière importante le nombre de coefficients à estimer pour ramener l’estimation du canal multitrajets à l’estimation d’un canal parcimonieux [3].

Pour cela on suppose que les filtres d’émission et de réception sont connus et on définit un canal équivalent correspondant à la convolution de ces filtres avec la réponse impulsionnelle du canal multitrajets. C’est ce canal équivalent que nous devons estimer et la connaissance des filtres d’émission et de réception est exploitée pour réduire la complexité de l’estimateur. On peut aller plus loin dans la simplification de la procédure d’estimation. En effet, dans certains systèmes de transmission, les systèmes de communication aéronautiques par exemple, on peut déterminer d’une manière très précise certains paramètres, comme les retards des différents trajets, en se basant sur des considérations géométriques issues de techniques de géolocalisation [5]. Cet a priori supplémentaire peut-être exploité de manière à réduire encore les inconnus de notre système et à se ramener à une estimation de canal parcimonieux (ie. dans notre cas un faible nombre de coefficients du canal discret équivalent sont prépondérants). Seuls les coefficients d’atténuation du canal multitrajets seront alors à estimer.

La suite de l’article est organisée de la manière suivante. La section 2 rappelle, d’une part, la méthode d’estimation classique de canal utilisant le critère des moindres carrés (MC) et

décrit, d'autre part, la méthode proposée qui exploite la forme particulière du canal de transmission équivalent et les considérations géométriques issues des techniques de géolocalisation. Cette section compare également les deux méthodes en calculant le gain apporté par la méthode proposée. La section 3 propose une application aux communications aéronautiques par satellite. Les résultats de simulation sont présentés dans la section 4, tandis que la section 5 conclut l'article.

2 Méthodes d'estimation du canal de propagation

Cette section permet de comparer la méthode d'estimation proposée, appelée "MC structurés", qui exploite la forme particulière du canal équivalent, avec une méthode d'estimation classique, appelée "MC non-structurés" [3], fondée sur le critère des moindres carrés.

2.1 Modélisation du système

Nous considérons un système à entrée et sortie uniques (SISO) et un canal linéaire, invariant dans le temps sur la durée d'observation, de type multi-trajets pour lequel on notera $a_n \in \mathbb{C}$ et τ_n l'atténuation et le retard du $n^{\text{ième}}$ trajet de propagation et N_t le nombre de trajets considérés. On suppose que les filtres d'émission et de réception sont connus et de type racine de Nyquist et on note $p(t)$ la réponse impulsionnelle du filtre résultant de la convolution des deux. On appelle alors canal équivalent le filtre correspondant à la convolution entre $p(t)$ et le canal multitrajets. La réponse impulsionnelle du canal équivalent est donc donnée par :

$$h(t) = \sum_{n=0}^{N_t-1} a_n p(t - \tau_n) \quad (1)$$

La version échantillonnée de $h(t)$ à une durée symbole T_s possède L échantillons :

$$h_l = h(lT_s) = \sum_{n=0}^{N_t-1} a_n p(lT_s - \tau_n) \quad 0 \leq l \leq L-1 \quad (2)$$

On suppose que l'on est en présence de bruit blanc additif et gaussien $w(t)$, de puissance σ_w^2 , et que l'on a envoyé une séquence d'apprentissage $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$, constituée de symboles pilotes x_i , $i = 0, \dots, N-1$ avec $N \geq L$. Cette séquence d'apprentissage est de puissance σ_x^2 . Le signal reçu à l'entrée de l'échantillonneur peut alors s'écrire sous la forme :

$$y_k = \sum_{l=0}^{L-1} h_l x_{k-l} + w_k \quad (3)$$

Nous supposons par la suite que la réponse impulsionnelle échantillonnée du canal équivalent $\mathbf{h} = (h_0, h_1, \dots, h_{L-1})^T$ est déterministe mais inconnue. Sa mémoire L est par contre supposé parfaitement connue au niveau du récepteur.

2.2 Méthode d'égalisation des moindres carrés non-structurée (U-MC)

L'équation (3) peut être écrite sous une forme matricielle de la manière suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \mathbf{h} + \mathbf{w} \quad (4)$$

où

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{L-1} & x_{L-2} & \dots & x_0 \\ x_L & x_{L-1} & \dots & x_1 \\ x_{L+1} & x_L & \dots & x_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{N-1} & x_{N-2} & \dots & x_{N-L} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y} = [y_{L-1}, y_L, \dots, y_{N-1}]^T \text{ et } \mathbf{w} = [w_{L-1}, w_L, \dots, w_{N-1}]^T.$$

La borne inférieure sur l'estimation de \mathbf{h} , notée BCR_{U} , peut être obtenue comme suit [4] :

$$\text{BCR}_{\text{U}} = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{h}) \leq \text{Cov}(\hat{\mathbf{h}}) \quad (5)$$

où $\mathbf{F}(\mathbf{h})$ est la matrice d'information de Fisher :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{h}) &= E\{\nabla_{\mathbf{h}} \log(f(\mathbf{y}, \mathbf{h})) [\nabla_{\mathbf{h}} \log(f(\mathbf{y}, \mathbf{h}))]^H\} \\ &= \frac{1}{\sigma_w^2} (\mathbf{X}^H \mathbf{X}) \end{aligned}$$

$\nabla_{\mathbf{h}}$ désignant l'opérateur du gradient par rapport au vecteur \mathbf{h} et $f(\mathbf{y}, \mathbf{h}) = \frac{1}{(\sqrt{\pi\sigma_w^2})^{N-L+1}} \exp(-\frac{1}{\sigma_w^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{X} \mathbf{h}\|_2^2)$

Une estimation selon le critère du maximum de vraisemblance (MV) peut atteindre la borne de Cramer Rao en présence de bruit blanc gaussien additif. Dans ce cas, l'estimateur MV non biaisé, $\hat{\mathbf{h}}_{\text{MV}}$ vérifiant $\nabla_{\hat{\mathbf{h}}_{\text{MV}}} \log f(\mathbf{y}, \mathbf{h}) = \mathbf{0}$, est exactement celui donné par la solution des moindres carrés (MC) non biaisée $\hat{\mathbf{h}}_{\text{MC}_{\text{U}}}$:

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{MC}_{\text{U}}} = (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^H \mathbf{y} \quad (6)$$

avec :

$$\text{Cov}(\hat{\mathbf{h}}_{\text{MC}_{\text{U}}}) = \text{BCR}_{\text{U}}$$

L'erreur quadratique moyenne (EQM) commise sur l'estimation de canal est alors donnée par :

$$\mathbb{E}\{\|\hat{\mathbf{h}}_{\text{MC}_{\text{U}}} - \mathbf{h}\|_2^2\} = \text{Tr}(\text{Cov}(\hat{\mathbf{h}}_{\text{MC}_{\text{U}}})) = \text{Tr}(\mathbf{F}(\mathbf{h})^{-1}) \quad (7)$$

où $\text{Tr}(A)$ représente la trace de la matrice A . Pour simplifier la complexité de calcul, nous choisissons une séquence d'apprentissage constituée de symboles indépendants et identiquement distribués (\mathbf{x} telle que $\mathbf{X}^H \mathbf{X} = (N-L+1) \sigma_x^2 \mathbf{I}_{N \times N}$). L'erreur quadratique moyenne sur l'estimation de canal peut alors être écrite comme suit :

$$\text{EQM}(\hat{\mathbf{h}}_{\text{MC}_{\text{U}}}) = \text{Tr}\left(\frac{1}{\sigma_w^2} (\mathbf{X}^H \mathbf{X})\right)^{-1} = \frac{\text{SNR}_x^{-1}}{N-L+1} \times L \quad (8)$$

où $\text{SNR}_x = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_w^2}$

2.3 Méthode d'estimation des moindres carrés structurée (S-MC)

L'équation (2) peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{h} = \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau})\mathbf{a} \quad (9)$$

avec $\mathbf{a} = (a_0, \dots, a_{N_t-1})^T$, $\boldsymbol{\tau} = (\tau_0, \dots, \tau_{N_t-1})$

$$\mathbf{P}(\boldsymbol{\tau}) = \begin{pmatrix} p(0 - \tau_0) & \dots & p(0 - \tau_{N_t-1}) \\ p(T_s - \tau_0) & \dots & p(T_s - \tau_{N_t-1}) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ p((L-1)T_s - \tau_0) & \dots & p((L-1)T_s - \tau_{N_t-1}) \end{pmatrix} \quad (10)$$

L'équation (4) peut être réécrite sous cette forme :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau})\mathbf{a} + \mathbf{w} = \mathbf{S}(\boldsymbol{\tau})\mathbf{a} + \mathbf{w} \quad (11)$$

avec $\mathbf{S}(\boldsymbol{\tau}) = \mathbf{X} \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau})$.

En considérant que le vecteur $\boldsymbol{\tau}$ est connu (estimation basée sur la géolocalisation) on obtient :

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau})\hat{\mathbf{a}} \quad (12)$$

et une nouvelle borne de Cramer Rao, \mathbf{BCR}_S , obtenue comme suit :

$$\mathbf{BCR}_S = \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau}) \mathbf{BCR}(\mathbf{a}) \mathbf{P}^H(\boldsymbol{\tau}) \quad (13)$$

où $\mathbf{BCR}(\mathbf{a}) = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{a})$, $\mathbf{F}(\mathbf{a})$ étant la matrice d'information de Fisher correspondant à l'estimation de \mathbf{a} :

$$\mathbf{F}(\mathbf{a}) = \mathbb{E}\{\nabla_{\mathbf{a}} \log(f(\mathbf{y}/\mathbf{a})) [\nabla_{\mathbf{a}} \log(f(\mathbf{y}/\mathbf{a}))]^H\} \quad (14)$$

$$= \frac{1}{\sigma_w^2} (\mathbf{S}^H(\boldsymbol{\tau})\mathbf{S}(\boldsymbol{\tau})) \quad (15)$$

avec $f(\mathbf{y}/\mathbf{a}) = \frac{1}{(\sqrt{\pi\sigma_w^2})^{N-L+1}} \exp(-\frac{1}{\sigma_w^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{S} \mathbf{a}\|_2^2)$.

En présence de bruit blanc additif gaussien, l'estimateur non biaisé MV est exactement celui donné par la solution MC non biaisée :

$$\hat{\mathbf{h}}_{MC_S} = \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau})\hat{\mathbf{a}}_{MC} \quad (16)$$

avec :

$$\hat{\mathbf{a}}_{MC} = (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{y} \quad (17)$$

et

$$\mathbf{Cov}(\hat{\mathbf{a}}_{MC}) = \mathbf{BCR}(\mathbf{a}) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Cov}(\hat{\mathbf{h}}_{MC_S}) &= \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau}) \mathbf{Cov}(\hat{\mathbf{a}}_{MC}) \mathbf{P}^H(\boldsymbol{\tau}) \\ &= \sigma_w^2 \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau}) (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{P}^H(\boldsymbol{\tau}) \\ &= \sigma_w^2 \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau}) [\mathbf{P}^H(\boldsymbol{\tau})\mathbf{X}^H \mathbf{X} \mathbf{P}(\boldsymbol{\tau})]^{-1} \mathbf{P}^H(\boldsymbol{\tau}) \end{aligned}$$

Si nous supposons également que nous avons une séquence d'apprentissage à symboles indépendants et identiquement distribués (ie : $\frac{1}{N-L+1} \mathbf{X}^H \mathbf{X} = \sigma_x^2 \mathbf{I}_{L \times L}$), nous obtenons :

$$\mathbf{Cov}(\hat{\mathbf{h}}_{MC_S}) = \frac{SNR_x^{-1}}{N-L+1} \left[\mathbf{P}(\boldsymbol{\tau}) (\mathbf{P}^H(\boldsymbol{\tau})\mathbf{P}(\boldsymbol{\tau}))^{-1} \mathbf{P}^H(\boldsymbol{\tau}) \right]$$

L'erreur quadratique moyenne de l'estimation de la réponse du canal $\mathbf{EQM}(\hat{\mathbf{h}}_{MC_S})$ est déterminé comme étant la trace de la matrice de covariance de $\hat{\mathbf{h}}_{MC_S}$ comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{EQM}(\hat{\mathbf{h}}_{MC_S}) &= \text{Tr} \left(\mathbf{Cov}(\hat{\mathbf{h}}_{MC_S}) \right) = \frac{SNR_x^{-1}}{N-L+1} \text{Tr}(\mathbf{I}_{N_t \times N_t}) \\ &= \frac{SNR_x^{-1}}{N-L+1} N_t \end{aligned} \quad (19)$$

2.4 Comparaison des deux méthodes d'estimation de canal

Le gain de performance, en termes d'erreur quadratique moyenne, obtenu avec l'estimateur structuré proposé (S-MC) par rapport à l'estimateur classique non structuré (U-MC) est donné par :

$$G_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{\mathbf{EQM}(\hat{\mathbf{h}}_{MC_U})}{\mathbf{EQM}(\hat{\mathbf{h}}_{MC_S})} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{L}{N_t} \right) \quad (20)$$

Le gain obtenu avec l'estimation S-MC par rapport à l'estimation U-MC devient donc plus important si le nombre de trajets N_t est très faible par rapport à la mémoire de canal équivalent L . L'estimation S-MC est donc une technique particulièrement intéressante pour les canaux parcimonieux.

3 Application aux communications aéronautiques par satellite

La réponse impulsionnelle d'un canal aéronautique [6] peut être considérée comme parcimonieuse. En effet, le canal aéronautique est un canal multitrajets constitué essentiellement de deux trajets principaux, une voie directe (noté LOS pour Line Of Sight) entre le satellite et l'aéronef à laquelle vient s'ajouter une réflexion sur la surface du sol (noté GR pour Ground Reflection). La voie directe sera le chemin de référence en termes de délai. Il est affecté d'un coefficient d'atténuation a_{LOS} . Le trajet représentant la réflexion sur le sol est retardé de τ_{GR} et affecté par un coefficient d'atténuation a_{GR} . Ces deux atténuations sont des variables aléatoires, mais pour simplifier on suppose que leurs valeurs ne varient pas beaucoup ou presque constantes pendant un certain temps de cohérence. Les paramètres $\boldsymbol{\tau}$ et \mathbf{a} peuvent alors s'écrire $\boldsymbol{\tau} = (0, \tau_{GR})$; $\mathbf{a} = (a_{LOS}, a_{GR})^T$. En prenant en compte des considérations géométriques, il est possible d'estimer τ_{GR} . Il est donné par la connaissance de l'angle d'élévation ε entre l'aéronef et un satellite géostationnaire obtenu grâce à des mesures GPS[7] :

$$\hat{\tau}_{GR} = \frac{2H \sin(\hat{\varepsilon})}{c} \quad (21)$$

où

$$\sin(\hat{\varepsilon}) = \frac{\cos(\hat{\theta}_1) \cos(\phi_2 - \hat{\phi}_1) - \frac{R+H}{R+D}}{\sqrt{1 - 2 \cos(\hat{\theta}_1) \cos(\phi_2 - \hat{\phi}_1) \frac{R+H}{R+D} + \left(\frac{R+H}{R+D}\right)^2}} \quad (22)$$

avec θ_1 , ϕ_1 et H qui désignent respectivement la latitude, la longitude et l'altitude de l'aéronef et ϕ_2 et D qui désignent la longitude et l'altitude d'un satellite géostationnaire. La latitude du satellite géostationnaire est à peu près nulle, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ est la célérité de la lumière et $R = 6378,14 \text{ KM}$ est le rayon de la terre.

En supposant que les filtres d'émission et de réception forment un cosinus surélevé de réponse impulsionnelle $p(t)$, le canal équivalent est une combinaison de deux formes d'onde, $a_{LOS} p(t)$

et $a_{GR} p(t - \tau_{GR})$. La réponse impulsionnelle résultante est généralement assez parcimonieuse, au sens où un faible nombre de trajets sont prépondérants dans la réponse du canal discret équivalent[6].

En supposant que l'on a réalisé une estimation parfaite de τ_{GR} ($\hat{\tau}_{GR} = \tau_{GR}$) et en appliquant un estimateur des moindres carrés structuré (S-MC), on obtient un gain d'estimation, par rapport à l'utilisation d'un estimateur des moindres carrés non structuré (U-MC), donné par :

$$G_{dB} = 10 \log_{10}\left(\frac{L}{2}\right) \quad (23)$$

En étudiant la fonction de répartition de l'erreur d'acquisition de la valeur de τ_{GR} en se basant sur la géolocalisation GPS, on peut montrer que le pourcentage de l'erreur ne dépasse pas $4,5 \cdot 10^{-3}\%$ ce qui permet de négliger l'erreur d'estimation du retard τ_{GR} et valide l'hypothèse d'estimation parfaite : $\hat{\tau}_{GR} = \tau_{GR}$.

4 Résultats de simulation

Nous considérons dans cette partie un canal de longueur $L = 20$ et une séquence d'apprentissage de longueur $N = 25$. Dans la Fig. 1, on compare en terme d'erreur quadratique moyenne les techniques d'estimation de canal U-MC et S-MC et les borne de Cramer de Rao pour chacune des méthodes ($Tr(\mathbf{BCR}_U)$, $Tr(\mathbf{BCR}_S)$) sont également tracées. Puisque le canal aéronautique possède deux trajets, on trouve un gain de 10 dB apporté par la technique S-MC par rapport à la technique U-MC.

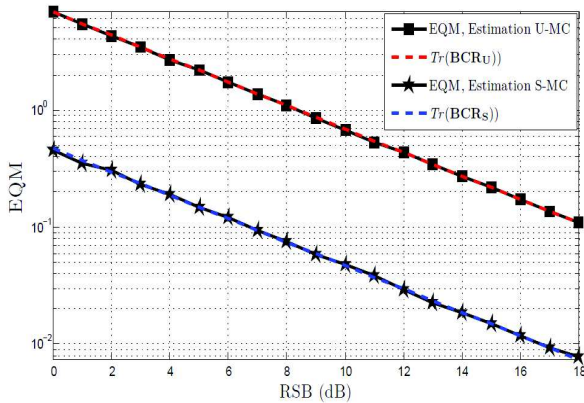


FIGURE 1 – EQM et bornes de Cramer Rao pour les estimateurs structuré (S-MC) et non-structuré (U-MC).

Dans la Fig. 2, nous présentons les performances en terme de taux d'erreur binaire (TEB) pour une modulation BPSK (Binaire phase shift Keying) non codée après une égalisation selon le critère MAP (Maximum A priori) basée sur l'estimation du canal. La courbe bleue représente le cas où on utilise la technique U-MC pour estimer le canal de transmission, la courbe rouge représente le cas d'utilisation de la technique S-MC. Par contre la courbe noire représente le cas où on connaît parfaitement le canal. Ces résultats montrent que la technique S-MC est

mieux adaptée à l'égalisation MAP et offre un gain avantageux sur une estimation n'exploitant pas l'information de position.

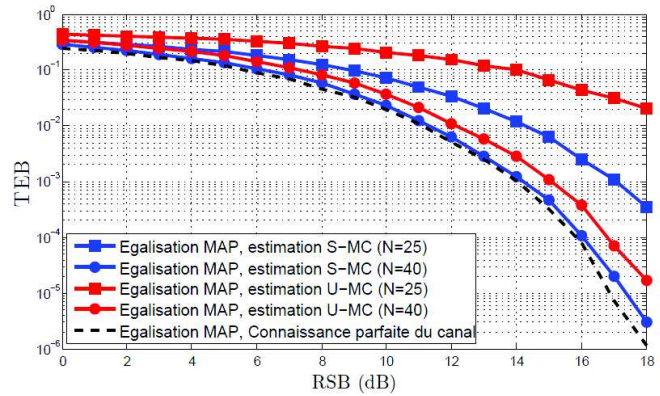


FIGURE 2 – TEB de l'estimateur structuré et non structuré.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé un nouvel algorithme d'estimation de canal pour les canaux multi-trajets qui présentent un faible nombre de trajets, en prenant comme exemple le cas du canal aéronautique avec une liaison par satellite. La méthode proposée exploite à la fois la forme particulière de la réponse impulsionnelle du canal ainsi qu'un a priori sur la connaissance de certains paramètres qui peuvent être déterminés par des considérations géométriques. Cela réduit le nombre de variables et permet d'avoir une meilleure performance par rapport à des algorithmes qui ne considèrent pas la particularité de ce cas de figure. De futurs travaux prendront en compte cette méthode pour la turbo égalisation de canaux de même type afin de réduire l'impact de l'estimation non parfaite du canal.

Références

- [1] M. Siala, "Maximum a posteriori fast fading channel estimation based exclusively on pilot symbols," *Annales Des Télécommunications*, pp. 569–586, 2001.
- [2] P. Ciblat, P. Bianchi, and M. Ghogho, "Training sequence optimization for joint channel and frequency offset estimation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 8-1, pp. 3424–3436, 2008. [Online]. Available : <http://dx.doi.org/10.1109/TSP.2008.921712>
- [3] C. Carbonelli, S. Vedantam, and U. Mitra, "Sparse channel estimation with zero tap detection," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 6, no. 5, pp. 1743–1753, 2007.
- [4] N. C. Sampling, "Asymptotic Achievability of the Cramer–Rao Bound for Noisy Compressive Sampling," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 3, pp. 1233–1236, 2009.
- [5] J. Soubielle, I. Fijalkow, P. Duvaut, and a. Bibaut, "GPS positioning in a multipath environment," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 50, no. 1, pp. 141–150, 2002.
- [6] B. Raddadi, N. Thomas, C. Poulliat, M.-I. Boucheret, and B. Gadat, "On an efficient equalization structure for aeronautical communications via a satellite link," *2014 IEEE 10th International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob) 2014*, pp. 396–401, 2014.
- [7] T. Kos, I. Markezic, and J. Pokrajcic, "Effects of multipath reception on GPS positioning performance," *Elmar, 2010 Proceedings*, no. September, pp. 15–17, 2010.