



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Energétique et Transferts

---

Présentée et soutenue par :

M. FRANÇOIS AUDARD

le mardi 20 décembre 2016

Titre :

Modélisation Eulérienne de la vidange d'un silo et de l'expansion du  
panache

---

Ecole doctorale :

Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)

Unité de recherche :

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (I.M.F.T.)

Directeur(s) de Thèse :

M. OLIVIER SIMONIN

M. PASCAL FEDE

Rapporteurs :

M. HAMID KELLAY, UNIVERSITE DE BORDEAUX

M. THIERRY FAUG, IRSTEA

Membre(s) du jury :

M. HAMID KELLAY, UNIVERSITE DE BORDEAUX, Président

M. EMMANUEL BELUT, INRS, Membre

M. OLIVIER SIMONIN, INP TOULOUSE, Membre

M. PASCAL FEDE, UNIVERSITE TOULOUSE 3, Membre



# Remerciements

Trois ans de thèse, durant lesquels j'ai pu côtoyer des personnes exceptionnelles qui m'ont permis de me construire tant sur le plan professionnel que sur le plan personnel. C'est pour cela que je souhaite remercier dans un premier temps le lieu de vie où j'ai effectué ma thèse : **l'IMFT**, ce lieu qui fête son centenaire l'année de ma soutenance. Je souhaite remercier les directeurs de laboratoire, François Charru (ancien) et Eric Climent (nouveau) pour m'avoir accueilli au sein de ce laboratoire de renom.

Un grand merci à l'Institut National de Recherche et Sécurité et plus particulièrement à Emmanuel Belut et à Jean-Raymond Fontaine pour leurs encadrements et discussions que nous avons pu partager sur ce sujet de recherche.

Je tiens à remercier tous les membres de mon jury de thèse d'avoir accepté de juger mon travail, ainsi que pour les échanges passionnants que nous avons eus au cours de la soutenance. Un grand merci au Président et rapporteur le Professeur Hamid Kelay. Un très grand remerciement pour sa qualité du rapport et les corrections à Monsieur Thierry Faug. Et je remercie également Pierre Ruyer et Anne Tanière pour leurs soutiens.

J'adresse mes sincères remerciements à mes Directeurs de thèse Olivier Simonin et Pascal Fede pour les discussions scientifiques passionnantes que nous avons pu avoir ensemble.

Je souhaite adresser un spécial remerciement à Renaud Ansart et sa magnifique manip' où il faut taper pour que cela fonctionne... un plaisir d'un point de vue numérique ! Ainsi qu'à Hervé Neau, pour son soutien, la qualité de son franc parlé, de sa bonne humeur et de son dialogue qui m'ont permis de m'épanouir au sein de cette thèse, mais aussi personnellement.

Cette thèse n'aura pas eu le même écho hors de ce lieu de vie et de folie qu'est le groupe PSC, je souhaite remercier la maîtresse des lieux Enrica qui a su placer d'une main de maître l'ensemble des personnes, et je souhaite remercier l'ensemble des doctorants et post doctorants dont voici une liste : Ainur Nigmatova – Amine Chadil - Azeddine Rachih (Patron) - Christian Kraus – Diane Dherbecourt (Poney-Girl) - Duc Le Hong - Ibrahima Thiam – Guiqan Wang - Jeanot - Lokman Bennani – Nicolas Morolin - Nicolas Reuge – Maxence Brebion (Wookie power) – Quentin

Douasbin - Salvatore Lovecchio – Valentin Gausselin - Thomas Kaiser.

Et mille mercis à la dream team, compères et lascars, où même 120 jours de folie ne nous ont pas épargnés ! merci pour la bonne humeur, la joie, les doutes et aussi la peine que nous avons partagés, ces moments resteront dans ma mémoire. Je souhaite donc remercier abdullito granito aussi appelé Umberto (Abdulla Ghani), notre Princesse Praline (Pradip Xavier) et le prisonnier également appelé la main (Lokman Bennani).

Merci à mon thésard en dérive, Ziad Hammidouche, qui voit le trOuck dans le trOuck des explications claires de Enrica Masi. Et à la petite Baleine (Solène Chevier) je lui souhaite une bonne fin et courage, la baleine va devenir grande !

Je souhaite également remercier Nancy une ville où la facilité d'accès depuis Toulouse et mémorable avec un spécial remerciement à la SNCF et leur grève durant le mois de juin !

Je souhaite remercier ma famille et des amis, BBr pour raconter les vieilles histoires, Pierre insanity power ! Baka et Sarah et leur petit Daren (et la saucisse de la grand-mère) et bien sur Ken (postman) et Elsa.

Pour conclure ces remerciements, je remercie ma compagne Phi-Nhan pour sa perspicacité et son calme olympien qui a su m'accompagner et corriger ma thèse et qui m'a beaucoup apporté. Tout simplement merci pour ton aide précieuse :  $\phi\phi$ .

# Résumé

De nombreux procédés industriels nécessitent la manipulation de matériaux sous forme pulvérulente. L'émission de poussières générée par leur manipulation peut s'avérer dangereuse pour la santé des travailleurs ou bien causer un risque d'explosion. Afin de mieux comprendre les mécanismes de dispersion des poussières, le cas de la décharge d'un silo est étudié par simulation numérique avec une approche Euler-Euler. Deux configurations ont été étudiées au cours de cette thèse. La première, sans silo, a permis d'étudier l'influence de perturbations de vitesses imposées à l'entrée de la chambre de dispersion en lieu et place du silo. Cette étude a révélé que ces perturbations peuvent influencer l'élargissement du panache de poudre. Seules les perturbations avec une corrélation temporelle ont généré une ouverture importante du jet tombant semblable à celle relevée expérimentalement. Dans la deuxième configuration, le silo et la chambre de dispersion sont représentés afin d'étudier le couplage entre la dispersion du jet et l'écoulement dans le silo. L'une des difficultés de ces simulations est de prédire les différents régimes d'écoulements granulaires, allant de l'état quasi-statique dans le silo au régime très dilué lors de la dispersion du jet tombant, en passant par le régime collisionnel à la sortie du silo. La théorie cinétique permet de modéliser le régime dilué et collisionnel. En revanche pour la partie quasi-statique un modèle semi-empirique a été utilisé, implémenté et validé sur différentes configurations. La seconde étude a montré l'importance du rapport entre le diamètre de l'orifice et le diamètre des particules sur la structure du jet. En effet, lorsque ce paramètre est faible, le cœur du jet se contracte immédiatement après la sortie du silo puis s'ouvre en aval. Pour des valeurs grandes, l'ouverture du jet est négligeable. Cependant, il semblerait que l'angle du silo modifie le comportement de l'écoulement, ce qui nécessitera des études supplémentaires.

**Mots clés :** *modèle multi-fluide ; Théorie cinétique des milieux granulaires ; viscosité frictionnelle ; écoulement granulaire ; déchargement de silo*

# Abstract

A wide range of industrial processes requires the handling of granular material in a pulverulent form. The subsequent dust emissions due to these processes can be harmful to the health of workers or hazardous explosion risks. In order to understand dust dispersion mechanisms, a case of a free falling granular jet discharged from a silo is studied by numerical simulations using an Euler-Euler approach. Two types of numerical simulation are conducted. First, the influence of velocity fluctuations at the inlet chamber is studied on the plume behavior, instead of the silo. This study reveals that fluctuations are enable to reproduce the jet expansion. It is established that only fluctuations with temporal correlation generate a large jet opening similar to the experiment. The second type of setup shows the coupling between the silo and the chamber. One of the major challenges is the ability to predict the different flow regimes going from quasi-static regime inside the silo, to the very dilute regime in the dust spread and include the collisional regime occurs through the silo. Kinetic theory allows modeling of the dilute and collisional regime. By contrast, frictional models have been used, implemented and validated in different cases. The second study highlights the key role of the ratio defined by the orifice diameter on the particle diameter. Indeed, when this parameter is small, the jet powder core contracts immediately after the exit of the silo dump plane and expands downstream. For high values, the granular jet does not exhibit dispersion anymore. This study suggests that the silo half-angle has an impact on the flow field which justifies the need for further investigations.

**Keywords :** *Frictional viscosity ; multi-fluid model ; Kinetic Theory of Granular Flow ; Granular flow ; bin discharge*

# Communications dans des congrès internationaux

**ASME/JSME/KSME 2015 Joint Fluids Engineering Conference, Séoul, Corée du sud.**

Numerical Analysis of Dust Emission by Powder Discharge and Jet Expansion.

**F. Audard**, P. Fede, O. Simonin, E. Belut.

Communication avec acte.

**ICMF-2016- 9th International Conference on Multiphase Flow, 2016, Florence, Italy.**

Eulerian simulation of 3D freely-falling granular jet.

**F. Audard**, P. Fede, E. Belut, J.-R. Fontaine, and O. Simonin.

Communication avec acte.

**ICMF-2016- 9th International Conference on Multiphase Flow, 2016, Florence, Italy.**

Analytical and practical analysis of frictional-kinetic model for dense and dilute gas-solid flows.

P. Fede, **F. Audard**, E. Belut, J.-R. Fontaine, H. Neau and O. Simonin.

Communication avec acte.

**ICMF-2016- 9th International Conference on Multiphase Flow, 2016, Florence, Italy.**

Drag force modelling in dilute to dense particle-laden flows with mono-disperse or binary mixture of solid particles.

O. Simonin, S. Chevrier, **F. Audard**, P. Fede.

Communication avec acte.





# Table des matières

<b>Nomenclature</b>	<b>xi</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Problématique de thèse . . . . .	4
1.2 Organisation du mémoire . . . . .	5
<b>2 Etude bibliographique</b>	<b>7</b>
2.1 Caractérisation et régime d'un milieu granulaire . . . . .	7
2.2 Caractérisation de la taille des particules . . . . .	10
2.2.1 Classification des particules . . . . .	10
2.2.2 Distribution granulométrique et diamètres moyens . . . . .	11
2.3 Forces agissant sur les particules . . . . .	13
2.3.1 Forces exercées sur une particule isolée . . . . .	13
2.3.2 Modélisation du coefficient de traînée . . . . .	14
2.3.3 Vitesse terminale de chute ou d'ascension $V_T$ . . . . .	17
2.3.4 Temps de relaxation cinématique $\tau_p$ . . . . .	18
2.4 Stockage et écoulement de particules solides . . . . .	19
2.4.1 Formation de voûte . . . . .	20
2.4.2 Formation de cheminée stable (ratholing) . . . . .	21
2.4.3 Submergence . . . . .	21
2.4.4 Ségrégation . . . . .	21
2.4.5 Vibration . . . . .	21
2.4.6 Détérioration ou explosion . . . . .	21
2.4.7 Autres influences . . . . .	22
2.4.8 Cinématique de l'écoulement dans le silo . . . . .	22
2.4.9 Loi sur le débit de vidange . . . . .	24
2.5 Développement du jet granulaire dans l'air ambiant . . . . .	26
2.5.1 Taux d'air induit dans le jet . . . . .	26
2.5.2 Etude expérimentale sur le jet granulaire . . . . .	32
2.5.3 Étude phénoménologique . . . . .	44
2.5.4 Etudes numériques antérieures . . . . .	45
2.6 Conclusion . . . . .	47

<b>3</b>	<b>Modélisation des milieux granulaires</b>	<b>49</b>
3.1	Introduction . . . . .	49
3.2	Modélisation des écoulements gaz-particule . . . . .	51
3.2.1	Description statistique . . . . .	51
3.2.2	Modélisation de la phase porteuse . . . . .	52
3.2.3	Modélisation de la phase dispersée . . . . .	52
3.2.4	Modèles des contraintes frictionnelles . . . . .	53
3.2.5	Ajout des effets frictionnels dans l'équation de transport de l'énergie cinétique des particules . . . . .	54
3.3	Validation des effets frictionnels . . . . .	55
3.3.1	Effondrement d'un tas de particules . . . . .	55
3.3.2	Vidange d'un silo . . . . .	59
3.4	Conclusion . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Mise en œuvre des simulations numériques</b>	<b>63</b>
4.1	Introduction . . . . .	63
4.2	Description des expériences . . . . .	64
4.2.1	Expérience d'Ansart et al. [5] . . . . .	64
4.2.2	Expérience de Liu et al. [66] . . . . .	67
4.3	Géométrie et maillage . . . . .	68
4.4	Conditions aux limites . . . . .	70
4.4.1	De pression . . . . .	70
4.4.2	Aux parois . . . . .	70
4.5	Paramètre et modèle des simulations numériques . . . . .	71
<b>5</b>	<b>Etude de la perturbation de l'injection sans la prise en compte du silo</b>	<b>73</b>
5.1	Introduction . . . . .	74
5.2	Conditions initiales d'entrées . . . . .	76
5.2.1	Détermination de la vitesse moyenne verticale à la sortie du silo . . . . .	76
5.2.2	Perturbations . . . . .	77
5.3	Définition . . . . .	78
5.3.1	Largeur et pente du jet . . . . .	78
5.3.2	Débit d'air entraîné . . . . .	81
5.3.3	Temps de relaxation cinématique $\tau_p$ . . . . .	81
5.3.4	Temps caractéristique du jet $\tau_1$ . . . . .	82
5.3.5	Moyenne pondérée . . . . .	82
5.3.6	Plan de coupe . . . . .	83
5.4	Perturbation aléatoire issue d'un tirage uniforme . . . . .	83
5.4.1	Débit massique . . . . .	84
5.4.2	Evolution axiale . . . . .	85
5.4.3	Evolution radiale . . . . .	85
5.5	Perturbation aléatoire générée par un schéma de Langevin . . . . .	87
5.5.1	Débit massique . . . . .	88
5.5.2	Evolution axiale . . . . .	89

5.5.3	Evolution radiale . . . . .	90
5.5.4	Angle d'ouverture . . . . .	91
5.5.5	Débit d'air entraîné . . . . .	91
5.5.6	Evolution du nombre de Stokes . . . . .	94
5.6	Perspective . . . . .	96
<b>6</b>	<b>Etude du couplage silo/chambre de dispersion</b>	<b>103</b>
6.1	Introduction . . . . .	103
6.2	Simulation numérique sur l'expérience d'Ansart et al. [5] . . . . .	104
6.2.1	Débit massique . . . . .	104
6.2.2	Evolution des vitesses de la phase dispersée . . . . .	105
6.3	Simulations numériques sur l'expérience de Liu et al. [66] . . . . .	110
6.3.1	Débit massique . . . . .	110
6.3.2	Evolution des profils au niveau de l'injecteur . . . . .	112
6.3.3	Fraction volumique des particules et de vitesse . . . . .	114
6.3.4	Evolution axiale . . . . .	116
6.3.5	Angle d'ouverture . . . . .	120
6.3.6	Débit d'air entraîné . . . . .	122
6.3.7	Evolution radiale . . . . .	125
6.3.8	Analyse avec le nombre de Stokes . . . . .	125
6.4	Conclusion . . . . .	126
<b>7</b>	<b>Conclusions générales et Perspectives</b>	<b>133</b>
7.1	Bilan de l'étude . . . . .	133
7.2	Perspectives . . . . .	138
<b>Annexe A</b>	<b>Modèle mathématique</b>	<b>139</b>
A.1	Equations de transport pour les fractions volumiques . . . . .	140
A.2	Equation de transport de quantité de mouvement . . . . .	140
A.2.1	Transfert gaz $\leftrightarrow$ particules . . . . .	141
A.2.2	Transfert particules $\leftrightarrow$ particules . . . . .	143
A.3	Modèle $k - \varepsilon$ adapté aux écoulements gaz-particules polydisperses . . . . .	145
A.3.1	Equation de transport de l'agitation du gaz $k = 1/2 \langle u'_{f,i} u'_{f,i} \rangle$ . . . . .	145
A.3.2	Equation de transport de la dissipation $\varepsilon$ . . . . .	146
A.4	Modèle $q^2_p - q_{fp}$ . . . . .	146
A.4.1	Equation sur l'agitation des particules $q^2_p = 1/2 \langle u'_{p,i} u'_{p,i} \rangle_p$ . . . . .	146
A.4.2	Equation sur la covariance gaz-particules $q_{fp} = \langle u'_{f,i} u'_{p,i} \rangle$ . . . . .	149
<b>Annexe B</b>	<b>Drag force modelling in dilute to dense particle-laden flows with mono-disperse or binary mixture of solid particles</b>	<b>151</b>
<b>Annexe C</b>	<b>Analytical and practical analysis of frictional-kinetic model for dense and dilute gas-solid flows</b>	<b>159</b>
<b>Annexe D</b>	<b>Etude de sensibilité sur le nombre de Fourier sur l'expérience de Lajeunesse et al. [64]</b>	<b>167</b>

<b>Annexe E : Complément chapitre 4 perturbation périodique</b>	<b>173</b>
E.5 Introduction . . . . .	173
E.6 Débit massique . . . . .	174
E.7 Evolution axiale . . . . .	175
E.8 Evolution radiale . . . . .	177
E.9 Conclusion . . . . .	178
<b>Bibliographie</b>	<b>181</b>

# Nomenclature

## Symboles latins

$A$	section transversale du jet tombant	[ m <sup>2</sup> ]
$\mathbf{c}_p$	réalisation de vitesse instantanée d'une particule p dans l'espace des phases	
$C_d$	coefficient de traînée	[ – ]
$d_p$	diamètre moyen médian des particules	[ m ]
$\bar{d}$	diamètre moyen en nombre	[ m ]
$d_{20}$	diamètre moyen surfacique	[ m ]
$d_{30}$	diamètre moyen volumique	[ m ]
$d_{32}$	diamètre moyen de Sauter	[ m ]
$d_{50}$	diamètre moyen median	[ m ]
$\bar{D}_p$	tenseur des déformations	[ s <sup>-1</sup> ]
$D$	diamètre d'orifice du silo	[ m ]
$e_c$	coefficient d'inélasticité	[ N ]
$f_p$	fonction de densité de probabilité	[ – ]
$F_D$	force de traînée	[ kg.m.s <sup>-2</sup> ]
$F_G$	force de flottabilité	[ kg.m.s <sup>-2</sup> ]
$Ga$	nombre de Galilée	[ – ]
$g$	gravité	[ m.s <sup>-2</sup> ]
$g_0$	fonction de corrélation de paires	[ – ]
$g_0$	fonction d'encombrement des particules	[ – ]
$h$	hauteur de chute	[ m ]
$I_{2D}$	second invariant du tenseur de déformation	[ s <sup>-2</sup> ]
$k$	énergie cinétique turbulente	[ m <sup>2</sup> .s <sup>-2</sup> ]
$m_p$	masse d'une particule p	[ kg ]
$n_p$	densité de particules	[ m <sup>-3</sup> ]
$P_f$	pression moyenne du fluide	[ Pa ]
$P_p$	pression granulaire	[ Pa ]
$P_p^{fr}$	pression frictionnelle	[ Pa ]
$Q$	débit massique des particules	[ kg.s ]
$Q^{ind}$	débit d'air induit dans le jet	[ kg.s ]
$q_{fp}$	covariance fluide-particule	[ m <sup>2</sup> .s <sup>-2</sup> ]
$q_p^2$	énergie cinétique des particules p	[ m <sup>2</sup> .s <sup>-2</sup> ]
$Re_p$	nombre de Reynolds particulaire	[ – ]
$Re_{pT}$	nombre de Reynolds terminal	[ – ]

$S$	surface	[ m ]
$\mathbf{u}_p; \mathbf{c}_p$	vitesse d'une particule ; équivalence dans le domaine des phases	[ m.s <sup>-1</sup> ]
$U_{k,i}$	vitesse de la phase k	[ m.s <sup>-1</sup> ]
$V_{d,i}$	vitesse de dérive turbulente fluide-particule	[ m.s <sup>-1</sup> ]
$V_{rp,i}$	vitesse relative entre le gaz et les particules	[ m.s <sup>-1</sup> ]
$u_p$	vitesse du centre de masse de la particule	[ m.s <sup>-1</sup> ]
$u_{f@p}$	vitesse de l'écoulement non-perturbée	[ m.s <sup>-1</sup> ]
$V_T$	vitesse terminale des particules	[ m.s <sup>-1</sup> ]
$u_{p0}$	vitesse initiale des particules à l'orifice	[ m ]
$\mathbf{x}$	position d'une particule p	[ - ]

### lettres grecques

$\alpha_k$	fraction volumique de la phase k	[ - ]
$\varepsilon$	dissipation turbulente de l'écoulement fluide	[ m <sup>2</sup> .s <sup>-3</sup> ]
$\kappa$	constante pour la loi de Beverloo	[ - ]
$\mu_f$	viscosité dynamique du fluide	[ Pa.s ]
$\mu_k^{fr}$	viscosité frictionnelle des particules p	[ Pa.s ]
$\nu_f$	viscosité cinématique du fluide	[ m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\nu_p^{kin}$	viscosité cinétique des particules p	[ m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\nu_p^{col}$	viscosité collisionnelle des particules p	[ m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\rho_k$	masse volumique de la phase k	[ kg.m <sup>-3</sup> ]
$\Sigma_{k,ij}^{cin}$	tenseur des contraintes cinétiques de la phase k	[ Pa ]
$\Sigma_{k,ij}^{col}$	tenseur des contraintes collisionnelles de la phase k	[ Pa ]
$\Sigma_{k,ij}^{fr}$	tenseur des contraintes frictionnelles de la phase k	[ Pa ]
$\Sigma_{k,ij}$	tenseur effectif des contraintes de la phase k	[ Pa ]
$\tau_{gp}^F$	échelle de temps caractéristique de la traînée	[ s ]
$\tau_{pq}^p$	échelle de temps des collisions interparticulaires	[ s ]
$\tau_{gp}^t$	échelle de temps d'interaction entre le mouvement des particules et les fluctuations du gaz	[ s ]
$\tau_p$	temps de relaxation cinématique	[ s ]
$\tau_1$	temps caractéristique du jet	[ s ]
$\phi$	angle de friction interne	[ rad ]

### Indices

$f$	air
$p, q$	particules

### Sigle

PIV	vélocimétrie par image de particules
-----	--------------------------------------

# Chapitre 1

## Introduction

La dispersion de la poussière est source de vie. Ensemble d'éléments solides, particules, grains, divisés et transportés sous forme d'aérosols, de brouillards, de fumées et d'émanations, leur sédimentation permet de nourrir les sols, les forêts, les poissons, l'accrétion est à l'origine de la formation des planètes... La figure 1.1 illustre le transport de poussière de phosphore du désert du Sahara vers la forêt amazonienne à travers l'océan Atlantique. Elle peut aussi conduire, dans l'espace, à la formation d'eau lorsque les grains de poussière sont irradiés et endommagés par le vent solaire [16].

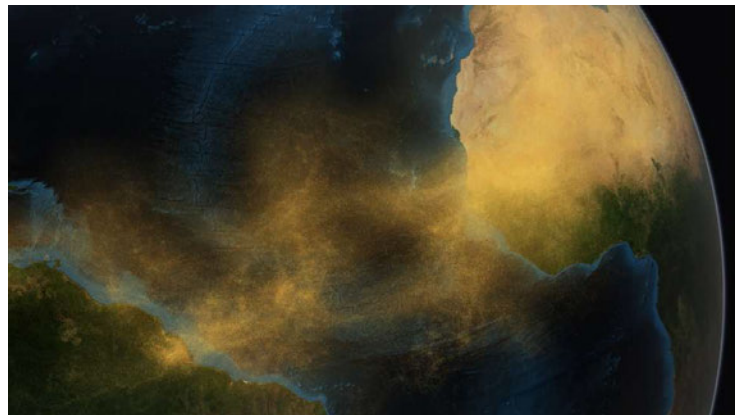


FIGURE 1.1 – 182 millions de tonnes de poussières par année quittent le désert du Sahara vers l'océan Atlantique. Une grande partie sert à nourrir la forêt Amazonienne en phosphore. Illustration provenant de NASA's Goddard Space Flight Center [82].

L'utilisation, la consommation et le traitement des grains a été le socle de notre civilisation elle a permis la construction des édifices, ainsi qu'à nous nourrir. Le grain représente la deuxième activité de l'homme juste après l'eau (Duran [30]), et plus de 10% de l'énergie mondiale est utilisé pour son traitement. Dans l'industrie, il est couramment employé, en effet il est estimé que 70% des objets sont passés à un moment au stade de poudre ou de grains. L'utilisation de poudres manufacturées à forte valeurs ajoutée dans les industries cosmétiques, pharmaceutiques, la chimie

fine et l'alimentation, entraîne des questionnements sur la caractérisation et sur le comportement du grain. La manipulation de la poudre par les industries entraîne une importante émission de poussières essentiellement dans des zones de transfert (Figure 1.2), par exemple lors du transfert de poudre entre deux tapis convoyeurs, le déversement de poudre ou encore le remplissage d'un silo.

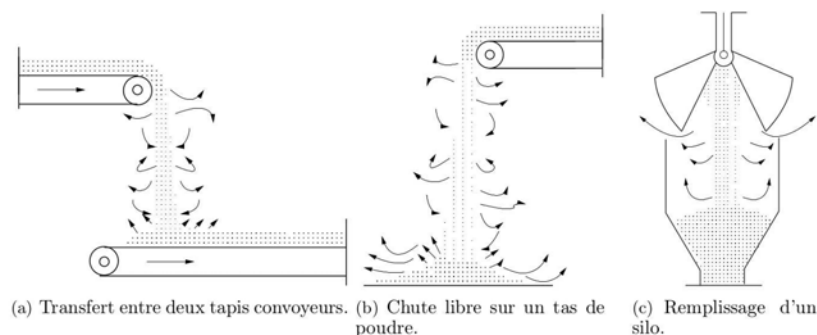


FIGURE 1.2 – Exemples de procédés générant des émissions importantes de poussières [100].

Cette manipulation entraîne la dispersion de poussières dans l'environnement. Elle peut alors entraîner la dégradation de la santé, de l'environnement, endommager les structures, provoquer des risques d'explosions (INRS ND 2331 [57]) et cause une perte financière pour l'industrie. Les soucis de santé liés à la poussière sont nombreux. Nous pouvons relever de manière non-exhaustive que la poussière peut : se retrouver inhalée et pénétrer dans le système respiratoire (voir Figure de droite 1.3) ; se déposer par voie cutanée ; ou bien encore ingérée due au dépôt sur les aliments. Ces dépôts de particules peuvent provoquer des maladies telles que des intoxications, le cancer, l'alvéolite allergique extrinsèque, de l'irritation, ainsi que toute une gamme de maladies non respiratoires qui peuvent se produire à des niveaux d'exposition beaucoup plus faibles. A titre d'exemple, une augmentation du nombre de personnes asthmatiques a été observée dans le corps de métier des boulangers en raison de l'exposition aux poussières de farine [92].

Des questions se posent sur le taux de poussière admissible et leur effet sur l'organisme. Des études montrent que le niveau de pénétration de la poussière au sein de l'organisme, par voie pulmonaire, dépend de la taille des particules (Figure 1.3),

- Fraction inhalable : cette fraction est représentée par l'ensemble des particules dont les diamètres aérodynamiques<sup>1</sup> sont inférieurs à  $100\ \mu m$ . Les fosses nasales retiennent la majorité de cette poussière.
- Fraction thoracique : cette fraction correspond à des diamètres inférieurs à  $10\ \mu m$ . Dans cette fraction, les poussières pénètrent la trachée, les bronches puis les bronchioles. Elles peuvent être crachées ou avalées dans l'oesophage.

1. Diamètre aérodynamique : est défini comme égal au diamètre d'une sphère de masse volumique de  $1\ g.cm^{-3}$  ayant la même vitesse terminale de chute que la particule étudiée dans un fluide au repos.



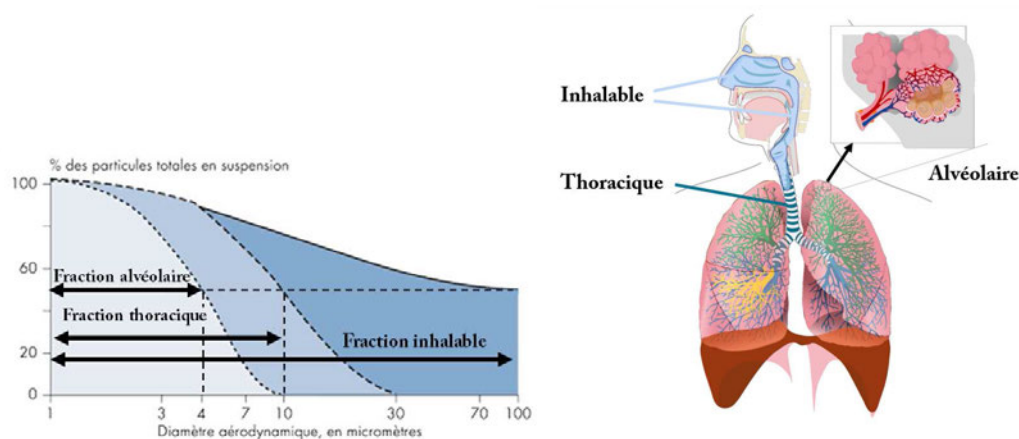


FIGURE 1.3 – Pénétration de la poussière dans l'organisme par voie pulmonaire. La figure de gauche représente les fractions conventionnelles, INRS ND 2098 [25]. La figure de droite représente le schéma de l'appareil respiratoire, et les différentes zones pouvant être touchées par l'inhalation de poussière.

- Fraction alvéolaire : lorsque les diamètres sont très faibles, inférieurs à  $4\ \mu m$ , les particules très fines se déposent sur les alvéoles pulmonaires.

Mais cela entraîne aussi des questionnements sur les méthodes et la manière d'estimer la pulvérulence, c'est-à-dire la propension d'une poudre à se disperser dans l'air sous l'effet de sollicitations mécaniques. L'Institut National de Recherche et de Sécurité (INRS) développe des outils et des méthodes de prévention pour la santé du travailleur. Ils définissent qu'il existe quatre grands groupes de méthodes [4], en fonction de la manière de solliciter la poudre : chute dans une colonne, chute dans une enceinte de mesure, mise en fluidisation et mise en rotation dans un tambour tournant.

Détaillons le procédé dit du tambour tournant. Cette méthode consiste à malaxer les particules à la manière d'une machine à laver. Le cylindre est composé de pales qui entraînent les particules et permettent à une partie de la poudre de se pulvériser (se mettre en suspension) dans l'air. Cette émission est alors extraite par une aspiration. Les particules sont captées par des filtres de différentes tailles afin de les analyser. Dans ce type de procédé, il faut faire attention à la mise en place de la poudre initiale ainsi qu'à la manière de solliciter la poudre (vitesse du tambour). En effet, un constat simple mis en évidence par Wells and Alexander [113], a montré qu'en déversant dix-neuf fois la même poudre, la quantité de poussière générée par la dernière chute correspond à 80 % de l'émission de la première chute.

Une autre des méthodes pour caractériser la pulvérulence consiste à laisser les grains s'écouler à travers un orifice. Cette méthode possède l'avantage majeur que l'on ne sollicite pas artificiellement la poudre, puisqu'elle s'écoule d'elle-même par la gravité. De plus cette méthode est un des procédés générant le plus de poussière. Nous trouvons qu'il est le plus adapté pour mettre en évidence la dispersion de poussière et permettre de caractériser les poudres.

## 1.1 Problématique de thèse

Il est intéressant de remarquer que la vidange d'un silo peut être observée dans bien d'autres situations que la situation industrielle. En effet Garcimartín et al. [37] ont étudié la sortie des moutons à travers une sortie et ont réussi à obtenir des comportements similaires au comportement des poudres. Nous pouvons aussi retrouver le même comportement dans une foule lors d'une évacuation d'urgence (Helbing [47]). Après cet aparté, concentrons-nous sur la phénoménologie du silo. Lors de l'ouverture du silo, trois types de comportements peuvent être observés (Figure 1.4),

- l'écoulement de particules va rester groupé et fortement concentré tout au long de la chute des particules,
- l'écoulement est concentré au départ de la chute puis va se contracter, ensuite le jet va s'ouvrir et former un panache de poussière. Ce panache est composé d'un cœur de particule, fortement concentré en particules, ce cœur est entouré d'un halo de poussière qui lui est faiblement concentrée en particules.
- l'écoulement est directement sous forme de panache, il est directement dispersé à la sortie du silo, il comporte une faible concentration de particules.

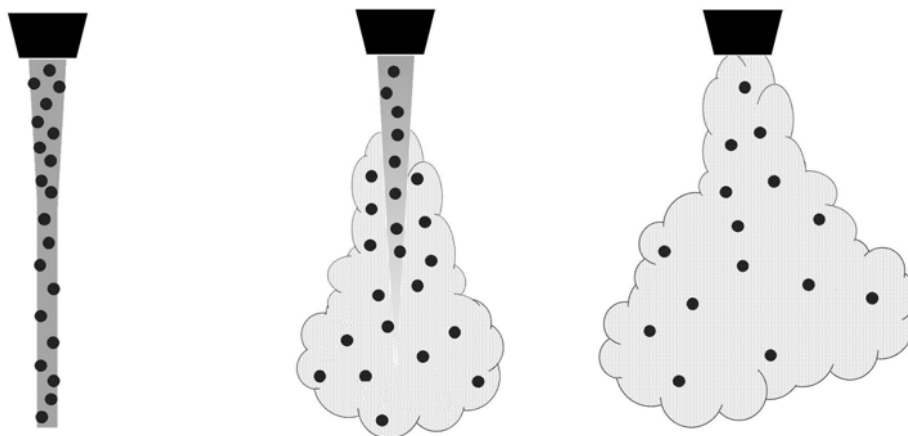


FIGURE 1.4 – Schéma représentant les effets lors de la vidange d'un silo.

Ces différents effets et caractéristiques du jet tombant ont été étudiés expérimentalement à l'université de Wollongong par Cooper and Arnold [24], Liu et al. [66]. Ces études montrent que lorsque le jet s'ouvre, c'est-à-dire qu'il forme le halo, de l'air pénètre au sein même du jet, et augmente la dispersion radiale des particules. De nombreuses études expérimentales sur le jet granulaire ont été effectuées. À la suite de ces études, l'INRS a décidé de mettre en place une Action Concertée Incitative en novembre 2004, et de financer une thèse expérimentale [5] qui a permis d'étudier de manière précise la vitesse au sein du jet.

Toutefois il reste des incertitudes à propos de la provenance du mécanisme de rupture du jet. L'outil numérique permet d'aborder sous un regard nouveau le problème. Il permet d'étudier les phénomènes physiques qui se déroulent à l'intérieur du silo et lors de la vidange du silo. C'est dans cet objectif que l'INRS et l'Institut

de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT) collaborent afin d'étudier l'émission de poussière lors du déversement de poudre. Depuis 2009, deux études ont été menées sur la simulation numérique d'un jet granulaire dense [12, 115]. Les principaux éléments de ces études révèlent que la dispersion serait alors due à différents mécanismes, provenant des fluctuations de la vitesse des particules (agitation), d'une instabilité propre du jet ou bien de la turbulence avec le gaz. Dans des simulations numériques 2D, les fluctuations de la vitesse à l'entrée ou la polydispersion produisent une dispersion du jet faible, mais elles ne permettent pas de justifier la dispersion de poussière obtenue par les expériences d'Ansart et al. [5]. Il a été relevé que ces simulations ne donnent pas accès à l'instabilité transverse. Dans les investigations antérieures, aucune dispersion n'a été relevée sur les simulations numériques 3D.

C'est dans la continuité de ces études que la thèse est effectuée. L'enjeu est le suivant : nous allons tenter de reproduire le comportement d'un jet granulaire et de capturer la dispersion de poussière par simulation numérique en trois dimensions. Nous allons effectuer dans un premier temps la simulation numérique des expériences d'Ansart et al. [5] et par la suite celle de Liu et al. [66].

Comme il a été relevé par les études précédentes, la dispersion de poussière à la sortie reflète une certaine complexité. Afin de mieux analyser son comportement, nous allons effectuer dans le chapitre 2, la caractérisation des poudres, l'analyse du silo et nous traiterons des différentes avancées sur les jets granulaires denses.

Suite à cette analyse, deux stratégies sont adoptées pour caractériser le comportement du jet granulaire. La première stratégie considère seulement la zone de développement du jet (chambre de dispersion). Dans cette chambre un écoulement de gaz-particule est injecté. La deuxième stratégie s'évertue quant à elle à effectuer une simulation complète de l'ensemble, silo/chambre.

## 1.2 Organisation du mémoire

Le déroulement du manuscrit se fera de la manière suivante :

Tout d'abord, une étude bibliographique est faite dans le chapitre 2. Une description est menée sur la caractérisation des poudres, puis une analyse du silo et des différentes expériences sur le jet granulaire afin de comprendre le comportement de la vidange du silo.

Dans le chapitre 3 nous présentons le modèle numérique. L'accent est mis en particulier sur les phénomènes frictionnels. En fonction des différents modèles et paramètres, nous avons effectué des simulations numériques sur deux cas critiques, le tas de sable, ainsi que la vidange d'un silo où nous nous concentrons seulement sur le silo.

La géométrie, le maillage et les conditions utilisées dans les chapitres suivants sont développés dans le chapitre 4.

Le chapitre 5, concerne l'étude de l'écoulement de la vidange sans la prise en compte du silo. C'est à partir d'une hypothèse simple issue de la littérature que différentes simulations numériques sont réalisées avec différents types de perturbation au niveau de l'injecteur. Les résultats sont comparés aux résultats expérimentaux,

l'analyse nous permet d'émettre des hypothèses sur la source de l'instabilité du jet.

Le chapitre 6 est décomposée en deux parties. Dans un premier temps, nous nous intéressons à l'étude du couplage du silo avec la chambre d'injection à travers des simulations numériques basées sur l'expérience d'Ansart et al. [5]. Puis dans un second temps, nous effectuons une analyse sur les limites de la simulation numérique sur les expériences de Liu et al. [66]. Le couplage Silo/trémie est présenté et analysé en fonction du rapport du diamètre d'orifice sur le diamètre des particules.

## Chapitre 2

# Etude bibliographique

### Contents

<b>2.1</b>	<b>Caractérisation et régime d'un milieu granulaire</b>	<b>7</b>
<b>2.2</b>	<b>Caractérisation de la taille des particules</b>	<b>10</b>
2.2.1	Classification des particules	10
2.2.2	Distribution granulométrique et diamètres moyens	11
<b>2.3</b>	<b>Forces agissant sur les particules</b>	<b>13</b>
2.3.1	Forces exercées sur une particule isolée	13
2.3.2	Modélisation du coefficient de traînée	14
2.3.3	Vitesse terminale de chute ou d'ascension $V_T$	17
2.3.4	Temps de relaxation cinématique $\tau_p$	18
<b>2.4</b>	<b>Stockage et écoulement de particules solides</b>	<b>19</b>
2.4.1	Formation de voûte	20
2.4.2	Formation de cheminée stable (ratholing)	21
2.4.3	Submergence	21
2.4.4	Ségrégation	21
2.4.5	Vibration	21
2.4.6	Détérioration ou explosion	21
2.4.7	Autres influences	22
2.4.8	Cinématique de l'écoulement dans le silo	22
2.4.9	Loi sur le débit de vidange	24
<b>2.5</b>	<b>Développement du jet granulaire dans l'air ambiant</b>	<b>26</b>
2.5.1	Taux d'air induit dans le jet	26
2.5.2	Etude expérimentale sur le jet granulaire	32
2.5.3	Étude phénoménologique	44
2.5.4	Etudes numériques antérieures	45
<b>2.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>47</b>

### 2.1 Caractérisation et régime d'un milieu granulaire

Les matériaux granulaires sont rencontrés dans de nombreux secteurs industriels tel que le génie chimique (craquage catalytique fluide, production polypropylène), la

production d'électricité (combustion dans un lit fluidisé circulant, pyrolyse de la biomasse, centrale à charbon pulvérisé) lors la manipulation de poudre (déchargement de silo, le convoyage pneumatique) et des processus géophysiques (érosion et transport de sédiments, avalanches sous-marines, glissements de terrain, dynamique des dunes, éruption volcanique ...), astrophysiques (anneaux de saturnes), ainsi que des matériaux (peintures, médicaments, bétons, produits, agroalimentaires. ...). Plus récemment, on retrouve l'application de certains principes des milieux granulaires aux mouvements de foules afin d'optimiser l'évacuation dans les milieux confinés, ou encore améliorer la dynamique de circulation d'une ville et éviter les congestions [47, 74].

Dans ces applications le matériau granulaire est considéré comme un ensemble d'éléments solides, les grains, pouvant interagir entre eux, avec des parois ainsi qu'avec le fluide interstitiel (pouvant être de l'air). La description des milieux granulaires est complexe par la grande variété de types de grains. Ils peuvent être de tailles, de formes ou bien de masses volumiques différentes (voir Figure 2.1).

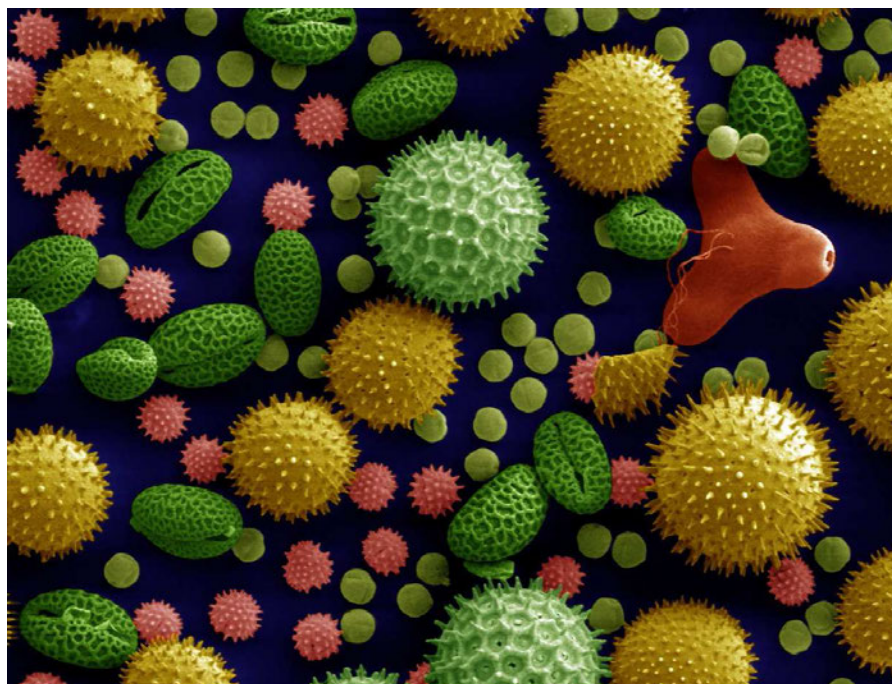


FIGURE 2.1 – Les particules peuvent prendre des formes diverses et variées ; Illustration de pollen de plusieurs plantes : tournesol, volubilis, sidalcea malviflora, lilium auratum, onagre et ricin commun (fausses couleurs). Dartmouth Electron Microscope Facility [52].

La grande variété des milieux granulaires et la complexité des phénomènes qui s'y déroulent rendent leur classement relativement complexe. En effet les milieux granulaires ont certaines propriétés qui leur sont propres, par exemple les effets d'arches qui peuvent bloquer le silo à grains (voir section 2.4) empêchant le déversement de manière continue des grains, et bien d'autres effets comme : ségrégation, avalanche, aggrégation, etc... (voir Figure : 2.3).

Il est possible d'établir une classification des écoulements granulaires en trois régimes distincts (Figure : 2.2) en fonction de la fraction volumique  $\alpha_p$  des particules, définie comme le rapport du volume occupé par les grains sur le volume total de l'empilement :

- Régime dilué : lorsque la fraction volumique est très faible  $\alpha_p < 0.01\%$ , le mouvement des particules est principalement contrôlé par l'interaction avec la turbulence du fluide environnant.
- Régime cinétique : ce régime correspond à une fraction volumique comprise entre  $0.01\% < \alpha_p < 10\%$ . Dans ce régime, les propriétés de transport de la phase solide sont influencées par les fluctuations de vitesse des particules avec une échelle de longueur pilotée par la compétition entre les collisions inter-particulaires et l'entraînement par le fluide.
- Régime dense : se caractérise par une concentration de particules élevée ( $\alpha_p > 10\%$ ). Du fait de l'augmentation de la concentration, les échanges entre la phase particulaire dont le mouvement est gouverné par l'écoulement porteur vient modifier en retour les caractéristiques moyennes et turbulentes du gaz ("two-way coupling"). Ce régime peut être décomposé en deux sous-régimes : (i) un écoulement rapide où la dynamique de la phase particulaire est pilotée par les collisions inter-particulaires, appelé régime collisionnel. (ii) un écoulement lent, les contacts entre particules peuvent être longs, on parle d'effets frictionnels, ce régime est nommé le régime quasi-statique.

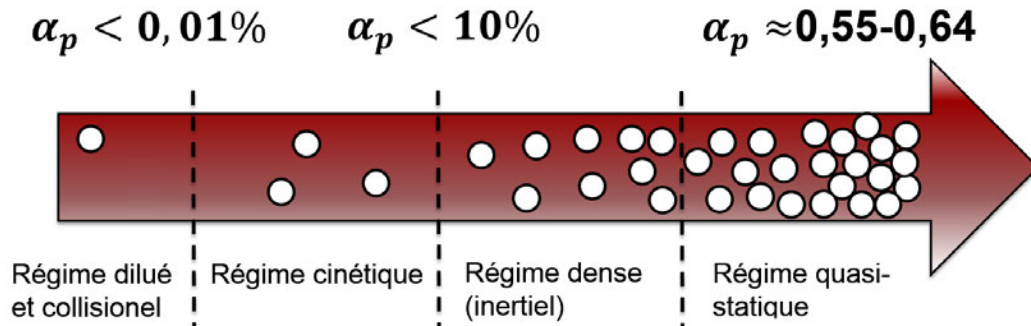


FIGURE 2.2 – Classification des régimes d'écoulement en fonction de la fraction volumique de solide.

Le cas d'étude d'un jet granulaire regroupe l'ensemble de ces régimes. En effet considérons dans un premier temps le silo. Lorsque ce dernier est clos, le milieu granulaire est au repos et n'est pas soumis à un cisaillement externe. Il est dans un état quasi-statique. Puis lorsqu'il est ouvert, en fonction de la géométrie du silo, certaines zones restent statique tandis que dans d'autres zones le grain est mis en mouvement par la gravité (à condition que le silo ne soit pas bloqué). Cette mise en mouvement est un régime dense (inertiel).

Au sein de la chambre, la dispersion du jet à la sortie du silo est composée d'un cœur dense de particules avec la formation d'une couche externe (halo) de poussière diluée. La frontière entre les deux couches n'est pas nette, la couche externe est



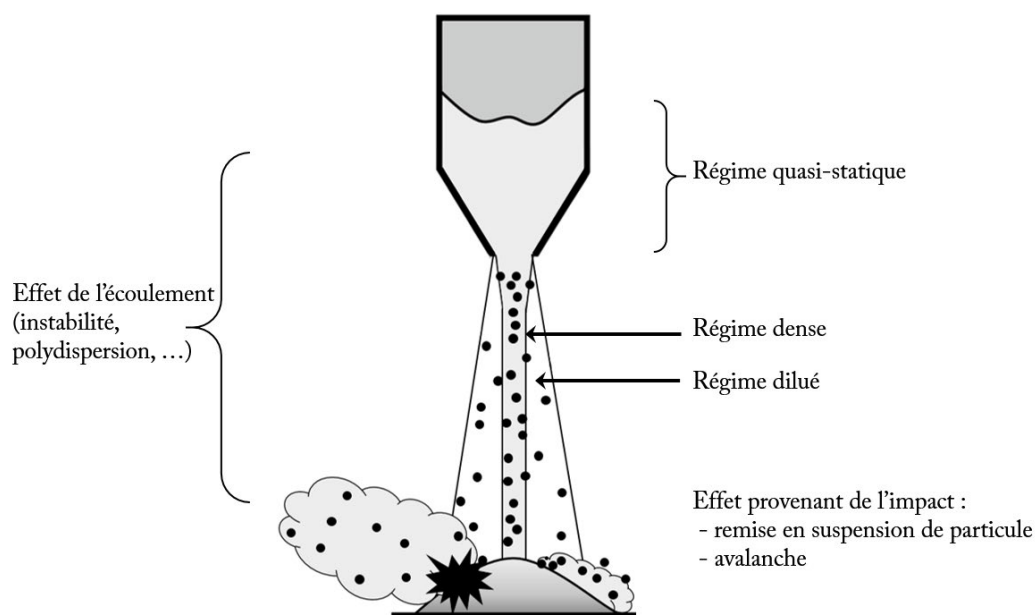


FIGURE 2.3 – Schéma représentant les effets et les régimes du matériau granulaire lors de la vidange d'un silo.

constamment alimentée en continu par la couche interne. Cette transition peut être caractérisée par une transition du régime dense vers le régime dilué.

Lors de l'impact des particules sur le talus la transition s'effectue de façon inverse. Le jet dilué tombe sur un tas quasi-statique. L'impact provoque divers effets, les particules peuvent,

- s'enfoncer dans le tas,
- se remettre en suspension, soit en raison des collisions entre les particules, soit du fait du cisaillement du gaz sur le tas,
- se retrouver à glisser à la surface. Le glissement de surface s'effectue en écoulement dense, ce phénomène se retrouve en haute montagne lors d'une avalanche.

Le comportement du milieu granulaire, plus particulièrement celui du jet, est intrinsèquement lié aux interactions entre les particules. Nous allons maintenant définir et classer les particules en fonction de leur diamètre caractéristique et des forces extérieures qu'elles subissent.

## 2.2 Caractérisation de la taille des particules

### 2.2.1 Classification des particules

Afin de décrire correctement le milieu granulaire, il est important de caractériser la taille et la forme des particules. Ceci se fait par une étude granulométrique afin de mesurer la taille des particules.

Dans la littérature on trouve différentes méthodes pour classer les particules.



La plus simple est celle proposée par Brown and Richards [17] qui repose sur le diamètre des particules :

- Le solide brisé : de taille supérieure à 3 mm (par exemple les éboulis ou les graviers).
- Le solide granulaire : de taille entre 100  $\mu\text{m}$  et 3 mm.
- Les poudres : compris entre 1  $\mu\text{m}$  et 100  $\mu\text{m}$ .
  - les poudres granulaires (10 - 100  $\mu\text{m}$ ),
  - les poudres superfines ou fines (1 - 10  $\mu\text{m}$ ),
  - et les poudres ultrafines (0.1 - 1  $\mu\text{m}$ ).
- Les colloïdes et nano particules : avec des tailles inférieures à la centaine de nanomètres.

D'autres types de classification existent tel que la classification de Geldart [39] qui est largement utilisée dans le domaine du génie des procédés qui se base sur la taille et sur la masse volumique des particules. Nous ne détaillerons pas cette classification.

### 2.2.2 Distribution granulométrique et diamètres moyens

La taille des particules et leur distribution sont des paramètres importants pour la modélisation du milieu granulaire. Pour cette raison il est nécessaire de définir des outils statistiques pour décrire la distribution en taille des particules.

La caractérisation de la taille des particules qui composent une poudre se fait généralement par tamisage ou par des méthodes optiques. Ces méthodes expérimentales permettent d'obtenir soit la distribution de nombre cumulé  $F_n(D)$  ou soit une distribution de volume cumulée  $F_v(D)$ . La figure 2.4 montre un exemple de la distribution de volume. A partir de  $F_v(D)$ , il est possible de définir le diamètre  $d_{50}$  pour lequel 50% de la masse du solide est contenue par les particules plus petites que le diamètre  $d_{50}$ .

La distribution granulométrique peut être définie par la fonction de densité de probabilité en nombre  $f_n(D)$  ou en volume  $f_v(D)$ .  $f_n(D)$  est la probabilité que le diamètre d'une particule compris entre  $D$  et  $D + dD$  soit égale à  $f_n(D)dD$ . La fonction de distribution volumique  $f_v(D)$  est reliée à cette densité avec,

$$f_v(D) = \frac{\pi D^3}{6V} f_n(D) \quad (2.1)$$

où  $V$  est le volume cumulé de toutes les particules.  $f_v(D)$  est alors le rapport entre le volume occupé par les particules de diamètre compris entre  $D$  et  $D + dD$ . Si la distribution a été normalisée, la fonction de distribution possède la propriété suivante,

$$\int_0^{D_{max}} f_v(D) dD = 1 \quad (2.2)$$

où  $D_{max}$  représente la taille maximum des particules. Cette fonction de probabilité est reliée à la distribution cumulée par

$$F_v(D_{max}) = \int_0^{D_{max}} f_v(D) dD . \quad (2.3)$$

Les expériences montrent que  $f_V(D)$  possède des formes très diverses : mono-modale, bi-modale, demi-Gaussienne, log-normale. Cependant la distribution de type log-normale se retrouve dans de multiples applications mettant en jeu des particules solides. La distribution log-normale s'écrit :

$$f_V(D) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\log(D) - \bar{d}}{\sigma\sqrt{2}} \right)^2 \right] \frac{1}{D} . \quad (2.4)$$

La figure 2.4 montre la forme de cette distribution,  $\bar{d}$  est le diamètre moyen en volume son expression est la suivante :

$$\bar{d} = \int_0^{D_{max}} D f_V(D) dD \quad (2.5)$$

et le terme  $\sigma$  est l'écart-type défini comme :

$$\sigma^2 = \int_0^{D_{max}} (D - \bar{d})^2 f_V(D) dD \quad (2.6)$$

En règle générale, la polydispersité est évaluée en utilisant le “span” qui mesure la largeur de la distribution  $((d_{90} - d_{10})/d_{50})$  ou le coefficient de variation qui est une mesure d'un écart type relatif  $((d_{75} - d_{25})/d_{50})$ .

La loi log-normale cumulée s'écrit :

$$F_V(D) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{D_{max}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\log(D) - \bar{d}}{\sigma\sqrt{2}} \right)^2 \right] \frac{dD}{D} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\log(D) - \bar{d}}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right] \quad (2.7)$$

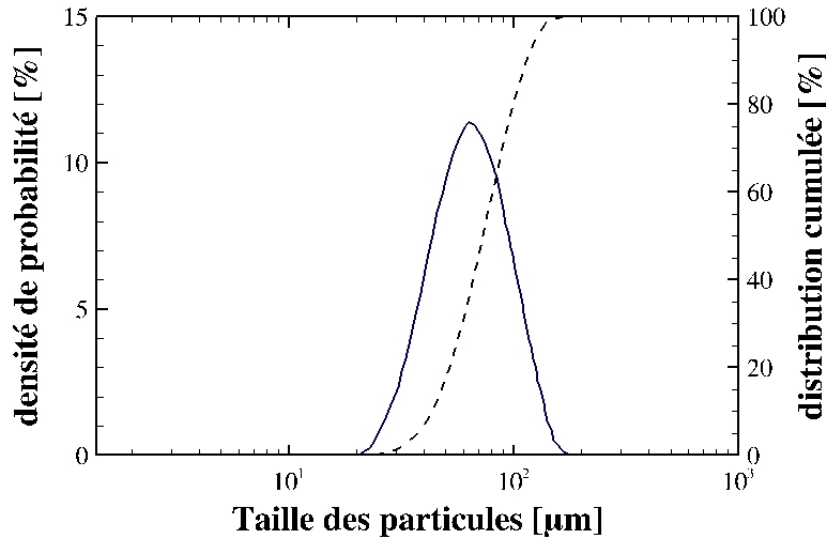


FIGURE 2.4 – La ligne continue représente la fonction de distribution volumique et la ligne en pointillés représente la fonction de distribution volumique cumulée, pour la classe de particule 40-63 d’Ansart et al. [5], obtenue avec le Mastersizer 2000.

avec la fonction erreur :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (2.8)$$

Il est possible de définir d'autres diamètres moyens, par exemple :

— le diamètre moyen surfacique :

$$d_{20} = \left( \int_0^\infty D^2 f_V(D) dD \right)^{1/2} \quad (2.9)$$

— le diamètre moyen volumique :

$$d_{30} = \left( \int_0^\infty D^3 f_V(D) dD \right)^{1/3} \quad (2.10)$$

— le diamètre moyen de Sauter [95] :

$$d_{32} = \frac{\int_0^\infty D^3 f_V(D) dD}{\int_0^\infty D^2 f_V(D) dD} = \frac{d_{30}^3}{d_{20}^2} \quad (2.11)$$

qui représente le diamètre d'une sphère ayant le même rapport surface/volume que la particule.

## 2.3 Forces agissant sur les particules

### 2.3.1 Forces exercées sur une particule isolée

Maxey and Riley [75] et Gatignol [38] ont effectué une dérivation rigoureuse de l'équation du mouvement d'une petite particule isolée par une méthode de perturbation. De nombreuses forces s'exercent sur une particule parmi lesquelles : la force de flottabilité, de traînée, d'histoire, de masse ajoutée, de Tchen<sup>1</sup>, la portance. Dans le cadre d'une particule solide dans un mouvement de pure translation dans de l'air, et dont la masse volumique est très supérieure à celle de l'air, alors les forces s'exerçant sur la particule se réduisent à la poussée d'Archimède et la force de traînée.

$$F = F_D - \mathcal{V}_p \frac{\partial P_f}{\partial x} \quad (2.12)$$

où  $\mathcal{V}_p = \pi d_p^3/6$  est le volume de la particule.

Pour sa part, la force de traînée,  $\mathbf{F}_D$ , est due au frottement visqueux du gaz sur la surface de la particule. Elle s'exprime de la manière suivante :

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2} C_d S \rho_f \| \mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p \| (\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p) \quad (2.13)$$

---

1. La force de Tchen représente l'action exercée par l'écoulement non perturbé sur le volume de fluide occupé par la particule. Elle est calculée en intégrant les forces de pression exercée par le fluide non perturbé sur le volume de la particule et en retranchant la poussée d'Archimède.

$\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p$  est la vitesse relative entre la particule et le fluide, avec  $\mathbf{u}_p$  la vitesse du centre de masse de la particule et  $\mathbf{u}_{f@p}$  la vitesse de l'écoulement non-perturbé au même point.

Selon Clift et al. [23], le coefficient de traînée  $C_d$  peut dépendre du nombre de Reynolds particulaire :

$$Re_p = \frac{\|\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p\| d_p}{\nu_f} . \quad (2.14)$$

Le nombre de Reynolds représente le rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses.

### 2.3.2 Modélisation du coefficient de traînée

Pour de faibles nombres de Reynolds ( $Re_p \ll 1$ ), Stokes [107] obtient une valeur analytique du coefficient de traînée :

$$C_d = \frac{24}{Re_p} \quad (2.15)$$

Lorsque le nombre de Reynolds augmente cette relation n'est plus valide car des phénomènes de dissymétrie de l'écoulement, de décollement de couche limite et de création de sillages apparaissent. Il est alors nécessaire de modéliser le coefficient de traînée à partir de résultats expérimentaux ou de simulations numériques. Il existe de nombreuses corrélations pour étendre le coefficient de traînée. La corrélation semi-empirique définie par Schiller and Nauman [98] est une des plus utilisée, elle s'écrit sous la forme suivante :

$$C_d = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) & Re_p < 1000 \\ 0.44 & Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (2.16)$$

La figure 2.5 montre la comparaison de la loi de Stokes (2.15) et de l'équation de Schiller and Nauman [98] (2.16). Au-delà de l'unité la loi de Stokes (2.15) ne suit plus l'expérience tandis que celle de Schiller and Nauman [98] est en bon accord avec les résultats expérimentaux.

La corrélation de Wen and Yu [114] est une pondération par le taux de présence de la corrélation de Schiller and Nauman [98] dont l'exposant est évalué par des expériences de sédimentation. Elle s'exprime de la manière suivante,

$$C_d^{WY} = \begin{cases} \frac{24}{Re_p^*} \alpha_f^{-1.7} (1 + 0.15 Re_p^{*0.687}) & Re_p < 1000 \\ 0.44 \alpha_f^{-1.7} & Re_p^* \geq 1000 \end{cases} \quad (2.17)$$

où  $\alpha_f$  est introduit afin de prendre en compte l'effet d'occupation du volume par les particules. Ainsi le nombre de Reynolds particulaire est lui aussi modifié :

$$Re_p^* = \frac{\alpha_f \|\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p\| d_p}{\nu_f} . \quad (2.18)$$

En 1952, Ergun [31] propose pour des milieux denses :

$$C_d^{Ergun} = \alpha_f \frac{200}{Re_p^*} + \frac{7}{3} \quad (2.19)$$

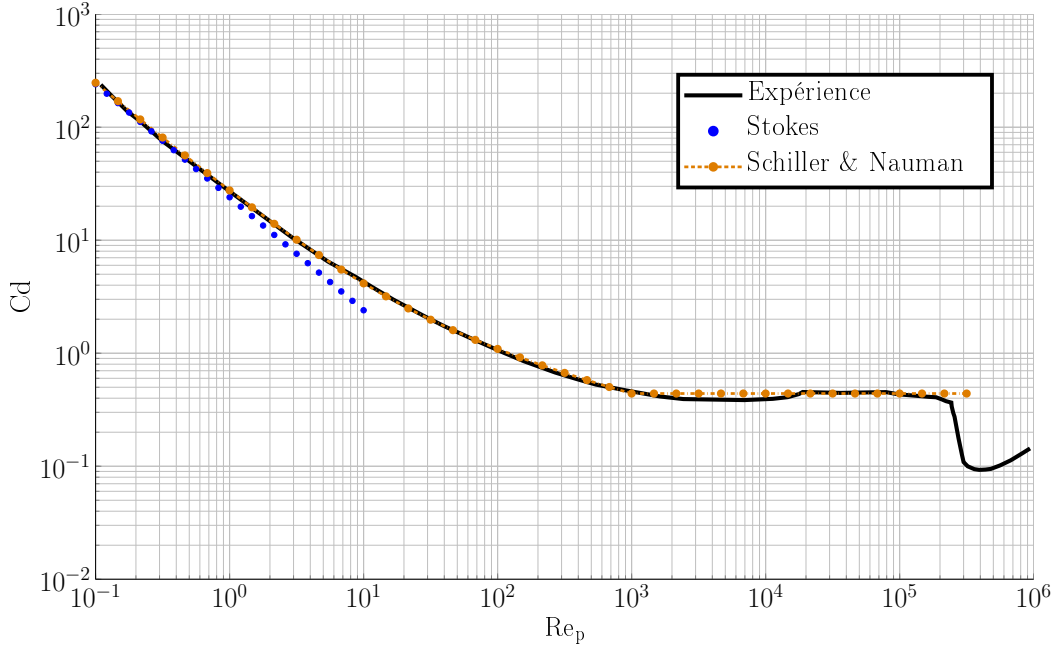


FIGURE 2.5 – Comparaison de la loi de Stokes (2.15) et de l'équation de Schiller and Nauman [98](2.16).

En 2003, Gobin et al. [42] proposent une autre forme du coefficient de traînée qui est une combinaison des corrélations de Wen and Yu [114] et d'Ergun [31]. La corrélation de Gobin et al. [42] s'écrit de la manière suivante :

$$C_d = \begin{cases} C_d^{WY} & \alpha_f \geq 0.7 \\ \min(C_d^{WY}, C_d^{Ergun}) & \alpha_f < 0.7 \end{cases} \quad (2.20)$$

Cette dernière corrélation a été utilisée pour les simulations numériques dans les chapitres suivants. Elle a été validée par des comparaisons sur les hauteurs de lit fluidisé obtenues numériquement avec celles mesurées et déduites à partir de mesures de pression au niveau de la paroi d'un réacteur pilote (Gobin et al. [42, 43]).

La figure 2.6 montre l'évolution du coefficient de traînée en fonction de la fraction volumique des particules pour différentes valeurs du nombre de Reynolds particulaire. Pour  $Re_p^* = 500$  la corrélation de Gobin et al. [42] suit la corrélation de Wen and Yu [114]. Pour des nombres de Reynolds de 10 et 100 et lorsque  $\alpha_p < 0.3$  Gobin et al. [42] correspond à Wen and Yu [114]. Pour des fractions volumiques plus élevées la corrélation de Gobin et al. [42] suit la corrélation d'Ergun [31]. Dans la littérature, nous remarquons que la loi de Gobin et al. [42] permet d'enlever la discontinuité de la corrélation de Gidaspow [40] aux forts  $Re_p^*$ .

La force de traînée s'exerçant sur une particule isolée n'est pas la même lorsque l'on a un ensemble de particules, en raison de l'effet d'encombrement. A l'heure actuelle, le seul paramètre qui est pris en compte est la fraction volumique. Or dans la réalité si une cellule se compose de plusieurs particules en chute libre, le frottement de l'air exercé sera différent sur chaque particule. Les particules meneuses

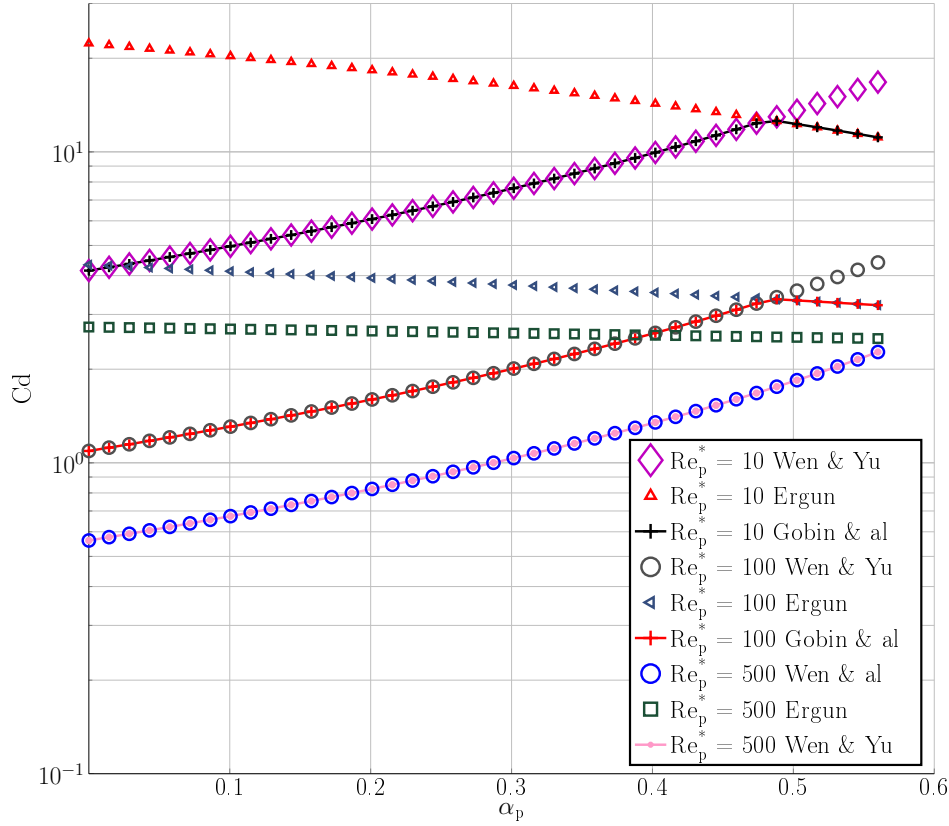


FIGURE 2.6 – Evolution du coefficient de traînée en fonction de la fraction volumique des particules pour les différentes lois à nombre de Reynolds  $Re_p^* = 10, 100$  et  $500$ .

se retrouvent davantage sollicitées par la friction de l'air contrairement aux particules situées dans le sillage, ceci s'appelle l'effet de peloton que l'on retrouve dans le cyclisme. Cet effet est davantage présent dans les cas polydisperses.

Le transfert de la quantité de mouvement est un des points clé des simulations gaz-solide dans les lits fluidisés. Dans la littérature de nombreuses corrélations peuvent être trouvées pour prédire la force de traînée mais ces corrélations ne satisfont pas en général l'ensemble des différentes configurations : diluée ou dense, faible ou fort nombre de Reynolds, mono ou polydisperse. Au vu des nouvelles avancées d'un point de vue numérique, de nouvelles méthodes de simulation numérique telle que Body-fitted CFD [73], fictitious domain approach [41], Lattice Boltzmann method (LBM) [10, 49, 50, 94, 110], méthodes aux frontières immergées [108] émergent. Toutefois, à l'heure actuelle l'ensemble de ces méthodes se base sur un réseau de sphères fixes, positionnées soit aléatoirement soit dans des configurations connues. Cette hypothèse forte que la traînée n'est pas modifiée par le rapprochement des particules, laisse un doute quant à la comparaison avec l'expérience. Afin de mieux comprendre ces différences, une étude est présentée en annexe B, elle compare les différentes corrélations numériques et les corrélations semi-empiriques de la littérature.

### 2.3.3 Vitesse terminale de chute ou d'ascension $V_T$

La vitesse terminale de chute de la particule s'obtient avec le principe fondamental de la dynamique appliquée à une particule soumise aux forces surfaciques de traînée et d'Archimède, ainsi qu'à la force volumique du poids :

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = C_d \left( \frac{\pi d_p^2}{8} \right) \rho_f \|\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p\| (\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p) + (m_f - m_p) \mathbf{g} \quad (2.21)$$

Ce qui nous donne :

$$C_d \frac{\pi \rho_f d_p^2}{8} V_T^2 = \frac{4}{3} \pi \left( \frac{d_p}{2} \right)^3 (\rho_p - \rho_f) \mathbf{g} \quad (2.22)$$

où l'on considère que l'on atteint la vitesse limite terminale de la particule notée  $V_T$  à laquelle on associe le nombre de Reynolds terminal  $Re_{pT}$  sous la forme suivante :

$$Re_{pT} = \frac{\rho_f \mathbf{V}_T d_p}{\mu_f} \quad (2.23)$$

permettant de réécrire l'équation (2.22) sous la forme suivante :

$$C_d Re_{pT}^2 = \frac{4}{3} Ga \quad (2.24)$$

où  $Ga$  correspond au nombre adimensionnel de Galilée (ou nombre d'Archimède) qui s'exprime :

$$Ga = \frac{d_p^3 \mathbf{g} (\rho_p - \rho_f) \rho_f}{\mu_f^2} \quad (2.25)$$

Pour obtenir la vitesse terminale, il faut connaître le coefficient de traînée. Pour ce faire, on utilise les corrélations décrites dans la section précédente. Par exemple, en remplaçant le coefficient de traînée par la loi de Stokes (2.15) dans l'équation (2.24) on obtient :

$$Re_{pT} = \frac{1}{18} Ga \quad \Rightarrow \quad V_T = \frac{1}{18} \frac{d_p^2 g}{\mu_f} (\rho_p - \rho_f) \quad (2.26)$$

Avec la corrélation de Schiller and Nauman [98] (2.16) (pour des nombres de Reynolds plus élevés), l'équation (2.24) devient :

$$\frac{4}{3 Re_{pT}^2} Ga = \frac{24}{Re_{pT}} (1 + 0.15 Re_{pT}^{0.687}) \quad (2.27)$$

A partir de cette dernière expression 2.27 la vitesse terminale peut être résolue avec une méthode itérative. Afin de valider la vitesse terminale de chute, nous comparons la solution obtenue numériquement à une expérience menée par Belkelfa [11]. Son expérience montre l'évolution expérimentale de la vitesse d'une goutte d'eau sphérique en chute libre (voir Figure 2.7). Belkelfa [11] considère que la perte de masse de la goutte due à l'évaporation est négligeable. Nous observons que la goutte de diamètre de 364  $\mu\text{m}$ , atteint sa vitesse terminale de chute sur une distance de 50 cm du point de chute et la goutte de diamètre 454  $\mu\text{m}$  l'atteint

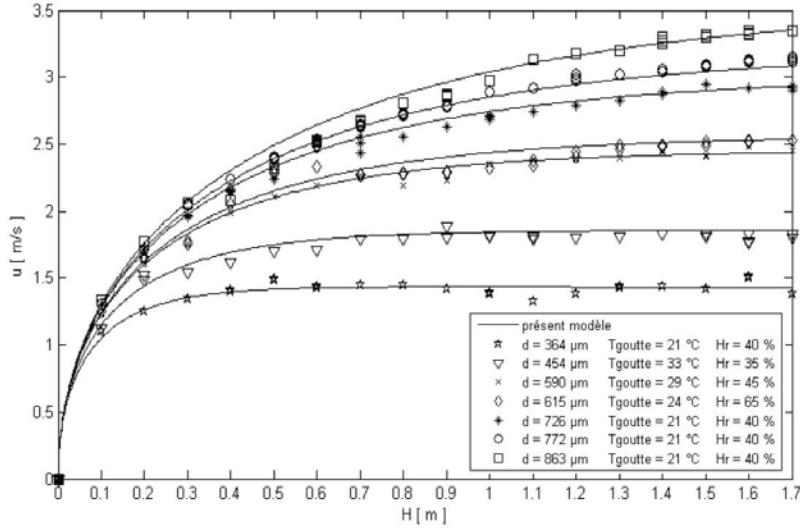


FIGURE 2.7 – Evolution de la vitesse d'une goutte d'eau en chute libre dans l'air en fonction de la hauteur, figure extraite de la thèse de Belkelfa [11].

diamètre ( $\mu\text{m}$ )	364	454	590	615	726
expérience ( $\text{m.s}^{-1}$ )	1,427	1,854	2,432	2,533	2,923
numérique ( $\text{m.s}^{-1}$ )	1,458	1,839	2,381	2,477	2,892
erreur	2 %	8,01%	2%	2,2%	1%

FIGURE 2.8 – Comparaison entre l'expérience et le numérique pour la vitesse terminale de chute des particules liquides en fonction du diamètre.

vers 100 cm. La prédiction est satisfaisante (voir Tableau 2.8), ce qui valide les hypothèses précédentes sur le calcul de la vitesse terminale de chute pour des solides indéformables.

En conclusion, la prédiction de la vitesse terminale dépend de plusieurs paramètres à savoir : la nature (masse volumique, taille et forme) de la particule, les propriétés physiques de la phase continue et le nombre de Reynolds qui est directement lié au coefficient de traînée.

### 2.3.4 Temps de relaxation cinématique $\tau_p$

Le temps de relaxation de la particule  $\tau_p$  correspond au temps de réponse de la particule aux fluctuations du fluide porteur défini sous la forme suivante :

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = -\frac{\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p}{\tau_p} + \frac{(m_p - m_f)\mathbf{g}}{m_p} \quad (2.28)$$

Ce temps  $\tau_p$  s'identifie avec l'équation de la dynamique pour laquelle uniquement les forces de traînée (2.13) et de la poussée d'archimède sont prises en compte :

$$\tau_p = \frac{m_p}{\frac{\pi d_p^2}{8} \rho_f C_d |\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p|} = \frac{4d_p}{3C_d |\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p|} \frac{\rho_p}{\rho_f} \quad (2.29)$$



Dans le cas de loi de Stokes ( $Re_p \ll 1$ ), le coefficient de traînée (2.15) s'exprime  $C_d = 24/Re_p$ , en considérant la gravité négligeable l'équation se réduit à :

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = -\frac{\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p}{\tau_p} \Rightarrow \frac{\pi d_p^3 \rho_p}{6} \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = 3\pi\mu_f d_p (\mathbf{u}_{f@p} - \mathbf{u}_p) \quad (2.30)$$

On sépare les variables  $t$  et  $\mathbf{u}_p$  puis on intègre, la relation devient alors :

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{U} \left( 1 - \exp \left( -\frac{18\mu_f t}{d_p^2 \rho_p} \right) \right) = \mathbf{U}(1 - e^{-t/\tau_p}) \quad (2.31)$$

L'expression  $\tau_p$  pour un écoulement Stokes est égale à :

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_f} \quad (2.32)$$

Après la caractérisation du milieu granulaire et de la particule, concentrons-nous maintenant sur la spécificité de notre étude à savoir le silo.

## 2.4 Stockage et écoulement de particules solides

Le silo représente la méthode de stockage de matériaux la plus simple, composée d'un réservoir, souvent de forme cylindrique ou conique. Afin de disposer de la matière, une sortie est généralement placée en bas du réservoir. Lors de l'ouverture du silo, si la base est plate, il y a formation de zones quasi-statiques proches de la sortie. L'ajout d'une base conique tronquée permet de limiter ces zones lors de la vidange. Beverloo et al. [14] relève que le débit massique des particules dépend principalement de cette partie basse. En effet, des expériences démontrent que le poids des grains se répartit par des interconnexions entre les grains et les parois. Le phénomène d'interconnexion entre particules-particules et particules-paroi est appelé chaînes de force. Ces interconnexions limitent l'impact de la géométrie supérieure. Deux types d'écoulements extrêmes peuvent être notés lors de l'écoulement d'un silo (Jenike [59]).

- Écoulement en masse (mass flow), il y a une mise en mouvement générale des grains au sein du silo, les grains se déplacent quasi-uniformément lors de la vidange, les particules sortant en premier sont celles présentes dans la partie basse. Ce type d'écoulement se produit seulement lorsque les parois sont assez lisses et raides.
- Écoulement en cheminée (funnel flow), un écoulement central s'effectue sous forme de cheminée, la zone entourant la cheminée reste immobile, ce type d'écoulement existe lorsque les parois sont trop rugueuses, ou trop pentues. À l'inverse du comportement précédent les particules insérées les dernières sont les premières à sortir.

Des comportements différents sont observés lors de l'écoulement des silos, pouvant être inhérents à un écoulement en cheminée ou indépendants du régime d'écoulement. La figure 2.9 représente les différents problèmes pouvant intervenir lors de la vidange d'un silo.

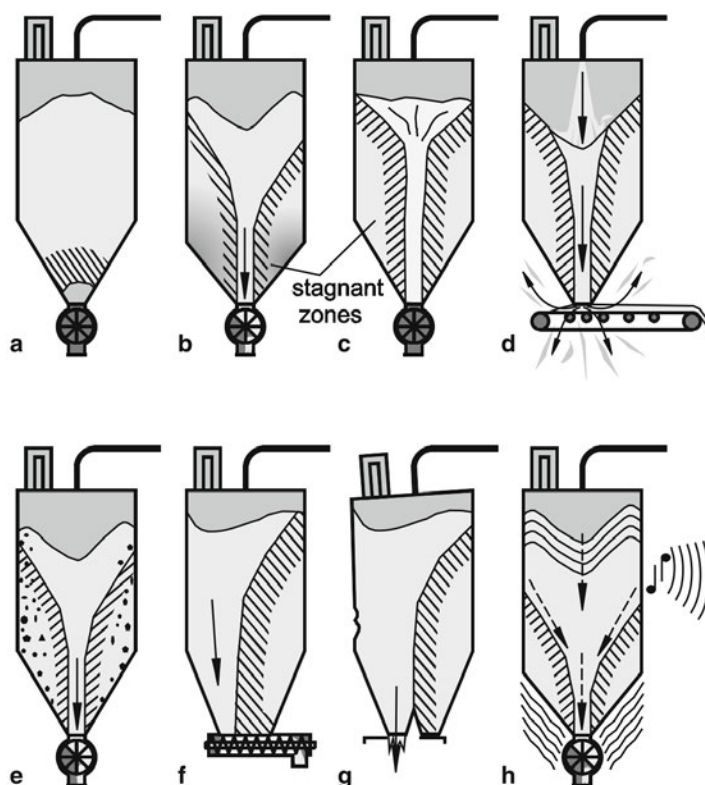


FIGURE 2.9 – Différents problèmes pouvant survenir lors de la vidange d'un silo. (a) formation d'arche, (b) écoulement en cheminée (funnel flow), (c) cheminée stable (Ratholing), (d) Submergence (flooding), (e) ségrégation, (f) décharge non-uniforme due à vis sans-fin provoquant l'écoulement d'entonnoir excentrique, (g) décharge à travers deux sorties non-uniforme due à l'obstruction d'une des sorties, (h) vibrations (tremblement du silo et le bruit du silo). Illustration extraite du livre de Schulze [101].

### 2.4.1 Formation de voûte

Les voûtes utilisées depuis longtemps en architecture permettent la répartition du poids de l'ensemble de la structure sur des piliers ou des parois. En milieux granulaires, le principe est similaire. Les grains en contact direct créent des chaînes de force directement reliées aux parois. Ainsi les parois "portent" une partie du poids : c'est l'effet de voûte. Du fait de la mise en mouvement du grain à l'intérieur du silo, ce réseau de chaîne de force évolue. Lorsque la taille des grains n'est plus négligeable devant celle de l'orifice il peut y avoir la formation d'arches qui peuvent obstruer complètement l'orifice et empêcher la vidange du silo (Figure 2.9 (a)). Cependant des questions subsistent, notamment lorsque la situation est dans un état dit "bloqué" (jamming) où il n'y a plus d'écoulement de grain dans le système [116], ainsi qu'un état dit "intermittent" où il existe une succession d'états bloqués et d'avalanches.

### 2.4.2 Formation de cheminée stable (ratholing)

Lorsque les poudres sont cohésives, il peut arriver que l'écoulement s'effectue seulement par une mince voie à travers le milieu granulaire (approximativement un diamètre d'injecteur). Une cheminée stable est créée sur la partie supérieure, seulement le solide au-dessus de celle-ci est en mouvement (Figure 2.9 (c)).

### 2.4.3 Submergence

Le stockage particulier des poudres fines et avec une masse volumique faible nécessite d'aérer le silo afin de faciliter la décharge. En effet, les particules peuvent se retrouver en suspension localement due à un apport d'air extérieur (phénomène de fluidisation). Le matériau granulaire se disperse de manière incontrôlée à la sortie du silo (Figure 2.9 (d)).

### 2.4.4 Ségrégation

Pour des mélanges de poudres de tailles et/ou de densité différentes, l'effet de ségrégation apparaît lorsque le mélange est soumis à la gravité et à des vibrations. Il est appelé aussi le problème de "Brazil-nut effect", qui tend à séparer le mélange, et à regrouper les fines particules et les grosses particules entre elles. Lorsque le système vibre les grosses particules, même les plus lourdes se trouvent toujours à la surface, les fines particules percolent dans les interstices créés par la vibration. Elles remplissent l'espace inférieur et chassent les grosses particules vers la surface.

### 2.4.5 Vibration

Afin d'améliorer la coulabilité de l'écoulement du silo en sortie du silo, il est possible de produire des vibrations sur le silo. Différents processus existent comme le fait de mettre un fond vibrant ou bien encore de taper afin de rompre les formations d'arches. Lors de la vidange le silo, le silo peut être soumis à une vibration propre de la géométrie (due à l'acoustique ou des jeux dans les fixations), cette vibration peut provoquer de faibles fluctuations et modifier le comportement au sein du silo, changeant la cinématique du silo (rupture/formation d'arches) ainsi que le débit de solides en sortie (Figure 2.9 (h)). Des effets indésirables peuvent intervenir si les vibrations sont trop fortes tels que l'affaiblissement voire l'éventrement de la structure.

### 2.4.6 Détérioration ou explosion

Des risques d'explosions ou de détériorations du silo peuvent survenir lors de la décharge. Ils peuvent être provoqués par la possibilité de formation d'électricité statique lors de la décharge de poudre organique. Auxquelles cette formation est directement liée aux frottements des particules en paroi ainsi qu'à la mise en suspension de poussière. C'est pour cela que l'on souhaite limiter les émissions de poussières lors de la décharge et que les silos sont reliés à la terre pour limiter ces risques.



FIGURE 2.10 – Effondrement d’un silo.

#### 2.4.7 Autres influences

D’autres influences externes peuvent influencer sur le comportement de la vidange à la sortie du silo, notamment lorsque les particules se lient entre elles par l’humidité ou bien encore lorsqu’elles sont chargées. Le domaine d’étude étant large, nous allons décrire dans la suite le comportement du silo dans un cas continu.

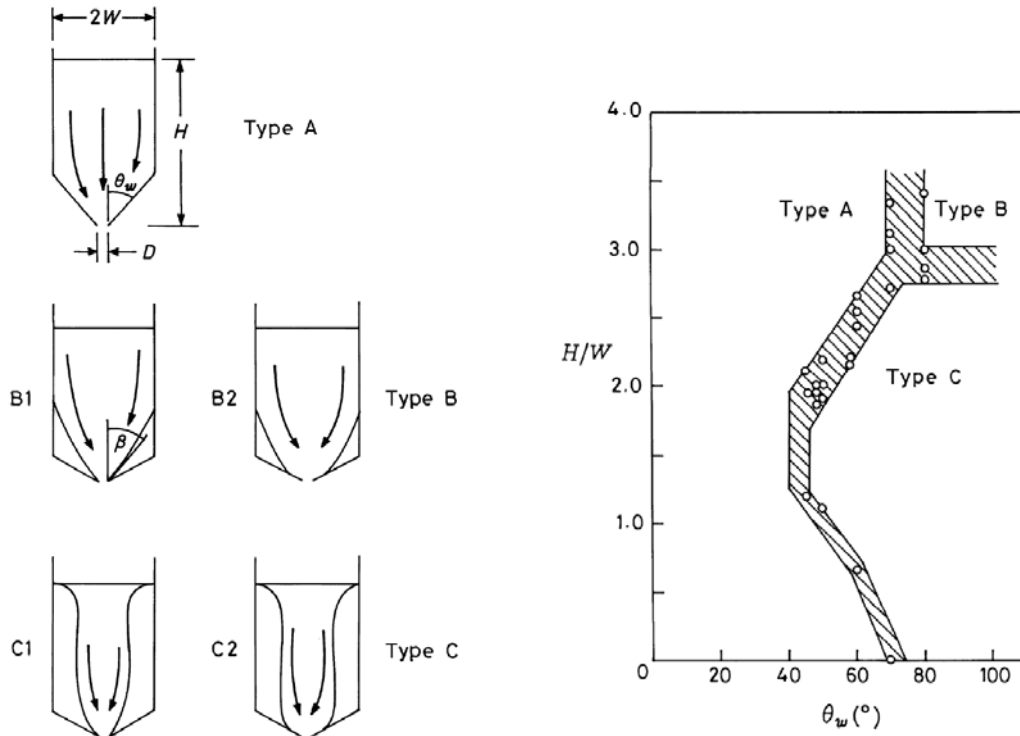
#### 2.4.8 Cinématique de l’écoulement dans le silo

La figure 2.11 montre les différentes désignations pour la trémie, ainsi que le comportement à l’intérieur du silo. La configuration *A* représente l’écoulement en masse, l’écoulement proche de l’injecteur est influencé par l’interaction des particules avec la paroi. Une zone stagnante existe dans les autres configurations caractérisées par l’angle de friction interne noté  $\beta$ . Il est défini à  $\pi/2$  moins l’angle de repos  $\theta_r$  (l’angle de repos est défini comme l’angle que fait l’interface avec l’horizontale juste après l’avalanche). En effet dans une configuration de type avalanche, le solide s’accumule jusqu’à atteindre un angle critique appelé angle d’avalanche. Puis intervient la rupture et le déversement du solide jusqu’à un angle de repos.

Proche de l’injecteur, nous avons deux configurations, le cas *B1* où la friction s’effectue majoritairement par la friction intra-grain et le cas *B2* qui rejoint le cas *A* avec l’interaction particule/paroi. Les configurations *C* comportent une zone stagnante beaucoup plus importante, cette zone coupe l’écoulement de particules de la paroi latérale.

Cette étude permet de comprendre l’écoulement interne, notamment l’influence de la trémie conique. En effet en fonction de son angle, des zones stagnantes peuvent apparaître et des effets d’intermittences du déchargement si l’angle de ce dernier se situe dans l’intervalle de l’angle de repos et de l’angle d’avalanche.

L’étude de Janssen [58] et sa traduction par Sperl [105] font une analyse théo-



(a) Régime d'écoulement type A : mass flow ; type B (B1 et B2) et C (C1 et C2) : funnel flow. (b) Classification des écoulements en fonction de l'angle de la trémie ( $\theta_w$ ) et du rapport de hauteur, la zone hachurée représente une zone intermédiaire entre deux régimes, les expériences ont été menées par radiographie par Rayon X.

FIGURE 2.11 – Figure extraite de Rao et al. [91] et Nguyen et al. [79].

rique de la distribution des contraintes dans un silo cylindrique. Ses hypothèses de travail sont :

- uniformité de la contrainte verticale ;
- contraintes radiales proportionnelles aux contraintes verticales ;
- friction grains-paroi entièrement mobilisée.

Janssen [58] effectue un bilan des contraintes sur une tranche et montre que lorsque la hauteur est supérieure à deux fois la largeur du silo, l'effet de saturation de pression apparaît. C'est-à-dire que lorsque la hauteur est suffisamment grande seul l'effet de la pression contrôle l'écoulement à proximité du trou indépendamment de la hauteur de grains. Les expériences montrent que l'écoulement est indépendant de la largeur du récipient. L'arc fermé par le contact entre grains et le frottement sur la paroi représente l'effet de voûte. Cet effet a pour cause une répartition du poids des grains sur les parois du silo, il est alors nécessaire d'avoir des parois robustes afin de supporter le poids des grains.

De récentes études montrent que le débit n'est pas influencé par la pression au fond du silo. En effet Aguirre et al. [1] montrent que pour une configuration

horizontale en 2D la pression diminue au cours du temps alors que le débit est constant. Ce résultat a aussi été observé pour une configuration horizontale menée par Perge et al. [86]. Leur conclusion est que la pression n'est pas la composante qui influe sur le débit. La vidange n'est alors pas contrôlée par l'effet de Janssen, l'origine physique du débit reste alors floue.

Un résultat intéressant des travaux de Janda et al. [56] est l'existence d'une loi qui unifie sur une courbe maîtresse les profils de vitesses normalisées par la vitesse maximale en fonction de la taille d'ouverture au niveau de l'orifice de sortie. Ces profils ont une forme quasi parabolique. L'idée de tirer une telle loi a été motivée par la communauté des écoulements confinés de matériaux divisés [63, 72].

Les travaux de Percier [85] reproduisent numériquement l'expérience de [86] (en Discrete Particle Simulation (DPS) à deux dimensions), il montre que la zone libre au-dessus de l'orifice dépend linéairement de l'ouverture de l'orifice ainsi que de la dissipation d'énergie dans cette zone. L'étude n'a pas été poussée pour traiter la variation d'énergie des particules en faisant varier des paramètres tels que le frottement ou le coefficient de restitution. La dissipation proche de la sortie pourrait être un facteur important sur le débit de vidange.

#### 2.4.9 Loi sur le débit de vidange

Il semble évident que la vidange d'un silo ne s'effectue pas comme celle d'un réservoir de liquide. En effet la vidange d'un réservoir, ou d'une clepsydre, dépend de la hauteur de l'eau (formule de Torricelli), contrairement au silo ou au sablier qui eux sont indépendants de la taille et de la hauteur du silo. Il est difficile de déterminer les facteurs qui influencent le débit. De nombreuses causes interviennent, d'un point vu de la conception :

- la forme et la taille de l'orifice ;
- la forme de la trémie (cylindrique/conique) ;
- et le remplissage du silo.

et d'un point de vue physique :

- agrégation (si la taille des grains est faible) ;
- ségrégation ;
- polydispersion ;
- formation d'arches ;
- frottement avec les parois ;
- inélasticité des poudres.

On retrouve lors de la vidange de matériau granulaire la loi de Beverloo et al. [14]

$$Q = C\alpha_p\rho_p\sqrt{g}(D - \kappa d_p)^{5/2} \quad (2.33)$$

où  $D$  représente le diamètre de l'orifice,  $d_p$  le diamètre des particules,  $\alpha_p$  la fraction volumique et  $\rho_p$  la masse volumique des particules. Dans l'équation (2.33), le coefficient  $C$  est une constante représentant la compacité dont la valeur est comprise entre 0.5 et 0.6. Le coefficient  $\kappa$  permet d'avoir un débit nul lorsque l'ouverture est de l'ordre de la taille du grain (il est compris entre 1 et 2). Dans la littérature, ces coefficients ont les valeurs suivantes :  $\kappa \geq 1.5$  et  $C = 0.56$ . On remarque que cette

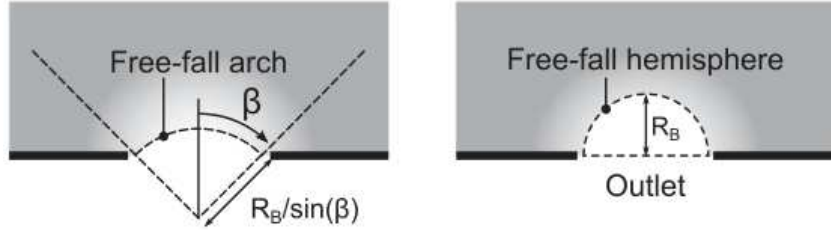


FIGURE 2.12 – Le domaine de chute libre (free fall), à gauche parabolique [46] et à droite hémisphérique [17].

loi prédit que le débit massique de solide est fonction du diamètre de l'injecteur à la puissance 5/2. Son domaine de validité est  $d_p > 400 \mu\text{m}$ .

Si la taille des grains est inférieure à  $400 \mu\text{m}$ , il existe une forme modifiée de la loi de Beverloo avec l'introduction de l'effet du gradient de pression provenant de l'entraînement de l'air [26] :

$$Q = C \alpha_p \rho_p \sqrt{g + \left( \frac{dP}{dz} \right)_0 \frac{1}{\rho_p} (D - \kappa d_p)^{5/2}} \quad (2.34)$$

où  $(dP/dz)_0$  est le gradient de pression vertical généré par l'entraînement de l'air il est considéré entre les deux extrémités de la zone de chute libre, c'est-à-dire au niveau de l'orifice de sortie et à un rayon au-dessus de cet orifice. La zone de chute libre provient de l'effet d'arche, elle est considérée au début comme une parabole par Hagen [46] mais Brown and Richards [17] montrent que cette zone serait un dôme hémisphérique (Figure 2.12), où  $R_B$  correspond au rayon du diamètre d'orifice.

Le gradient de pression vertical peut être estimé par la corrélation d'Ergun [31] :

$$\frac{\Delta p}{R_B} = \frac{150 \mu_f \alpha_p^2 U_p}{(1 - \alpha_p)^3 d_p^2} + \frac{1.75 \alpha_p \rho_f U_p^2}{(1 - \alpha_p)^3 d_p} \quad (2.35)$$

Les deux équations sont reliées par la relation suivante :  $(dP/dz)_0 = \Delta p / R_B$ . Ce qui permet de réécrire l'équation (2.35) avec l'équation (2.19) et un facteur multiplicatif tel que :

$$\Delta p = \frac{\alpha_p}{1 - \alpha_p} \rho_f \frac{U_p^2 D}{d_p^2} \left[ \frac{150 \alpha_p}{Re_p^*} + 1.75 \right] \quad (2.36)$$

$$= \frac{3}{4} \frac{\alpha_p}{1 - \alpha_p} \rho_f \frac{U_p^2 D}{d_p^2} C_d^{Ergun} \quad (2.37)$$

avec  $Re_p^* = (\rho_f U_p d_p (1 - \alpha_p)) / \mu_f$ .

Il existe dans la littérature de nombreuses expériences sur la trémie [29, 71, 78]. Ces expériences montrent que la loi de Beverloo est pertinente lorsque la taille des particules est supérieure à  $0.5 \text{ mm}$ . En revanche, la loi de Beverloo n'est plus en accord avec les expériences pour des particules petites [26] comme dans le cas étudié par Ansart [4].

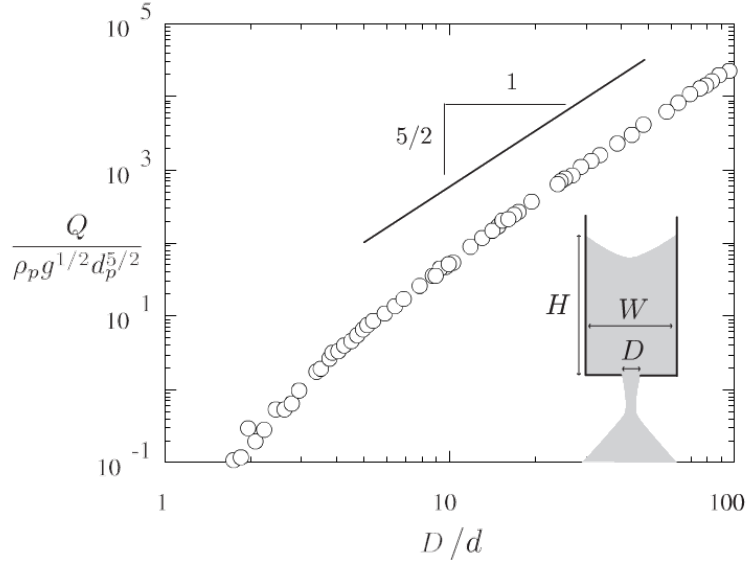


FIGURE 2.13 – Vidange d’un milieu granulaire à travers un orifice. Mesure du débit massique  $Q$  en fonction de la taille de l’orifice (données d’après Mankoc et al. [71]). Figure extraite d’Andreotti et al. [3].

En définitive lorsque l’écoulement est continu, et pour des particules ayant un diamètre supérieur à  $400 \mu\text{m}$  le débit massique est constant et suit une loi en fonction du diamètre de l’injecteur en puissance  $5/2$ . Ce débit est contrôlé principalement par la zone proche de l’injecteur. La géométrie a une influence non négligeable (comportement funnel flow ou mass flow). L’angle de la trémie ainsi que la rugosité peut modifier le débit massique des particules. Des études récentes montrent que le débit massique n’est pas influencé par la pression, ces études tendent à montrer que le débit serait contrôlé par la dissipation proche de l’injecteur. Cette loi reste valable, dans de nombreux cas, bien qu’il existe des inconnues concernant la zone de chute libre, la rugosité, l’effet de l’air entrant pouvant avoir une grande influence en particulier pour des particules de faibles diamètres.

## 2.5 Développement du jet granulaire dans l’air ambiant

Dans cette section, nous décrirons les travaux expérimentaux sur les jets tombants. Nous effectuerons dans un premier temps un descriptif des lois qui existent sur le taux d’air induit. Puis nous détaillerons les configurations existant dans le cadre du développement du jet à la sortie de l’injecteur.

### 2.5.1 Taux d’air induit dans le jet

Il a été démontré par Hemeon [48] Cooper and Arnold [24] Liu et al. [66] et Ansart et al. [5] que le taux d’air induit dans le jet est intrinsèquement lié à l’expansion du panache. Plus ce taux d’air est important et plus le jet aura la facilité



à la dispersion. Nous pouvons imaginer physiquement le débit d'air induit comme l'air pénétrant au sein du jet permettant l'augmentation de la porosité au sein du jet et donc faciliter son ouverture.

C'est dans cette optique qu'il existe plusieurs théories afin de prédire l'air induit dans l'écoulement d'une poudre granulaire en chute libre. La première proposée par Hemeon [48] repose sur une analyse théorique et expérimentale de l'air induit sur une particule isolée. Il montre que le débit massique d'air induit dans le jet, noté  $Q_{ind}$ , lors de la chute est défini par :

$$Q_{ind} = \sqrt[3]{\frac{0.66 g Q (hA)^2}{d_p \rho_p}} \quad (2.38)$$

où  $Q$  est le débit massique,  $h$  la hauteur de chute et  $A$  la section transverse du jet à une hauteur donnée. L'un des paramètres spécifiques de cette étude concerne la section transverse du jet tombant. Plusieurs recherches entreprises par Plinke et al. [87] sur des particules fines de ciment ou de sable, montrent que le taux d'entraînement d'air augmente lorsque la distance de chute augmente, ce qui est en accord avec le travail effectué par Hemeon [48].

Ansart et al. [5], montrent que cette formule surestime nettement le taux d'air entraîné. L'une des raisons est que la formule proposée par Hemeon [48] utilise la vitesse d'une particule isolée, or récemment Ogata et al. [81] (voir section 2.5.2.4) montrent que la vitesse du jet est supérieure à celle d'une particule isolée.

Cooper and Arnold [24] publient une théorie basée sur deux cas extrêmes (Figure 2.14), des particules de tailles assez importantes et des particules fines. Pour les particules de diamètres importants, ils utilisent l'équation de la conservation du volume avec comme hypothèse que la section du jet est constante, le profil de la vitesse est de forme top-hat ce qui donne :

$$Q_{ind} = ((U_{p,0}^2 + 2gh)^{\frac{1}{2}} - U_{p,0})A \quad (2.39)$$

Avec  $U_{p,0}$  la vitesse initiale des particules à l'orifice. Un des avantages de cette formulation est qu'il n'y a pas de paramètre empirique, puisque la section  $A$  du jet correspond à la section de l'orifice de sortie du silo.

Le deuxième cas extrême de Cooper and Arnold [24] pour des particules fines est donné par l'équation :

$$Q_{ind} = C \sqrt[3]{\frac{Qg}{\rho_p}} h^{\frac{5}{3}} \quad (2.40)$$

où  $C$  est une constante à relier à la constante d'entraînement de l'air qui est habituellement de 0,1 pour un panache miscible, la constante  $C$  est largement empirique et sa provient d'expérience.

Ogata et al. [81] proposent une nouvelle expression pour calculer le débit d'air entraîné dans le cœur du jet lorsque le nombre de Reynolds particulaire est inférieur à 500 :

$$Q_{ind} = \sqrt[3]{\frac{0.147 Q h^{1.7} A^2}{\rho_p d_p^{1.6}}} \quad (2.41)$$

Une étude numérique menée par Uchiyama [109] compare les résultats obtenus par les équations (2.41) et (2.39) pour des particules de tailles allant de 300 à 500  $\mu\text{m}$ .

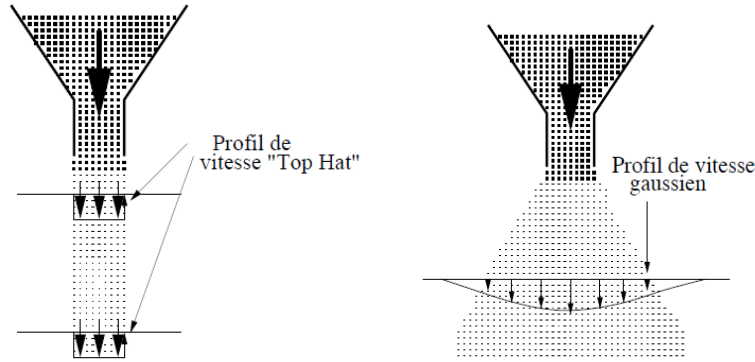


FIGURE 2.14 – Comportement extrême lors de l'écoulement d'un jet granulaire tombant, à gauche les particules tombent en masse seulement par la gravité, à droite les particules se dispersent en panache dès la sortie de l'injecteur [5].

Ces résultats sont en accord avec l'équation (2.39). En revanche l'équation (2.41) est plus adaptée pour des particules de faible masse volumique.

Liu et al. [66] ont développé un modèle à deux fluides afin de caractériser le comportement de l'écoulement lors de la décharge du silo. Il repose sur la conservation de la quantité du mouvement de l'air induit dans le cœur, la conservation de la quantité du mouvement de particules en chute libre avec la hauteur de chute et la conservation de la quantité de mouvement du flux d'air entraîné :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dQ_{ind}}{dz} = \frac{d}{dz}(\pi r_a^2 U_f) = 2\pi r_a \gamma U_f \\ Q \frac{dU_p}{dz} = \frac{1}{U_p} \left[ (\rho_p - \rho_f) \pi g \alpha_{p,0} U_{p,0} \frac{D^2}{4} - K (U_p - U_f)^{\frac{4}{3}} C_s \right] \\ \frac{d}{dz}(\rho_f \pi r_a^2 U_f^2) = \frac{1}{U_p} K (U_p - U_f)^{\frac{4}{3}} C_s \end{array} \right. \quad (2.42)$$

où  $K = \frac{15}{8} \pi \alpha_p^{ini} U_{p,0} \frac{D^2}{4} \rho_f^{1/3} \mu_f^{2/3} d_p^{-5/3}$

$U_f$  est la vitesse de l'air entraînée,  $r_a$  est le rayon de l'air entraîné, le coefficient  $C_s$  est exprimé en fonction de la porosité du noyau  $C_s = \frac{\rho_p - \rho_{b,core}}{\rho_p - \rho_f}^{-4.7}$ , l'exposant 4.7 provient de l'expression de Wen and Yu [114]. La masse volumique apparente du cœur est égale à  $\rho_{b,core} = \frac{4Q}{\pi D^2 U_p} + \rho_f$ .  $\gamma$  représente la constante d'entraînement de l'air, cette constante a été ajustée afin que le modèle devienne prédictif.

Ansart et al. [5] proposent un modèle diphasique indépendant de cette constante à travers deux équations différentielles couplées, la conservation de la quantité de mouvement des particules et de l'air. Elles s'écrivent de la manière suivante,

$$\left\{ \begin{array}{l} U_p \frac{dU_p}{dz} = g + B - \frac{1}{\alpha_p \rho_p} \frac{d}{dz} \left( \frac{\alpha_p^2 \rho_p}{\alpha_{max}^2} \left( 1 - \frac{\alpha_p}{\alpha_{max}} \right) U_p^2 \right) \\ \frac{d}{dz} \left[ (1 - \alpha_p) U_f^2 \right] = B \alpha_p \frac{\rho_p}{\rho_f} - \frac{0.664 \pi}{r_c} \nu_f^{1/2} z^{-1/2} U_f^{3/2} \end{array} \right. \quad (2.43)$$

où  $B = \frac{6\pi d_p^2 \mu_f}{4m_p} \frac{U_f - U_p}{(1 - \alpha_p)^{\beta-1}} (1 + 0.15 Re_p^{0.687})$ ,  $U_p$  et  $U_f$  sont les vitesses moyennes des particules et du fluide,  $\nu_f$  est la viscosité cinématique du fluide,  $r_c$  est le rayon du cœur pris égal au rayon d'orifice,  $\alpha_{max}^p$  représente le tassement maximal des particules,  $\beta$  est une constante qui prend la valeur de 5,5.

Ce modèle permet de prédire la quantité d'air induite à travers la vitesse de l'air et des particules. Ansart et al. [5] ont mis en évidence le rôle de la fraction volumique initiale. En effet si la fraction volumique est proche de la fraction volumique maximale, le profil de la vitesse des particules et de l'air sont pratiquement confondus signifiant que l'air ne pénètre pas au sein du jet. Inversement, si la fraction volumique initiale est faible, l'air est entraîné efficacement. Ils obtiennent un bon accord avec les expériences et avec la corrélation de Liu et al. [66] pour des écoulements denses. Toutefois lorsque l'écoulement est dilué avec une forte expansion, cette corrélation surestime très fortement les vitesses. Cela est dû à l'hypothèse de départ qui suppose un noyau constant et homogène en concentration.

Il est difficile de décrire la surface de section transversale lors de la chute du jet. Les travaux menés par Ansart et al. [5] par vélocimétrie par image de particules montrent que lorsque le diamètre des particules diminue la taille du jet augmente (étude menée pour des particules fines).

La figure 2.15 représente l'analyse effectuée par Ansart et al. [5] sur le débit d'air induit à partir des formules (2.38) (2.40) (2.42) et (2.43) en fonction de la distance de chute. Le débit d'air prédit par le modèle d'Hemeon [48] estime un débit d'air entraîné très élevé. La prédiction des trois modèles, Liu et al. [66] Ansart et al. [5], Cooper and Arnold [24] est relativement proche. Le modèle proposé par Ansart et al. [5], évolue de manière différente en fonction de la hauteur de chute par rapport aux deux autres modèles. En effet le modèle proposé par Ansart et al. [5] évolue à la puissance  $n$ , inférieure à 1, tandis que ceux de Liu et al. [66] et de Cooper and Arnold [24] évoluent à la puissance 5/3.

Afin de comprendre le phénomène à l'origine de cette différence Ansart et al. [5] ont comparé la vitesse des particules le long de l'axe (Figure 2.16). Ils remarquent que les vitesses sont confondues jusqu'à une hauteur de 70 cm (zone A), puis après 70 cm (zone B) le gradient de la vitesse de Liu et al. [66] diminue fortement, alors que celui du modèle Ansart et al. [5] reste quasiment constant. Le modèle d'Ansart et al. [5] a la difficulté de capturer la diminution de l'accélération des particules due à la diminution de la fraction volumique des particules dans le panache.

Récemment Esmaili et al. [32] proposent de calculer le débit massique d'air entraîné, pour des particules grossières, avec une modification provenant de la forme de la trémie conique,

$$Q_{ind} = \frac{V_{cone}}{t_s} = \frac{\pi h(d_b^2 + d_b d_c + d_c^2)}{12 \sqrt{\frac{4\rho_p d_p}{3\rho_f g C_d}} \cosh^{-1} \left( \exp \left[ \frac{3\rho_f A C_d h}{4\rho_p d_p} + U_{p,0} \right] \right)} \quad (2.44)$$

Où  $V_{cone}$  représente le volume du cône,  $t_s$  est la durée de chute de la particule entre l'orifice de sortie et la hauteur  $h$ ,  $C_d$  le coefficient de traînée. Les différents hauteurs

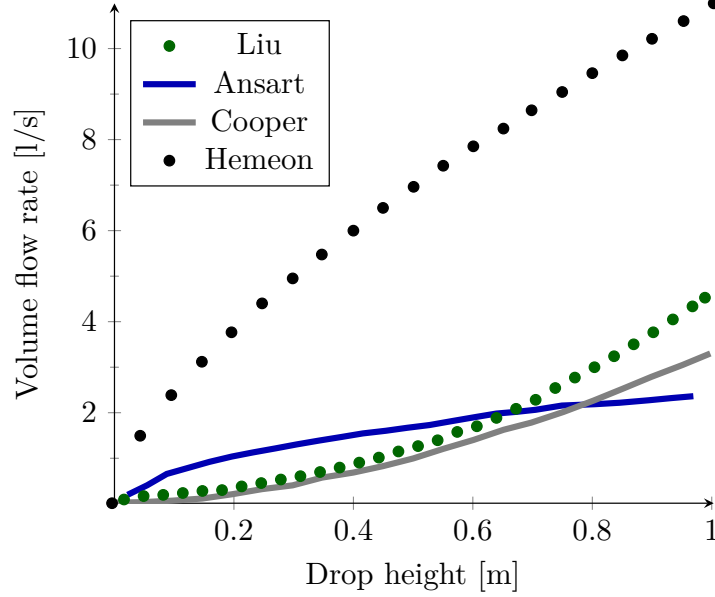


FIGURE 2.15 – Figure extraite de l'article de Ansart et al. [5], débit d'air induit en fonction de la hauteur de chute,  $Q = 138 \text{ g.s}^{-1}$ ,  $d_p = 96 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\rho_p = 2465 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_b = 1010 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $D = 28 \text{ mm}$ ,  $\gamma = 0,0196$ .

et diamètres sont visibles sur la figure 2.17.

Cette corrélation est une extension de l'approche de Cooper and Arnold [24], avec l'hypothèse que la vitesse de chute des particules est la même que la vitesse de chute d'une particule isolée, elle peut être modifiée pour différentes formes de silo (en modifiant le volume du cône). L'hypothèse sur la vitesse des particules laisse suggérer que le modèle est valable pour des particules grossières (un diamètre et une masse volumique élevés). Les auteurs effectuent une comparaison entre les corrélations (2.38) (2.39) et (2.44). Ils sont en accord avec la remarque d'Ansart et al. [5] qui est que l'équation d'Hemeon [48] (2.38) surestime fortement le débit d'air induit dans le jet.

Le Tableau 2.1 est un tableau synthétisant les différentes avancées sur les différentes lois du débit d'air entraîné.

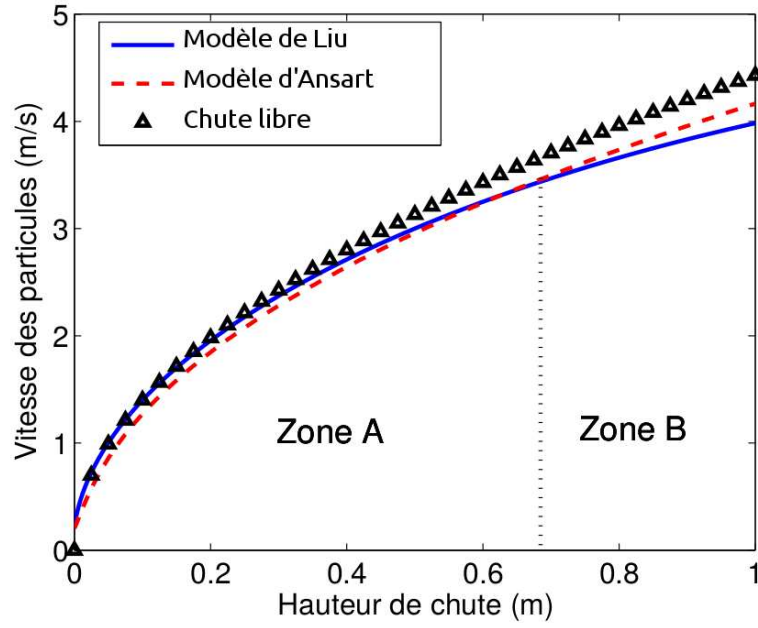


FIGURE 2.16 – Figure extraite de l'article de Ansart et al. [5], vitesse des particules en fonction de la hauteur de chute,  $Q = 138 \text{ g.s}^{-1}$ ,  $d_p = 96 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\rho_p = 2465 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_b = 1010 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $D = 28 \text{ mm}$ ,  $\gamma = 0,0196$ .

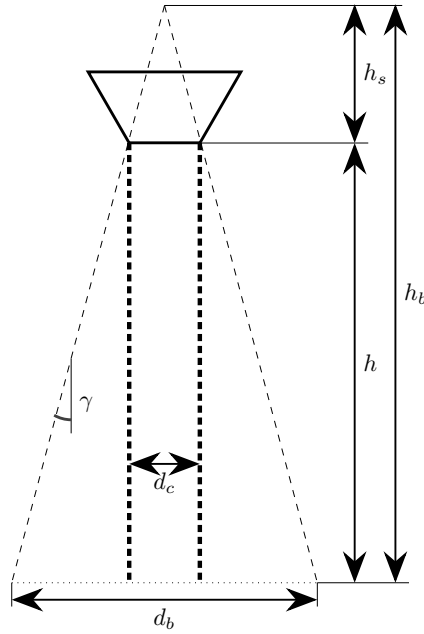


FIGURE 2.17 – Schéma d'écoulement d'un jet tombant,  $d_s$  représente le diamètre du coeur et  $d_b$  le diamètre du halo.

Référence	Année	Principaux développements
Hemeon [48]	1963	La première étude théorique sur la prédiction du débit d'air induit dans le jet granulaire, la corrélation d'Hemeon [48] estime que le taux d'air induit évolue avec $h^{2/3}$ et avec la section du jet, la notion de cette section reste mal définie.
Cooper and Arnold [24]	1995	proposent deux modèles analytiques pour traduire deux comportements extrêmes de la chute des particules. Le débit d'air induit serait proportionnel à la hauteur de chute avec un exposant 5/3.
Ogata et al. [81]	2001	confirment l'exposant 5/3 et proposent de modifier la loi pour des particules fines. Toutefois dans leur étude ils obtiennent des vitesses de particules supérieures à celle d'une particule en chute libre.
Liu et al. [66]	2003	présentent un modèle à deux fluides pour quantifier le débit d'air induit dans le jet. Ce modèle permet de prendre en compte une variation de la taille du cœur du jet mais ce modèle reste dépendant d'une constante d'entraînement $\gamma$ , qui est ajustée afin d'avoir une bonne prédiction.
Ansart et al. [5]	2009	proposent une corrélation basée sur un modèle diphasique à deux équations couplées. Elle permet une bonne prédiction lorsque l'écoulement est dense, toutefois lorsque l'écoulement est dilué elle est mise en défaut.
Esmaili et al. [32]	2013	leur corrélation est basée sur celle de Cooper and Arnold [24], elle permet de prendre en compte la géométrie de la trémie et des particules de taille importante.

TABLEAU 2.1 – Principaux développements sur le débit d'air entraîné lors de la chute des de particules dans de l'air ambiant.

## 2.5.2 Etude expérimentale sur le jet granulaire

### 2.5.2.1 Travaux de Liu et al. [66]

Le banc expérimental de Liu et al. [66] (Figure 2.18) se compose dans la partie haute d'un arrangement de double trémie permettant de conserver un niveau de poudre constant, au cours du déversement, dans la trémie basse. Cet ensemble est suspendu à des cellules de charge afin de mesurer le débit massique durant le déversement. L'ensemble des deux trémies est disposé sur une armature en acier qui peut être montée et descendue, afin de faire varier la hauteur de chute. Au sein du silo un système de tubes est introduit afin d'améliorer "la coulabilité" du système.

L'enceinte de mesures permet de recevoir les particules en chute et de mesurer la quantité d'air entraîné lors du déversement des poudres. Elle est séparée en deux par une plaque horizontale en acier, comportant un orifice en son centre de diamètre variable, qui permet à la fois d'éviter la recirculation de poudre après l'impact sur le tas et de créer une zone de mesure de l'air induit.

L'air entraîné à l'intérieur du panache de particules est extrait de la partie basse

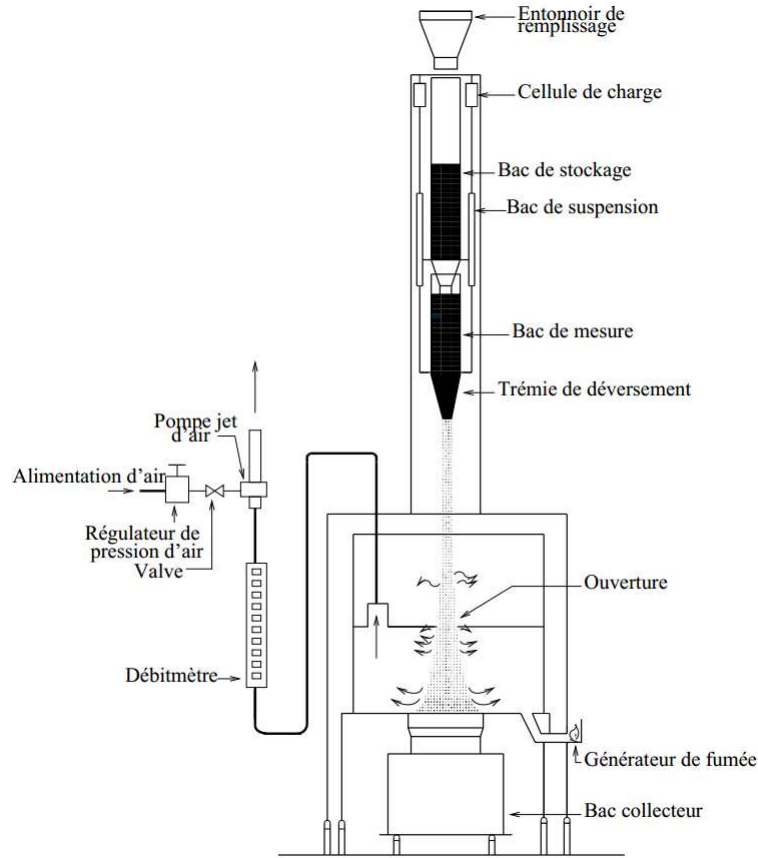


FIGURE 2.18 – Dispositif expérimental de Liu et al. [66]

de l'enceinte par un système d'extraction d'air. La hauteur du tas de poudre doit être maintenue constante pendant la chute, afin que l'air extrait de la zone de mesure corresponde uniquement au volume d'air, et non au volume d'air additionné à celui de poudre. Liu et al. [66] ont utilisé trois poudres, assimilables à des poudres monodisperses (faible span), différentes dont la granulométrie est comprise entre  $96 \mu\text{m}$  pour la poudre la plus fine, et  $367 \mu\text{m}$  pour la poudre la plus grosse, avec des masses volumiques très différentes. Les résultats expérimentaux obtenus par Liu et al. [66] ont permis de tester les propriétés expérimentales de la poudre, de mesurer le débit d'air induit, de déterminer le profil d'air induit et d'estimer la vitesse des particules. Les mesures de la vitesse des particules ont été réalisées par Liu et al. [66] avec une caméra qui a permis, par l'étude de deux images successives, d'obtenir une mesure de la vitesse au centre du jet. Ces essais ont été effectués pour de faibles débits massiques de  $0,3 \text{ g.s}^{-1}$  à  $4 \text{ g.s}^{-1}$ . Liu et al. [66] distinguent trois zones dans leur écoulement. Dans la première, le diamètre du jet se contracte immédiatement après la sortie de la trémie pour rester constant durant une certaine hauteur. La deuxième zone voit le jet se dilater de façon inhomogène et des "bouffées" de particules apparaissent au sein du noyau. Enfin, dans la dernière zone, le noyau diminue et les bouffées disparaissent laissant place à un mélange relativement dilué.

Les mesures de débits d'air induit dans le jet, réalisées par aspiration d'air dans la partie basse de l'enceinte, ont montré que la quantité d'air augmentait avec la hauteur de chute et le débit massique, et dépendait fortement des propriétés de la poudre.

Liu et al. [66] relèvent une forte dispersion des mesures de la vitesse de la phase solide. Selon l'auteur la technique utilisée est peu adaptée à ce type de mesure. Enfin, la concentration et la répartition des poussières émises dans le panache n'ont pas été caractérisées.

Une étude de cette configuration expérimentale sera présentée dans le chapitre 6. Elle permettra d'apporter des renseignements sur le taux d'air induit dans le jet et sur la vitesse des particules, et ce pour l'ensemble des rapports de diamètre de particule sur le diamètre d'orifice du silo.

### 2.5.2.2 Travaux d'Ansart et al. [5]

Suite aux travaux de Liu et al. [66], Ansart et al. [5] étudient le cas de poudre fine s'écoulant sous l'effet de la gravité dans une enceinte.

La figure 2.19 montre le dispositif expérimental avec un convergent (trémie conique de  $30^\circ$ ) à l'intérieur duquel un tube est introduit afin d'améliorer la "coulabilité" de l'écoulement. Une autre spécificité du dispositif est l'introduction d'une vibration avec une masselotte pour empêcher la formation d'arche.

Leur étude porte sur le développement du panache, avec la mise en place d'un système de mesures fiable sur les vitesses des particules avec un système de vélocimétrie par images de particules (PIV). Le champs de PIV leur permet de calculer l'angle d'ouverture ainsi que d'avoir un très bon accord de ces résultats avec le modèle (2.42) de Liu et al. [66]. En similitude avec les panaches thermiques, l'angle d'ouverture est défini comme l'angle entre l'axe vers le bas et l'évolution au cours de la chute de la position de la moitié de la vitesse maximale dans le rayon, une définition plus développée est donnée dans le chapitre 5. Ansart et al. [5] remarquent que la prédiction du débit d'air induit dans jet est en très bon accord avec le modèle (2.42) de Liu et al. [66]. Ils remarquent aussi que le débit d'air entraîné augmente avec la hauteur de chute.

Pour étudier par simulation numérique la vidange d'un silo de poudre, on peut relever les avantages suivantes de cette configuration :

- Etude de Belt and Simonin [12] et Zeren et al. [115] réalisée (réflexion, maillage,...) ;
- connaissance de tous les paramètres (fraction volumique, vitesse, débit) ;
- échange avec la personne qui a mené les expériences.

Ainsi que les inconvénients de cette étude :

- Incertitude liée à la pulsation due à la vibration injectée dans le silo pour effectuer l'effondrement du jet ;
- tube à l'intérieur du silo afin d'améliorer l'écoulement des particules ;
- taille faible des particules ( $60 \mu\text{m}$ ) pouvant conduire à des effets cohésifs importants ;
- utilisation de poudre non sphériques, contrairement à l'expérience de Liu



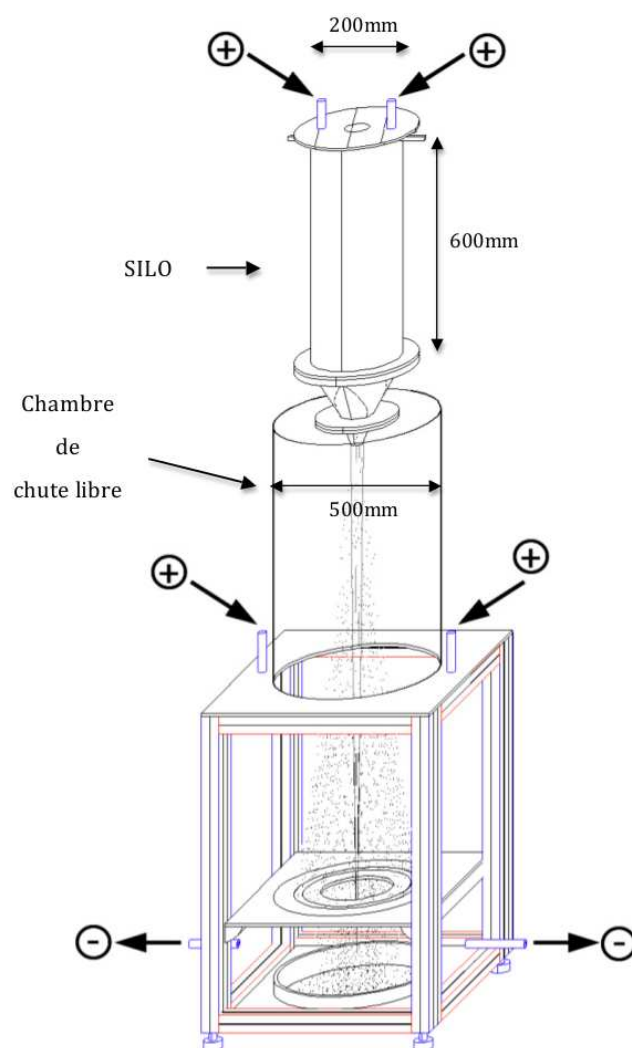


FIGURE 2.19 – Schéma du dispositif expérimental d'Ansart [4].

et al. [66], pouvant conduire à des incertitudes supplémentaires sur la caractérisation de la poudre.

### 2.5.2.3 Travaux de Prado et al. [89]

Les travaux de Prado ([88, 89, 90]) portent sur une étude expérimentale de l'écoulement granulaire dense dans de l'air. Ses objectifs portent sur la transition incompressible-compressible du jet granulaire tombant, ainsi que sur l'étude de l'existence d'une tension de surface granulaire effective (voir section 2.5.3).

En regardant l'évolution du diamètre du jet au cours de la propagation, Prado et al. [89] effectuent alors une description du jet en définissant trois catégories distinctes en fonction du rapport d'aspect entre la taille d'injecteur et la taille des

grains ( $D/d_p$ ) :

- Si  $D/d_p > 15$ , le jet a un comportement de type "fluide" incompressible. Il garde une fraction volumique constante, la section du jet rétrécit au début de l'écoulement (comme pour les liquides).
- Dans le régime intermédiaire, pour  $5 < D/d_p < 15$ , la fraction volumique du jet granulaire diminue lors de la propagation (évolution axiale du diamètre du jet) jusqu'à ce qu'il ne soit plus possible de décrire l'écoulement par un comportement collectif.
- Lorsque  $D/d_p < 5$ , l'écoulement granulaire est intermittent, le jet se disperse de façon importante dès la sortie de l'injecteur.

En similitude avec les jets liquides, ils proposent lorsque  $D/d_p > 15$ , d'évaluer le profil d'amincissement du jet avec la corrélation suivante en supposant que le débit massique des particules est conservé au cours de l'évolution axiale du diamètre :

$$D(z) = D \left( 1 + \frac{2gz}{U_{p,0}^2} \right)^{-1/4} = D \left( 1 + \frac{2}{Fr(z)} \right)^{-1/4} \quad (2.45)$$

Où  $Fr(z)$  représente un nombre de Froude évoluant au cours de la chute de poudre, contrairement à un fluide il n'apparaît pas de tension de surface. Cette expression est conforme aux expériences (voir Figure 2.20).

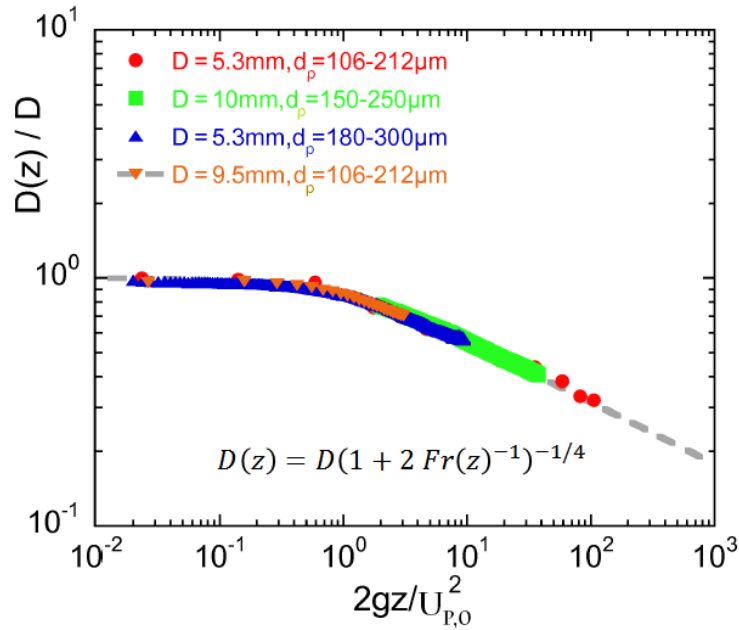


FIGURE 2.20 – Evolution du diamètre du jet tombant en fonction de la vitesse de sortie des particules.

Le régime transitoire est, pour sa part, défini par un amincissement du cœur du jet, et une expansion latérale. Une forme réajustée de l'équation (2.45) peut être utilisée pour capturer le profil d'amincissement du cœur pour le régime transitoire.

Les données expérimentales sont :

- demi-angle d'ouverture de  $2.5^\circ$  ;
- bille de verre monodisperse de taille :  $d_p = 79,5 \mu\text{m}$  à  $1 \text{ mm}$  ;
- densité :  $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$  ;
- diamètre d'orifice allant de quelques mm à  $35 \text{ mm}$  ;
- différents débits massiques des particules :  $Q = 5.82, 8.56, 10.76 \text{ g/s}$  correspondant à une vitesse initiale des particules à la sortie de l'orifice de  $U_{p,0} = 0.21, 0.31, 0.39 \text{ m/s}$ .

#### 2.5.2.4 Travaux d'Ogata et al. [81]

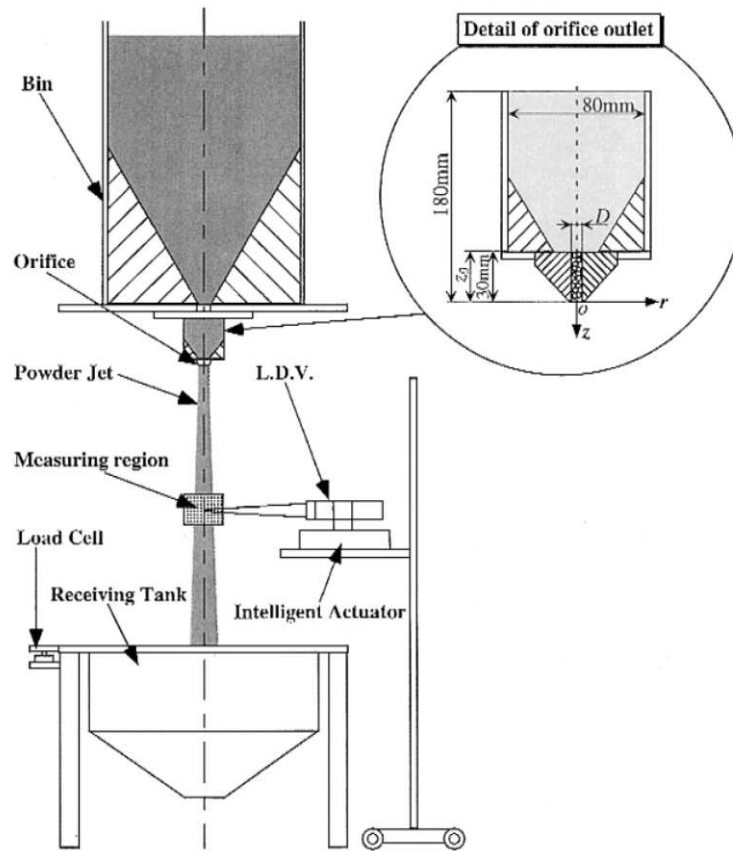


FIGURE 2.21 – Dispositif expérimental d'Ogata et al. [81].

Ogata et al. [81] ont mesuré la vitesse des particules de verre ayant un diamètre moyen de  $454 \mu\text{m}$  et une masse volumique de  $2590 \text{ kg/m}^3$  d'un jet tombant. La trémie d'alimentation a un diamètre intérieur de  $490 \text{ mm}$  et une hauteur de  $1000 \text{ mm}$ . Cette trémie alimente un injecteur avec les caractéristiques visibles sur la figure 2.21, le demi-angle sur l'injecteur est de  $60^\circ$ . Ils ont utilisé trois orifices différents dont le diamètre  $D$  est de  $4, 6$  et  $8 \text{ mm}$ . La distance de l'orifice de sortie de la cuve de réception était de  $2.3 \text{ m}$ . Les mesures du débit massique noté  $Q$  de leurs expériences sont en accord avec la loi de Beverloo 2.33 avec comme coefficient  $C = 0.583$ .

Les mesures des profils radiaux ont été effectuées à différentes hauteurs 1, 50, 150, 500, 1000 et 1500 mm. Les principaux résultats obtenus à partir des mesures sur les profils de vitesses axiales permettent de dire que :

- La vitesse de chute des particules est plus grande que la vitesse de chute d'une particule isolée. De plus, cette vitesse augmente avec l'augmentation du débit massique des particules.
- Un profil de vitesse uniforme existe près de l'orifice.
- L'ouverture du jet de poudre est très faible (environ  $1^\circ$ ) par rapport à celle du jet turbulent monophasique (environ de  $12$  à  $15^\circ$ ). Lorsque la hauteur de chute est relativement grande, la dispersion du jet semble être proportionnelle à la racine carrée de la hauteur de chute (lorsque  $h > 500$  mm).

Nous pouvons analyser que le rapport diamètre de l'orifice sur le diamètre des particules est de 8,8 ; 13,21 ; 17,62 dans leur expérience, avec un angle de trémie important qui est de  $60^\circ$ , leur orifice de sortie est un tube de 30 mm de longueur. L'ouverture du jet est observée à une hauteur de 500 mm.

#### 2.5.2.5 Travaux d'Esmaili et al. [32]

Dans cet article, l'auteur présente une nouvelle approche pour prédire le débit massique d'air entraîné lors de la chute d'un matériau granulaire. Cette nouvelle approche est basée sur une étude expérimentale de billes de verre et de sable de diamètre allant de 0.3 mm à 6 mm à travers un convergent ayant un angle interne de  $22^\circ$  et deux diamètres d'orifice différents : 26 et 52 mm. Les billes chutent sur 1500 mm, et l'acquisition s'effectue tous les 300 mm avec une caméra rapide.

Les expériences ont été effectuées à pression constante à la sortie de la trémie.

Les données mesurées lors de l'expérience sont :

- la vitesse de chute des particules à différentes hauteurs ;
- la taille du jet ;
- la fraction volumique de poudres ;
- la quantité d'air induit dans le jet de poussière.

Les principaux attraites de cet article sont les données expérimentales disponibles pour effectuer une analyse du jet granulaire. Esmaili et al. [32] ont relevé une dispersion importante du jet lorsque le diamètre des particules est élevé. En effet pour cette gamme le rapport du diamètre d'orifice sur le diamètre des particules est très faible (de l'ordre de 5) ce qui est en accord avec les précédentes remarques. Cependant, le diamètre des particules reste élevé, l'ouverture du jet est faible ceci ne correspond pas à notre volonté d'étudier des particules de tailles fines.

#### 2.5.2.6 Travaux de Cao et al. [18]

Cao et al. [18] proposent une expérience pour caractériser le champ proche (Figure 2.22) du jet granulaire dans de l'air au repos à différentes vitesses initiales de particules  $U_{p,0}$ . Ils utilisent un système PIV pour caractériser le champ de vitesse des particules. Selon Cao et al. [18] le champ de vitesse des particules du jet tombant est composé d'un cœur d'un diamètre  $d_c$  et d'un halo de poussière d'épaisseur  $\delta$  (voir figure 2.22). Il ressort que la largeur du jet et l'épaisseur du

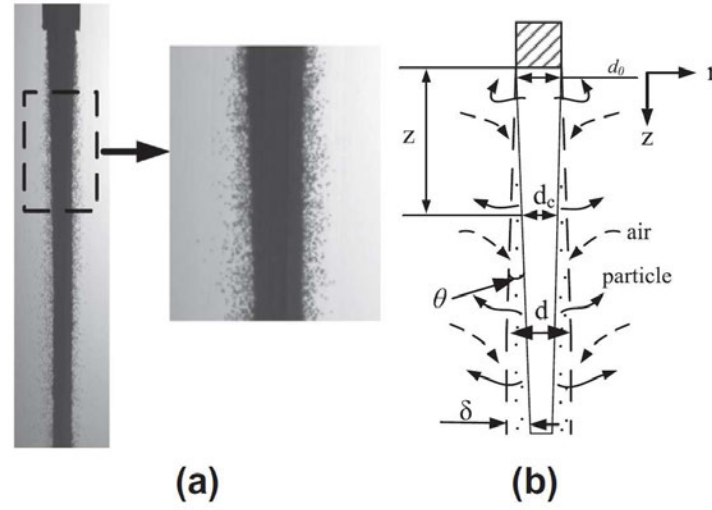


FIGURE 2.22 – Représentation du champ proche du jet granulaire ;  $d_c$  est le diamètre du noyau,  $d_b$  la largeur du jet dispersé et  $\delta$  l'épaisseur du halo de poussière, Cao et al. [18].

halo augmentent linéairement avec la distance dans la zone proche de l'injecteur puis restent constantes. Le profil radial de la vitesse des particules dans le halo est en accord avec une distribution parabolique comme celle proposée par Janda et al. [56] :

$$U_{p,z}(r) = \sqrt{gd_0(1 - R_B/d_0)^2} \quad (2.46)$$

Les profils de vitesses (c) et (d) de la figure 2.23 montrent cette évolution parabolique. Cao et al. [18] ont aussi mesuré la vitesse verticale des particules dans la couche limite et en ont déduit que cette dernière tombe à une vitesse proche de la vitesse d'une particule isolée.

Les données expérimentales sont :

- billes de verre monodisperses de taille :  $d_p = 125 \mu\text{m}$  ;
- masse volumique :  $\rho_p = 2490 \text{ kg/m}^3$  ;
- diamètre d'orifice :  $D = 4.95 \text{ mm}$  ;
- différent débit massique des particules :  $Q = 5.82, 8.56, 10.76 \text{ g/s}$  ; correspondant à une vitesse initiale des particules à l'orifice  $U_{p,0} = 0.21, 0.31, 0.39 \text{ m/s}$ .

### 2.5.2.7 Travaux de Wang et al. [112]

Les auteurs ont effectué une étude sur la décharge d'un silo, ainsi que l'impact sur une surface aqueuse (eau) ou rigide. La géométrie est similaire à celle d'Ansart et al. [5] et de Liu et al. [66]. A savoir un réservoir d'un diamètre interne de 10 cm, d'une hauteur de 10 cm, avec une trémie conique qui a un angle interne de 30 °.

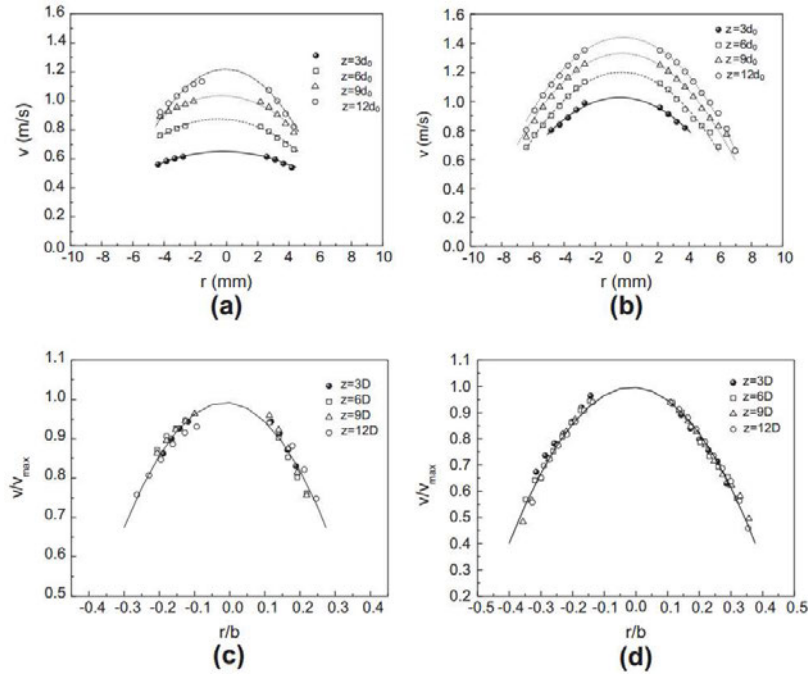


FIGURE 2.23 – Profils radiaux de la vitesse verticale des particules à différentes hauteurs, (a) et (c)  $U_{p,0} = 0.21$  m/s, (b) et (d)  $U_{p,0} = 0.39$  m/s, Cao et al. [18].

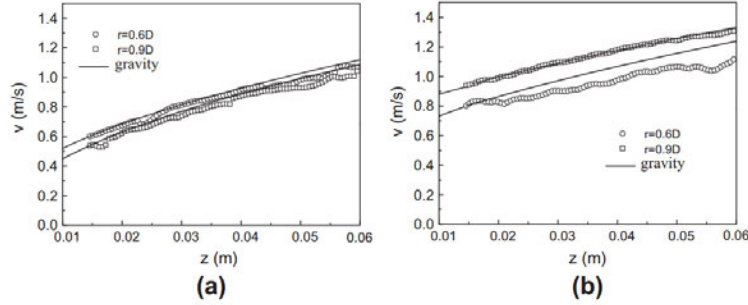


FIGURE 2.24 – Profils axiaux de la vitesse verticale des particules dans la couche limite à différentes positions radiales; 0,6 D et 0,9D, (a)  $U_{p,0} = 0.21$  m/s, (b)  $U_{p,0} = 0.39$  m/s, Cao et al. [18].

Différents diamètres d'injecteur sont utilisés. L'enceinte est un parallélépipède carré de 60 cm de côté, et de hauteur variant de 78 à 158 cm. Comme sur la géométrie d'Ansart et al. [5] une partie du cône du silo est situé dans l'enceinte, à la jonction de la chambre et du silo le diamètre du cône est de 5 cm. Un tuyau d'échappement d'un diamètre interne de 1,5 cm est dans l'enceinte. Une caméra rapide est utilisée pour mesurer la vitesse des particules.

Ils utilisent des particules d'aluminium qui ont les caractéristiques suivantes,  $\rho_p = 2803,08 \text{ kg.m}^{-3}$  et nous évaluons le diamètre des particules à partir de la distribution de particule fournit dans leur étude. Nous obtenons un diamètre moyen

$d_{50}$  de  $87 \mu\text{m}$  et un span de 0,88. Ce diamètre nous permet alors d'exprimer ces résultats en fonction du rapport  $D/d_p$  correspondant au diamètre d'ouverture sur le diamètre des particules. Ce rapport a les valeurs suivantes : 11,494 ; 22,988 ; 45,977 ; 68,965 ; 91,954.

Les auteurs effectuent une remarque similaire aux études précédentes, à savoir que l'on observe une transition entre trois différents régimes. Dans un premier temps un régime stable où le jet tombe avec un diamètre constant. Plus le rapport  $D/d_p$  augmente et plus ce régime reste au cours de la chute. Ils décrivent un régime transitoire, correspondant à la position du point de rupture du jet jusqu'à la disparition du paquet de particule. Ceci correspondant à l'apparition du halo de poussière qui entoure le cœur dense. La longueur du régime transitoire augmente avec le rapport  $D/d_p$ . Le troisième régime décrit par les auteurs correspond à un régime où l'écoulement est diluée. Ce régime est obtenu seulement pour lorsque le rapport  $D/d_p$  est faible. La transition d'un cœur dense avec la formation d'un halo a été remarquée par les études de Liu et al. [66] et Prado et al. [90] et fera l'objet de l'étude du chapitre 6.

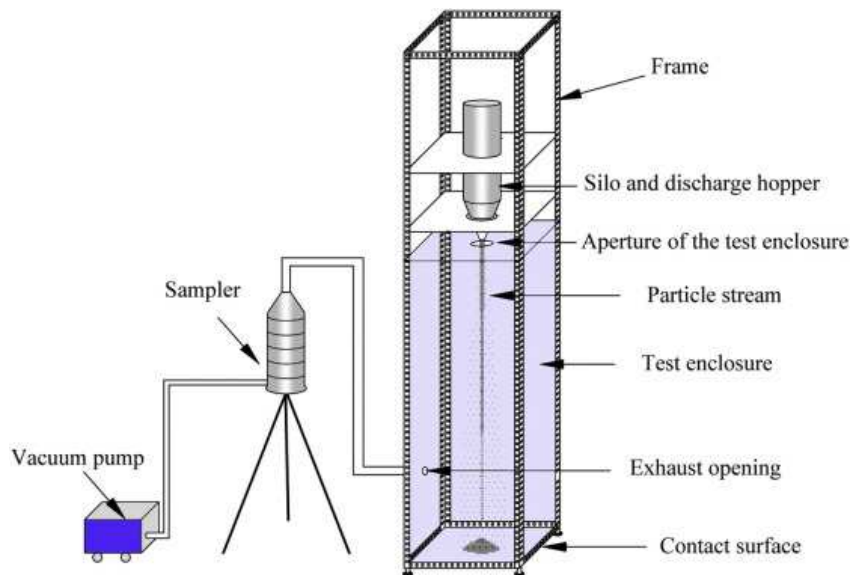


FIGURE 2.25 – Dispositif expérimental de Wang et al. [112].

#### 2.5.2.8 Travaux de Möbius [77] et Royer et al. [93]

Ces études s'effectuent sur un jet granulaire tombant. La première expérience (voir Figure 2.27) menée par Möbius [77] porte sur la formation de paquets (clusters) de particules de billes de verre monodisperse de  $100 \mu\text{m}$ .

Au niveau de l'injecteur le jet est uniforme, puis lors de la chute le jet se décompose avec la formation de clusters.

Möbius [77] décrit que de multiples mécanismes peuvent provoquer la formation de clusters comme :

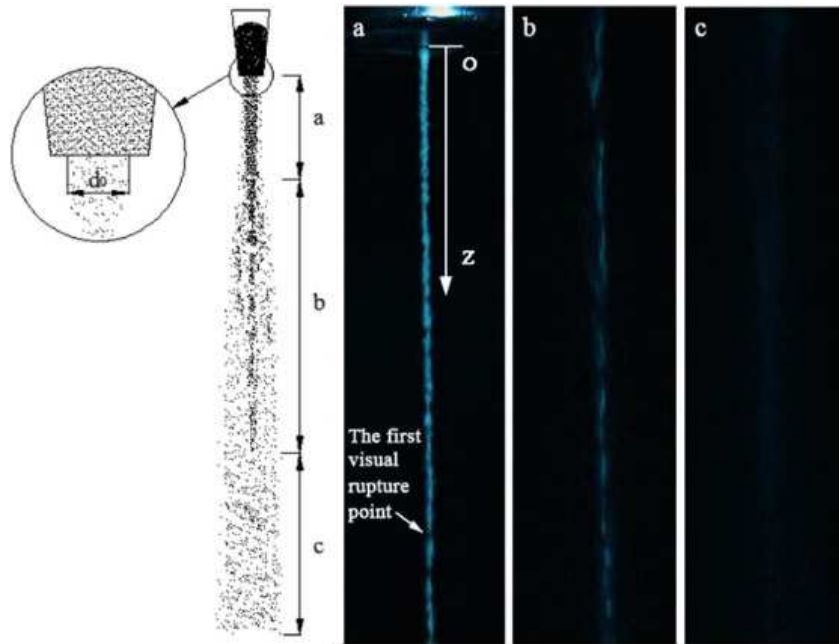


FIGURE 2.26 – Ecoulement de particules d'aluminium fluorescentes, (a) régime stable proche de l'injecteur, (b) régime transitoire, (c) régime dilué, figure extraite de Wang et al. [112].

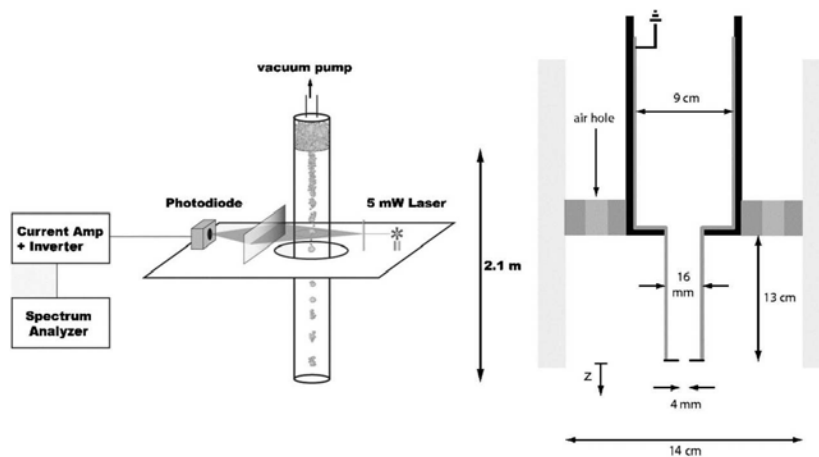


FIGURE 2.27 – Expérience de Möbius [77].

- les ondes de densité qui proviennent de la fluctuation de densité proche de l'orifice avec notamment l'apparition du régime intermittent dans le silo (succession de formation d'arche et de déferlement). La présence de ces ondes de densité est augmentée lorsque les grains sont rugueux.
- La formation de clusters peut être provoquée par l'interaction des particules avec le fluide environnant. Toutefois il a remarqué que dans le vide
- La formation de clusters peut être provoquée par l'inélasticité des collisions



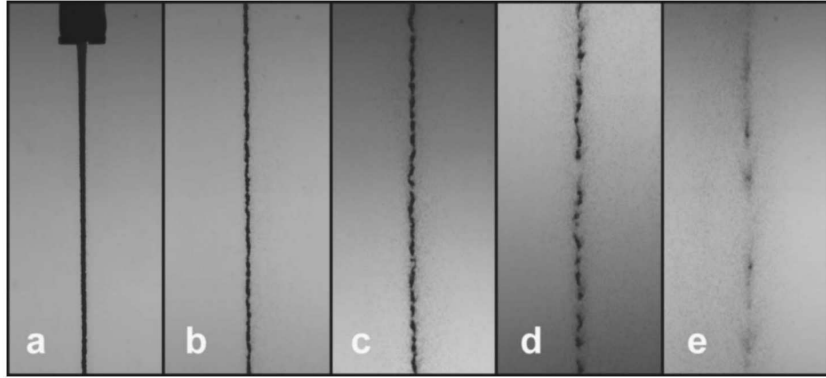


FIGURE 2.28 – Écoulement de billes de verre de  $100\ \mu\text{m}$  à travers un orifice circulaire de  $4\text{mm}$ , à la pression atmosphérique. (a) au niveau de l'injecteur, (b)  $z = 25\ \text{cm}$ , (c)  $z = 55\ \text{cm}$ , (d)  $z = 75\ \text{cm}$ , (e)  $z = 130\ \text{cm}$ . La vitesse des particules tombant dans l'air ambiant atteint à  $1,2\ \text{m}$  la vitesse de chute d'une particule isolée, Möbius [77].

entre grains. Sans apport d'énergie externe l'agitation des particules diminue, mais de manière non-homogène, se forment alors des clusters. Lorsque la fluctuation de densité locale augmente, le taux de collisions augmente dans la région. L'agitation des particules diminue, et la pression s'abaisse. Les gradients de pression vont augmenter la concentration des particules en amas.

— Les effets de cohésion, liée à l'humidité ou la charge des particules.

Möbius [77] contrôle la pression au sein de l'enceinte, il étudie l'effet en variant la pression de  $0.027\ \text{kPa}$  à  $101\ \text{kPa}$ . Möbius [77] met en évidence que le mécanisme de formation de clusters existe pour chaque pression. Toutefois il remarque que les clusters sont d'une taille plus importante à pression atmosphérique. Möbius [77] dans son article ne conclut pas sur le mécanisme à l'origine de la formation de clusters.

Plus récemment, Royer et al. [93] continuent l'étude menée par Möbius [77]. Les auteurs regardent l'évolution de la formation d'amas pleinement développée dans le vide (le domaine de chute est de  $2.5\ \text{m}$ ). Cette étude sur les causes de l'apparition d'amas est effectuée avec une caméra haute vitesse en mouvement dans le domaine de chute, elle permet de saisir les caractéristiques de chute libre d'un jet granulaire. Un microscope à force atomique permet de mesurer les forces de cohésion entre les grains. Les expériences montrent que les forces de cohésion et la formation d'amas découlent d'une combinaison entre l'interaction des forces de Van der Waals et les forces capillaires à travers de pont liquide entre les particules. Royer et al. [93] parlent de l'existence d'une tension de surface de l'ordre de  $0.1\ \mu\text{N.m}^{-1}$ , pour une tension de surface entre l'eau et l'air à  $20^\circ$  nous avons  $72,8\ \mu\text{N.m}^{-1}$ , soit une différence entre la tension de surface granulaire et celle eau/air de 5 ordres de grandeur.

### 2.5.3 Étude phénoménologique

Prado et al. [90] ont observé que l'écoulement d'un jet granulaire en chute libre dans l'air, possède des similitudes avec l'écoulement d'un jet liquide. En effet, certains auteurs retrouvent un profil d'amincissement, ainsi que la formation d'agré-gats, cela a été observé pour des jets granulaires dans l'air (Möbius [77]), dans un liquide (Nicolas [80]) ou dans le vide (Royer et al. [93]).

Ces observations ont amené à faire le rapprochement avec la tension de surface présente dans le cadre d'un jet liquide. Car dans un jet liquide la tension de surface peut conduire à une instabilité dans le jet ainsi qu'à la formation d'agglomérats. Mais dans le cadre des jets granulaires, certaines expériences montrent que le jet granulaire n'est pas soumis à une tension de surface [21].

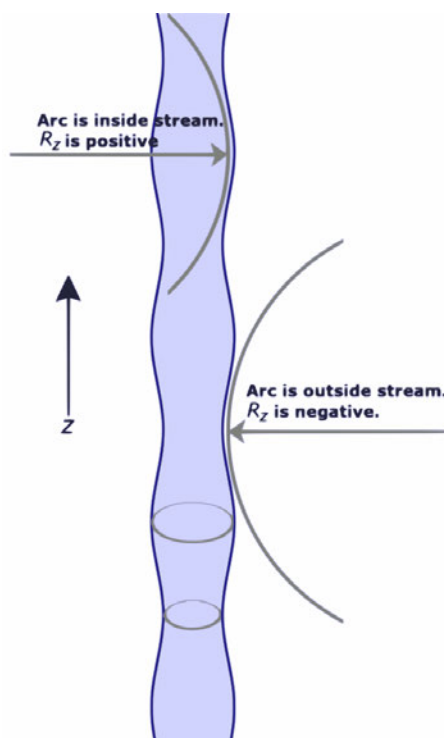


FIGURE 2.29 – Exemple de l'instabilité de Rayleigh-Plateau pour un jet liquide.

Certains auteurs remarquent (Amarouchene et al. [2]) que l'instabilité développée dans le jet est toutefois similaire à l'instabilité capillaire de Rayleigh-Plateau présente dans le jet liquide (voir Figure 2.29). Les auteurs de ces études tendent à montrer l'existence d'une tension de surface effective, bien que très faible par rapport aux liquides (dans le cas granulaire c'est de l'ordre du  $\text{mN.m}^{-1}$  selon Amarouchene et al. [2]). Ils remarquent qu'en l'absence d'air, les agrégats disparaissent, montrant que l'origine de la tension de surface granulaire effective semble provenir de l'interaction entre le jet granulaire et l'air ambiant.

Mais d'autres auteurs Royer et al. [93] montrent quant à eux que de faibles forces de cohésion entre les grains (ponts capillaires, forces de Van der Waals) suffisent à provoquer l'apparition des agrégats, ils montrent que la longueur d'onde de ces

agrégats est inférieure à celle de l'instabilité de Rayleigh-Plateau. Toutefois il parle de l'existence d'une tension de surface de l'ordre de  $0.1 \mu\text{N.m}^{-1}$ .

#### 2.5.4 Etudes numériques antérieures

Depuis 2009 deux études numériques ont été menées [12, 115]. Ces études ont permis de défricher le cas d'un jet granulaire tombant.

Des premières études de simulation numérique du jet tombant ont été menées par Belt and Simonin [12] afin de comprendre les mécanismes qui provoquent l'élargissement du jet et l'entraînement de l'air. Une première analyse des mécanismes du jet conclut que l'expansion radiale du jet est possible. Son élargissement peut être provoqué par plusieurs mécanismes :

- l'agitation des particules,
- une instabilité latérale due à la non-linéarité du terme convectif et de forçage,
- une turbulence gazeuse.

En effet, les fluctuations de vitesses, ou "agitation", peuvent être produites par des gradients de fraction volumiques et de l'agitation des particules dans la direction latérale. L'agitation n'est pas produite pour une distribution de taille uniforme des particules (voir Simonin et al. [103]). Les collisions ont tendance à diminuer l'agitation par l'inélasticité des chocs. L'agitation au sein du jet peut être un des moteurs pour produire une vitesse moyenne latérale des particules entraînant ainsi l'expansion du jet. L'élargissement du jet peut être provoqué aussi par une instabilité propre du jet. En effet, l'équation de transport de la quantité de mouvement moyenne est non-linéaire, dans la direction latérale elle peut donc devenir instable, et provoquer une fluctuation de vitesse dans le temps. Simonin et al. [103] ont étudié numériquement la chambre de chute libre en aval du silo, en considérant des géométries :

- 2D axisymétrique,
- 2D plan,
- 3D.

Dans les configurations 2D, Belt and Simonin [12] ont mené l'étude sur l'agitation des particules en monodisperse et polydisperse. Ils obtiennent une expansion du jet (voir figure 2.30) mais plus faible que celle obtenue par l'expérience de Ansart et al. [5]. Belt and Simonin [12] concluent dans les simulations 2D que l'agitation des particules n'est pas une cause suffisante pour expliquer l'élargissement du jet observé, l'élargissement du jet doit donc être provoqué par une instabilité propre du jet.

Dans ces études les simulations 3D du jet rond sur un maillage raffiné ne montrent pas d'instabilité et d'expansion latérale du jet. L'instabilité pourrait être produite par la géométrie de l'injecteur ou bien encore l'écoulement granulaire à l'intérieur du jet. Pour initier l'instabilité de nombreuses perturbations ont été effectuées :

- des perturbations aléatoires dans le temps et/ou l'espace sur la fraction volumique et sur les vitesses moyennes radiale et axiale des particules,

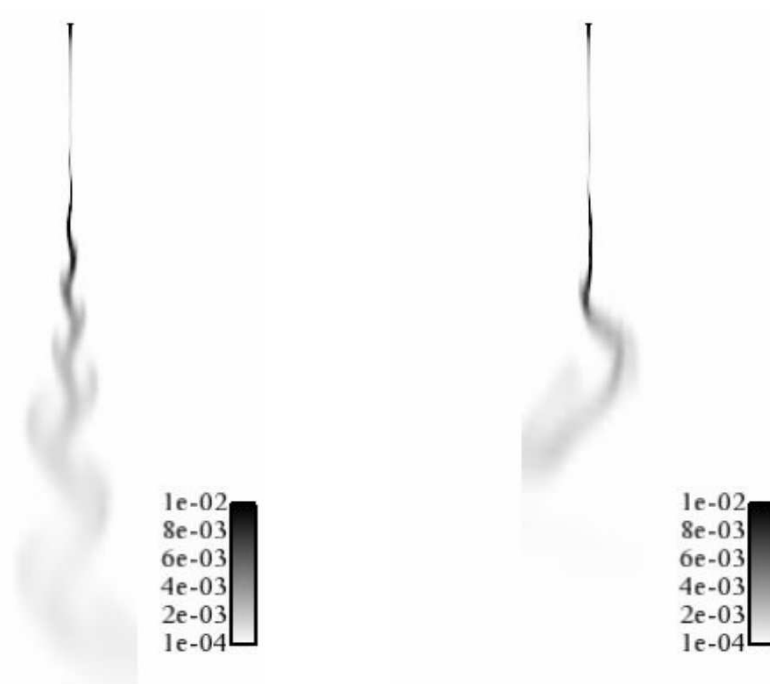


FIGURE 2.30 – Contours instantanés de la fraction volumique des particules dans les simulations 2D plans.

- des pulsations axiales avec une période entre 0.01 et 0.1 s sur la fraction volumique et sur la vitesse moyenne axiale des particules et du fluide,
- une entrée hélicoïdale avec une période de 0.1 s agissant sur la vitesse moyenne radiale des particules.

Cependant, l'utilisation des perturbations à l'injecteur est sans résultats, puisqu'elles ne provoquent ni l'élargissement du jet ni l'apparition d'une instabilité.

Dans les simulations numériques menées par Belt and Simonin [12] l'injection des particules sur les configurations 3D s'effectue de manière homogène et continue dans le temps. Cependant, Ansart et al. [5] ont remarqué que des poches d'air rentrent périodiquement dans l'injecteur lors de ces expériences. Suite à ce constat, l'étude menée par Zeren et al. [115] porte sur la modélisation de l'écoulement proche de l'injecteur à travers l'ajout de la trémie. Ceci permet de regarder l'air entrant dans le silo qui peut-être une cause de la déstabilisation du silo.

Dans les milieux granulaires, le débit des particules à la sortie de l'injecteur est constant. L'un des principaux objectifs est alors d'obtenir un débit des particules en sortie de l'injecteur représentatif de l'expérience. Pour cela Zeren et al. [115] ont mené l'étude sur les conditions d'entrées et les conditions limites, ainsi que sur les paramètres du modèle frictionnel. Les principaux résultats donnent un écoulement stable sauf lorsque les événements au niveau du silo sont fermés. Le débit des particules est obtenu lorsque le modèle de viscosité frictionnelle est activé (voir Figure 2.31). Nous observons que le gaz ne pénètre pas à l'intérieur du jet de particules, ce qui entraîne une vitesse moyenne verticale des particules plus élevée que les résultats

expérimentaux (qui sont de l'ordre de  $1\text{m.s}^{-1}$ ). Lorsque les cheminées sont bloquées, les particules tombent à une vitesse proche des expériences. Les particules où le modèle de viscosité frictionnelle est actif tombent pratiquement comme si elles étaient dans le vide (voir Figure 2.31). Sans les cheminées bloquées et sans le modèle de viscosité frictionnelle, la vitesse des particules est fortement surestimée.

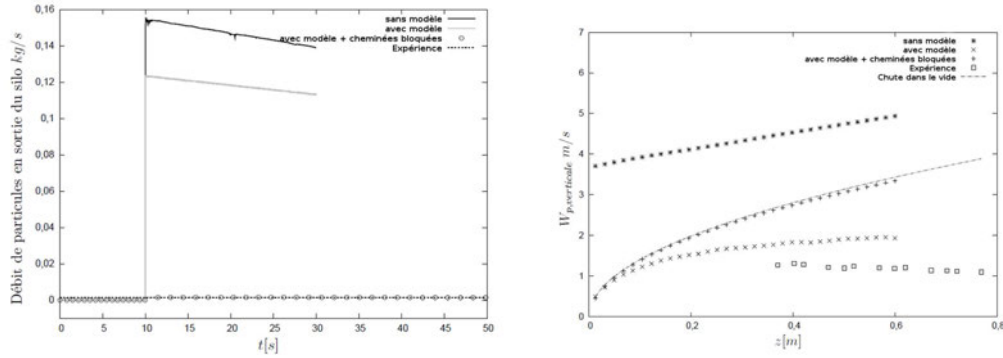


FIGURE 2.31 – Tests sur le modèle de viscosité frictionnelle dans une configuration 3D ; à gauche débit massique des particules en sortie du domaine ; à droite vitesse moyenne des particules le long de l'axe central.

Plusieurs raisons peuvent expliquer la non-dispersion radiale du jet de particules et cette surestimation de la vitesse moyenne verticale. L'une des raisons concerne les modèles frictionnels qui ne permettent pas de prendre en compte les instabilités. Une autre raison est que le maillage n'est pas assez fin pour capter les instabilités et de capter les structures granulaires. Il est peut-être aussi nécessaire de regarder si l'initialisation d'une instabilité peut suffire à la déstructuration du jet.

Les études antérieures ont montré que l'expansion du jet est possible. L'agitation ou l'instabilité linéaire peuvent être la cause de l'élargissement du jet. Bien que faible par rapport au cas d'expérience menée par [4], l'élargissement du jet a été obtenu dans le cas 2D par [12]. Dans le cas 3D avec ou sans le silo cet élargissement n'a pas été obtenu [115]. Plusieurs raisons peuvent expliquer que le jet ne se déstabilise pas en 3D, (i) La géométrie étudiée est une configuration simplifiée de la géométrie réelle, (ii) La déstabilisation de l'air à l'intérieur du jet peut provoquer l'expansion latérale du jet.

## 2.6 Conclusion

Nous avons mis en évidence la complexité des phénomènes intervenant sur un jet granulaire. La première partie de ce chapitre est une approche nous permettant de comprendre le comportement des milieux granulaires à différentes grandeurs, à savoir : le milieu granulaire, puis un ensemble de particules pour finir à une particule.

La deuxième partie plus spécifique cherche à étudier l'écoulement granulaire, en observant le comportement au sein du silo puis le développement du jet tombant dans un air au repos. Au sein du silo, il peut apparaître une multitude d'effets (formation de voûte, submergence, ségrégation, ...) influant sur l'écoulement. En

effet le silo peut se retrouver dans un état bloqué, un écoulement intermittent ou un écoulement continu. La présence de l'un des régimes d'écoulement ou l'autre reste mal compris, cependant il existe une influence du rapport entre le diamètre d'injecteur et le diamètre des particules (Janda et al. [56]).

Suite à l'évaluation du comportement au sein du silo, une revue a été effectuée sur les différents dispositifs expérimentaux de la littérature, permettant d'évaluer le jet tombant dans un milieu au repos. Il a été déterminé que le jet peut avoir deux comportements limites, lorsque le jet tombe en masse et lorsque le jet se disperse en panache dès la sortie de l'orifice. L'interaction entre le gaz et les particules est faible dans le premier cas, ne permettant pas à l'air de pénétrer au sein du jet. Le panache s'ouvrant dès la sortie est observé par Prado [88] lorsque le rapport entre le diamètre des particules et le diamètre de l'orifice est faible, il y a alors peu de particules se déversant dans l'enceinte. Un troisième comportement a été observé et évalué par différents auteurs [5, 24, 48, 66, 87], considéré comme un régime intermédiaire entre les deux cas extrêmes [88]. A la sortie de l'injecteur l'écoulement est dense, puis l'apport de l'air extérieur permet au jet de s'ouvrir provoquant l'expansion du jet. Le jet est alors composé d'un cœur dense avec un halo de poussière. Une dilatation du cœur est observée, en effet le cœur dense nourrit le halo de poussière. Les auteurs s'accordent à dire que l'air pénétrant dans le jet (débit d'air induit) est un moyen fiable d'évaluer et de caractériser l'émission de poussière. L'air entraîné dans le jet granulaire peut être moteur pour la déstructuration du jet ; une instabilité latérale, ou instabilité de type Rayleigh-Plateau (si elle existe) peuvent aussi mener à l'expansion du jet.

L'étude de l'ensemble des dispositifs a permis aussi d'évaluer les données disponibles et évaluer la mise en œuvre numérique. Peu de simulations numériques ont tenté de reproduire l'ensemble des phénomènes s'effectuant dans la chambre de dispersion. Les simulations de Esmaili et al. [33], Uchiyama [109] décrivent un jet granulaire dense avec peu de dispersion latérale. Les études antérieures ont effectué des simulations 2D et 3D, mais n'arrivent pas à capturer la phénoménologie décrite par Ansart et al. [5]. Nous allons poursuivre ces études dans les chapitres suivants. Dans un premier, des simulations sur l'expérience d'Ansart et al. [5] sont menées en considérant seulement la chambre de dispersion. Une analyse de différents types de perturbation de l'injection avec la considération de l'hypothèse de zone de chute libre décrite dans ce chapitre est effectuée. Puis dans un deuxième temps, nous allons étudier la simulation numérique à la fois du silo et du jet granulaire, sur deux configurations celle d'Ansart et al. [5] et celle de Liu et al. [66].

## Chapitre 3

# Modélisation des milieux granulaires

### Contents

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>49</b>
<b>3.2</b>	<b>Modélisation des écoulements gaz-particule</b>	<b>51</b>
3.2.1	Description statistique	51
3.2.2	Modélisation de la phase porteuse	52
3.2.3	Modélisation de la phase dispersée	52
3.2.4	Modèles des contraintes frictionnelles	53
3.2.5	Ajout des effets frictionnels dans l'équation de transport de l'énergie cinétique des particules	54
<b>3.3</b>	<b>Validation des effets frictionnels</b>	<b>55</b>
3.3.1	Effondrement d'un tas de particules	55
3.3.2	Vidange d'un silo	59
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>60</b>

### 3.1 Introduction

Dans la littérature, différentes techniques permettent la simulation numérique des milieux granulaires :

- l'approche discrète, ou Lagrangienne, qui consiste à suivre les trajectoires de chaque particules,
- l'approche continue, ou Euler-Euler, pour laquelle les équations aux dérivées partielles sont résolues sur les grandeurs statistiques décrivant le milieu continu (nombre moyen de particules, vitesse moyenne, température granulaire, ...).

Dans l'approche discrète [27], les trajectoires de chaque particule sont calculées à partir des équations du bilan de force s'exerçant sur celles-ci. Il faut alors des modèles pour chacune de ces forces (force de traînée, force de portance, etc ...).

L'intégration de ces équations permet d'obtenir les trajectoires auxquelles il faut coupler un traitement déterministe des collisions interparticulaires. Cette étape est la plus coûteuse en terme de temps de calcul. Les algorithmes les plus basiques calculent les distances interparticulaires ce qui conduit à un coût de calcul  $\mathcal{O}(N_p^2)$  ce qui est beaucoup trop prohibitif pour le nombre de particules présentes dans les applications industrielles. Des méthodes plus performantes permettent de réduire le coût de calcul en utilisant des boîtes de tri mais le coût reste toujours élevé (actuellement on trouve des simulations avec près de 382 millions de particules [19]).

Pour les cas pratiques, l'approche Euler-Euler est beaucoup plus adaptée puisqu'elle est moins coûteuse (les équations de transports sont résolues sur un maillage), en revanche son développement théorique nécessite beaucoup plus d'efforts que l'approche Lagrangienne. Cette approche se base sur la théorie cinétique des milieux granulaires ([15, 70, 102]) qui repose elle-même sur une description statistique de la phase dispersée. L'équation de transport de la fonction de distribution des vitesses de particules, l'équation de Boltzmann, peut être intégrée afin d'obtenir les équations de transport de chaque moment de la fonction de distribution. Le moment d'ordre zéro est la densité du nombre de particules, celui d'ordre un la vitesse moyenne, celui d'ordre deux l'agitation des particules et ainsi de suite. La difficulté majeure de ces approches est que chaque équation du moment d'ordre  $n$  fait intervenir le moment d'ordre  $n+1$  qu'il faut donc fermer avec des hypothèses. Une méthode simple consiste à utiliser une loi phénoménologique pour modéliser les contraintes dans le milieu granulaire. da Cruz et al. [28], Jop [62], Midi [76] proposent ce type de fermeture avec une loi constitutive sous forme tensorielle nommée la loi de  $\mu(I)$ . Elle connaît des succès pour prendre en compte des écoulements unidirectionnels (Jop [62]), mais a des difficultés pour décrire des écoulements très dilués ou des écoulements en transition rapide comme le cas du silo.

Depuis de nombreuses années, l'IMFT développe une approche multi-fluide pour la simulation numérique des écoulements granulaires, polydisperses et réactifs. Cette approche repose sur le formalisme Euler-Euler tel que celui décrit par Ishii [54]. Ainsi le gaz et les phases dispersées sont traités comme des phases continues. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues pour chaque phase. Des termes de transferts entre les phases permettent le couplage de celles-ci. La turbulence pour le gaz est calculée en utilisant le modèle  $k-\varepsilon$  étendu pour des écoulements gaz-particules en prenant en compte des termes de couplage inverses entre les phases (Vermorel et al. [111]). L'agitation des particules est traitée en utilisant le modèle  $q_p^2 - q_{fp}$ . En plus du calcul de la force de traînée pour la phase particulaire, la force d'Archimède et la force de gravité sont prises en compte dans les équations de la quantité de mouvement pour les deux phases.

La première partie de ce chapitre est une présentation de la théorie cinétique des milieux granulaires, puis la deuxième partie traite des limites de la théorie.



## 3.2 Modélisation des écoulements gaz-particule

Dans cette section nous présentons brièvement les équations résolues dans NEPTUNE\_CFD. L'ensemble de la modélisation est donné en annexe A, ainsi que dans les publications suivantes [15, 35, 36, 102]. L'objectif étant ici de se concentrer sur la modélisation des contraintes dans un milieu particulaire quasi-statique ce qui est une spécificité de notre étude.

### 3.2.1 Description statistique

La fonction de densité de probabilité des vitesses des particules permet de caractériser le comportement d'un nuage de particules. Cette fonction, notée  $f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t)$ , est définie par :

$$f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) d\mathbf{c}_p d\mathbf{x} \quad (3.1)$$

La quantité  $f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) d\mathbf{c}_p d\mathbf{x}$  est le nombre probable moyen de particules à l'instant  $t$ , dont la position du centre de masse est comprise dans l'intervalle  $[\mathbf{x}, \mathbf{x} + d\mathbf{x}]$  ayant une vitesse  $\mathbf{u}_p \in [\mathbf{c}_p, \mathbf{c}_p + d\mathbf{c}_p]$ , où  $\mathbf{c}_p$  est la variable de l'espace des phases associées à la vitesse d'une particule  $\mathbf{u}_p$ . L'ajout d'effets additionnels peut être obtenu en effectuant une extension de la fonction de densité de probabilité, par exemple l'ajout de la vitesse de rotation des particules.

Le nombre moyen des particules entre  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$  à l'instant  $t$  est donné par

$$n_p = \int f_p(\mathbf{x}, \mathbf{c}_p, t) d\mathbf{c}_p. \quad (3.2)$$

Il doit être noté que  $\alpha_p \rho_p$  représente  $n_p m_p$ , où  $m_p$  est la masse de la particule  $p$ . L'écriture de  $\alpha_p = \frac{n_p m_p}{\rho_p}$  est une approximation locale (cellule) de la fraction volumique de la phase dispersée. Par conséquent, la somme de la fraction volumique du gaz et des particules doit satisfaire  $\alpha_p + \alpha_f = 1$ . La vitesse moyenne des particules  $\mathbf{U}_p$  est, pour sa part, définie par :

$$n_p \mathbf{U}_p = \int \mathbf{c}_p f(\mathbf{x}, \mathbf{c}_p, t) d\mathbf{c}_p \quad (3.3)$$

Enfin l'énergie cinétique des particules,  $q_p^2$ , est donnée par :

$$n_p q_p^2 = \int \frac{1}{2} [\mathbf{c}_p - \mathbf{U}_p]^2 f(\mathbf{x}, \mathbf{c}_p, t) d\mathbf{c}_p \quad (3.4)$$

où  $q_p^2 = 1/2 \langle u'_{p,i} u'_{p,i} \rangle_p$ , avec  $\langle \cdot \rangle_p$  l'opérateur représentant la moyenne d'ensemble sur une infinité de réalisations identiques de l'écoulement diphasique et  $u'_p$  est la vitesse fluctuante des particules.

Il est possible, à partir de la fonction de densité de probabilité  $f_p$  de dériver une équation de transport de type Boltzmann pour décrire l'évolution de la fonction de densité de probabilité :

$$\frac{\partial f_p}{\partial t} + c_{p,i} \frac{\partial}{\partial x_i} f_p = - \frac{\partial}{\partial c_{p,i}} \left[ \left\langle \frac{du_{p,i}}{dt} \middle| \mathbf{x}_p = \mathbf{x}, \mathbf{u}_p = \mathbf{c}_p \right\rangle f_p \right] + \left( \frac{\partial f_p}{\partial t} \right)_{coll} \quad (3.5)$$

où  $\langle . | . \rangle$  désigne la moyenne conditionnée. Le terme  $\frac{du_{p,i}}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{m_p}$  est modélisé par l'équation de trajectoire introduite dans la section 2.3. Dans le cadre d'écoulements gaz-particule avec  $\rho_p \gg \rho_f$  les forces s'exerçant sur la particule se réduisent aux seules forces de flottabilité et de traînée. La traînée est modélisée avec le modèle de [43].

En multipliant l'équation (3.5) par un moment de  $f_p$  on obtient l'équation de transport de ce moment. A terme nous obtenons un système d'équations différentielles qu'il faut fermer car chaque moment  $n$  fait intervenir le moment  $n + 1$ . Dans la suite, nous allons présenter ces équations.

### 3.2.2 Modélisation de la phase porteuse

La modélisation de la phase porteuse se traduit par plusieurs équations de conservation : conservation de la masse, trois équations de transport de la quantité de mouvement, de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et de son taux de dissipation  $\varepsilon$ . Une complète description de cette modélisation mathématique est donnée en annexe A.

### 3.2.3 Modélisation de la phase dispersée

La phase particulaire  $p$  étant supposée non-réactive et non sujette à la coalescence, l'agglomération ou à la fragmentation, l'équation de transport de la fraction volumique de la phase dispersée s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_p \rho_p + \frac{\partial}{\partial x_j} [\alpha_p \rho_p U_{p,j}] = 0 . \quad (3.6)$$

L'équation de transport de la quantité de mouvement pour la phase particulaire s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \left[ \frac{\partial U_{p,i}}{\partial t} + U_{p,j} \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} \right] = & - \alpha_p \frac{\partial P_f}{\partial x_i} \\ & + \alpha_p \rho_p g_i \\ & + I_{f \rightarrow p,i} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Sigma_{p,ij}^{gr} + \Sigma_{p,ij}^{fr} \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Dans l'équation (3.7),  $P_f$  est la pression moyenne du gaz,  $g_i$  la  $i^{\text{ème}}$  composante de la gravité. Le troisième terme de droite est le transfert de quantité de mouvement. Ce transfert tient compte de deux mécanismes : le frottement du fluide sur les particules (transfert gaz  $\leftrightarrow$  particules) et les échanges de quantité du mouvement par collisions (transfert particules  $\leftrightarrow$  particules). Cette échange entre classe de particule n'est présent que lorsque l'écoulement est polydisperse. L'ensemble du tenseur des contraintes particulières possède deux contributions : celui provenant de la théorie cinétique des milieux granulaires standard  $\Sigma_{p,ij}^{gr}$  et celui représentant la contrainte frictionnelle  $\Sigma_{p,ij}^{fr}$ .

L'équation de transport de l'agitation des particules  $p$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \left[ \frac{\partial q_p^2}{\partial t} + U_{p,j} \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_p \rho_p K_p^{gr} \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] \\ & - \Sigma_{p,ij}^{gr} \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} \\ & - \frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_{fp}^F} (2q_p^2 - q_{fp}) \\ & - \alpha_p \rho_p \frac{1 - e_c^2}{\tau_c} \frac{1}{3} q_p^2. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Dans l'équation 3.8, le premier terme de droite correspond au transport de  $q_p^2$  par les fluctuations de mouvement des particules avec  $K_p^{gr}$  coefficient de diffusion dérivé dans le cadre de la théorie cinétique. Le deuxième terme est la production d'agitation des particules par les gradients de vitesse moyenne, le troisième est le transfert d'agitation de la turbulence du gaz vers l'agitation des particules. Le dernier est un terme de destruction due aux collisions inter-particulaires, il intervient lorsque les particules ne sont pas élastiques.

### 3.2.4 Modèles des contraintes frictionnelles

Les équations 3.7 & 3.8 sont l'approche standard utilisée lorsque les effets frictionnels sont pris en compte dans l'approche Eulérienne. La contrainte frictionnelle  $\Sigma_{p,ij}^{fr}$  est décomposée en une contribution normale (représentée par la pression frictionnelle  $P_p^{fr}$ ) et une contrainte de cisaillement (représentée par la viscosité frictionnelle  $\mu_p^{fr}$ ), telle que,

$$\Sigma_{p,ij}^{fr} = P_p^{fr} \delta_{ij} - 2\mu_p^{fr} D_{p,ij} \quad (3.9)$$

avec  $D_{p,ij}$  le tenseur des déformations,

$$D_{p,ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_i} \right] - \frac{1}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij}.$$

Le modèle de Johnson and Jackson [60] et Johnson et al. [61] est utilisé pour la pression frictionnelle  $P_p^{fr}$ ,

$$P_p^{fr} = \begin{cases} Fr \frac{(\alpha_p - \alpha_p^{\min})^r}{(\alpha_p^{\max} - \alpha_p)^s} & \text{si } \alpha_p > \alpha_p^{\min} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.10)$$

où  $Fr$ ,  $r$ ,  $s$  sont des paramètres ajustables en fonction du type de particule. Par exemple pour des billes de verre :  $Fr = 0,05 \text{ Pa}$ ,  $r = 2$ ,  $s = 5$ .  $\alpha_{p,\min}$  est la fraction volumique minimale où les forces frictionnelles commencent à agir sur la dynamique de la phase particulaire ( $\alpha_{p,\min}^p = 0,5$ ) et  $\alpha_{p,\max}^p$  est la fraction volumique en particules en situation de compacité maximale. Il peut être noté que d'autres

modèles peuvent être trouvés dans la littérature Chialvo et al. [22], Schneiderbauer et al. [99].

Les modèles de la viscosité frictionnelle sont principalement basés sur des études développées en mécanique des sols [97]. Srivastava and Sundaresan [106] proposent une extension du modèle de Schaeffer [97] en incorporant les effets de fluctuation du taux de déformation. Ils modélisent la viscosité frictionnelle de la façon suivante :

$$\mu_p^{fr} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}P_p^{fr} \sin(\phi)}{2\sqrt{D_p:D_p+\psi}} & \text{si } \alpha_p > \alpha_p^{\min} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.11)$$

où  $\phi$  est l'angle de friction interne, qui est une propriété intrinsèque des particules,  $\psi$  représente la variance des fluctuations du taux de déformation. Savage [96] indique que ces fluctuations existent même dans les écoulements quasi-statiques dues aux formations des couches de cisaillement. Savage [96] propose de l'évaluer par l'expression suivante  $\psi = 2/3 \frac{q_p^2}{\underline{q_p^2}}$ .

Dans les équations (3.7) & (3.8), les effets frictionnels apparaissent seulement dans l'équation de quantité de mouvement. Or ces effets devraient aussi être s'exprimer dans la production d'agitation des particules par les gradients de vitesse moyenne - deuxième terme dans la partie de droite de l'équation 3.8. Cependant, Srivastava and Sundaresan [106] considèrent que les effets frictionnels n'apparaissent pas dans l'équation de l'agitation des particules car il est supposé que la production de l'énergie d'agitation par la contrainte frictionnelle est directement dissipée sous forme de chaleur.

### 3.2.5 Ajout des effets frictionnels dans l'équation de transport de l'énergie cinétique des particules

Une équation de transport de l'énergie cinétique macroscopique des particules,  $E_p = \alpha_p \rho_p^{1/2} U_{p,i} U_{p,i}$ , peut être dérivée de l'équation (3.7).

Dans cette équation un terme de la forme  $\frac{d}{dx_j} (2\mu_p^{fr} D_{p,ij})$  dans l'équation de la composante  $i$  de la vitesse moyenne des particules fait apparaître un terme de dissipation due aux effets frictionnels de la forme  $-2\mu_p^{fr} \underline{D'_p} : \underline{D'_p}$ . Ce terme est la dissipation par friction de l'énergie cinétique macroscopique.

Par analogie entre l'équation de transport  $E_p$  l'équation d'agitation des particules  $q_p^2$ , un terme peut être écrit de la forme suivante  $-2\mu_p^{fr} \underline{D'_p} : \underline{D'_p}$ , où  $\underline{D'_p}$  est le tenseur des déformations lié aux gradients de vitesse fluctuante au sein de l'équation de  $q_p^2$ . Comme montré dans Srivastava and Sundaresan [106], une variance est modélisée par l'expression proposée par Savage [96] ( $\underline{D'_p} : \underline{D'_p} \equiv \psi$ ). Finalement, L'ajout d'un terme supplémentaire dans l'équation de  $q_p^2$  s'écrit :

$$\alpha_p \rho_p \varepsilon_p^{fr} = -2\mu_p^{fr} \underline{D'_p} : \underline{D'_p} \quad (3.12)$$

où la viscosité frictionnelle est donnée par l'équation de (3.11) [106].

Ce terme apparaît dans l'équation d'énergie cinétique comme un terme de transfert du mouvement d'agitation en chaleur.

L'équation de transport de l'agitation des particules  $p$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 \alpha_p \rho_p \left[ \frac{\partial q_p^2}{\partial t} + U_{p,j} \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] = & \quad \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_p \rho_p K_p^{gr} \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] \\
 - & \quad \Sigma_{p,ij}^{gr} \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} \\
 - & \quad \frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_{fp}^F} (2q_p^2 - q_{fp}) \\
 - & \quad \alpha_p \rho_p \frac{1 - e_c^2}{\tau_c} \frac{1}{3} q_p^2 \\
 + & \quad \alpha_p \rho_p \varepsilon_p^{fr}.
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

### 3.3 Validation des effets frictionnels

L'ajout de la viscosité frictionnelle dans la quantité de mouvement et/ou dans l'équation d'agitation va être évalué dans cette section. Deux simulations numériques sont effectuées afin de traduire les différents régimes d'écoulement. Le cas du tas de particules va représenter un cas quasi-statique avec un écoulement dense lent à la surface libre. Le cas de la vidange du silo quant à lui évalue les modèles avec une transition rapide de l'écoulement quasi-statique vers l'écoulement dense proche de l'orifice de sortie.

Une publication comportant une analyse sur les modèles cinétique, collisionnel et frictionnel a été effectuée au sein de l'ICMF -2016-9th International Conference on Multiphase Flow, 2016, et est présentée dans l'annexe C.

#### 3.3.1 Effondrement d'un tas de particules

Afin de valider le modèle proposé dans la section précédente nous avons réalisé la simulation numérique de l'effondrement d'un tas de particules. Ce cas de validation a été étudié expérimentalement par Lajeunesse et al. [64], nous allons nous concentrer seulement sur le cas a) de Lajeunesse et al. [64].

Le dispositif expérimental présenté sur la figure 3.1 comprend un cylindre de rayon interne  $R_i$  reposant sur une surface plane  $60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ . Le tube est partiellement rempli d'une masse  $M$  de billes de verre de diamètre moyen  $d_p = 350 \mu\text{m} \pm 50 \mu\text{m}$  afin de former une colonne de grains de rayon  $R_i = 7,05 \text{ cm}$  et de hauteur  $H_i = 3,95 \text{ cm}$  et de masse  $M = 950 \text{ g}$ . L'angle de repos ( $\theta_r$ ) est estimé à  $21^\circ$  et celui d'avalanche ( $\theta_a$ ) à  $29^\circ$ .

La figure 3.2 présente les résultats obtenus expérimentalement à partir d'une caméra rapide. Le tas final a la forme d'un cône tronqué, de hauteur  $H_f = H_i \approx 4 \text{ cm}$  avec un angle proche de l'angle de repos de  $21^\circ$ .

#### Description des cas simulés

La géométrie maillée est celle d'un parallélépipède dont la base fait  $40 \text{ cm}$  de côté et avec une hauteur suivant l'axe  $O_z$  parallèle à la gravité de  $8 \text{ cm}$ . Le maillage est

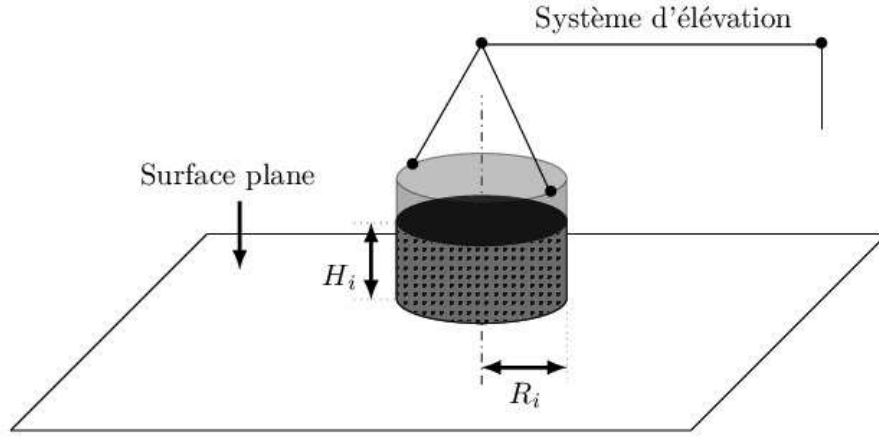


FIGURE 3.1 – Schéma du dispositif expérimental [64].

composé de 466 856 hexaèdres ( $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z \approx 3$  mm). Les propriétés physiques utilisées pour le calcul sont données dans le tableau 3.1. Par défaut, les valeurs des

Propriétés des particules	
Masse volumique	$2500 \text{ kg m}^{-3}$
Diamètre moyen $d_p$	$350 \text{ } \mu\text{m}$
Angle de friction interne	$30^\circ$
Propriétés du gaz ( $P = 1,03 \text{ bar}$ , $T = 25^\circ\text{C}$ )	
Masse volumique	$1,2 \text{ kg m}^{-3}$
Viscosité dynamique	$1,85 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$

TABLEAU 3.1 – Caractéristiques physiques utilisées dans les calculs.

paramètres  $Fr$ ,  $r$ ,  $s$  et  $\alpha_p^{min}$  ont été prises égales à celles proposées par Srivastava and Sundaresan [106], c'est à dire :  $Fr = 0,05 \text{ Pa}$ ,  $r = 2$ ,  $s = 5$  et  $\alpha_p^{min} = 0,5$ . L'angle est égal à celui d'avalanche soit  $\phi = 29^\circ$ .

Toutes les faces sont des parois avec une condition aux limites de type adhérence pour la phase continue et la phase dispersée.

A  $t = 0 \text{ s}$ , un cylindre de rayon  $R_i = 7,05 \text{ cm}$  et de hauteur  $H_i = 4 \text{ cm}$  est rempli de particules avec une fraction volumique de  $\alpha_p = 0,6$ , soit une masse de solide de 939 gr. Les particules se tassent sur elles-mêmes grâce à des parois étanches aux particules. A  $t = 0,2 \text{ s}$ , les parois étanches sont supprimées et le tas de particules s'effondre. La fraction volumique des particules en dehors du cylindre est initialisée à  $10^{-9}$ . Dans les simulations numériques aucun modèle de turbulence n'est pris pour le gaz.

Les calculs ont été effectués en pas de temps variable, un nombre de Courant maximum fixé à 1. Une étude de sensibilité présentée en annexe D a été effectuée sur le nombre de Fourier max. Elle met en évidence la nécessité de prendre un nombre

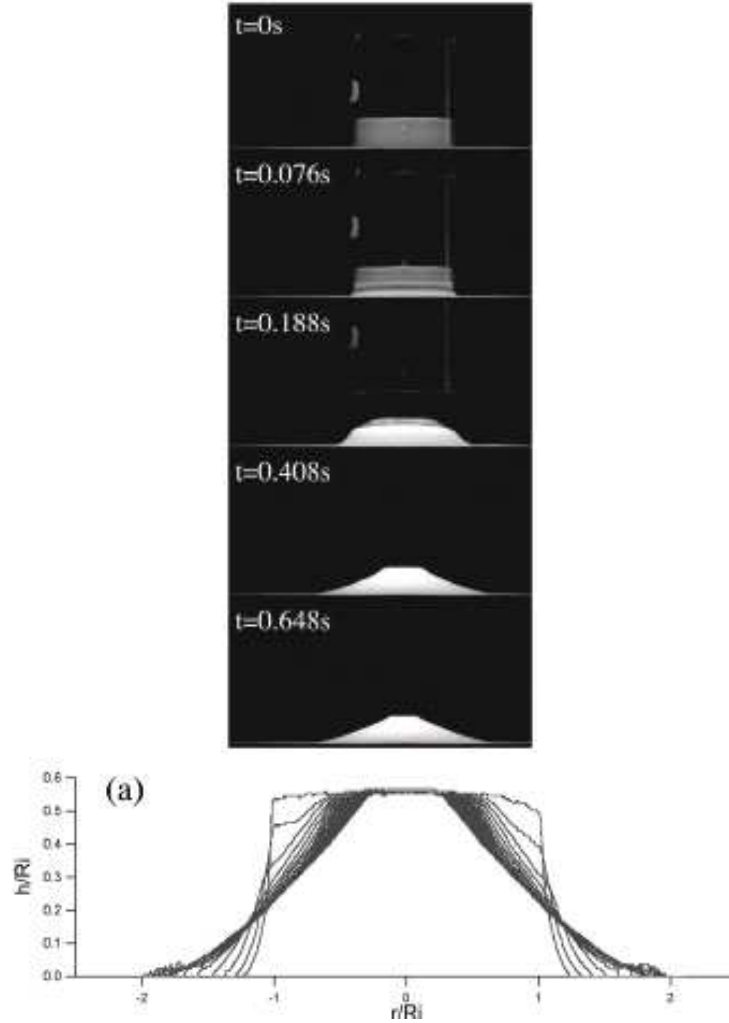


FIGURE 3.2 – Effondrement du tas de sable. Données expérimentales cas a) [64].

de Fourier égal à 1, ceci est dû à un problème de diffusivité effective lié à la non-prise en compte de la viscosité frictionnelle dans le solveur. Les simulations numériques présentées ont été effectuées avec un nombre de Fourier maximum fixé à 1.

### Résultats

Le modèle de la viscosité frictionnelle est comparé avec ou sans la prise en compte du terme dissipation de viscosité frictionnelle  $\varepsilon_p^{fr}$  dans l'équation de transport de l'énergie cinétique. La figure 3.3 est une représentation 3D du champ de fraction volumique de l'effondrement du tas de sable. Une coupe 2D de ce champ (voir figure 3.4) permet de regarder l'effondrement au cours de temps. L'état final de l'effondrement est comparé qualitativement à la forme du profil expérimental de Lajeunesse et al. [64]. Le modèle de la viscosité frictionnelle (3.11) de Srivastava and Sundaresan [106] permet d'obtenir la formation d'un angle de talus. Un très bon accord avec les résultats expérimentaux est remarqué lorsque l'ajout du terme

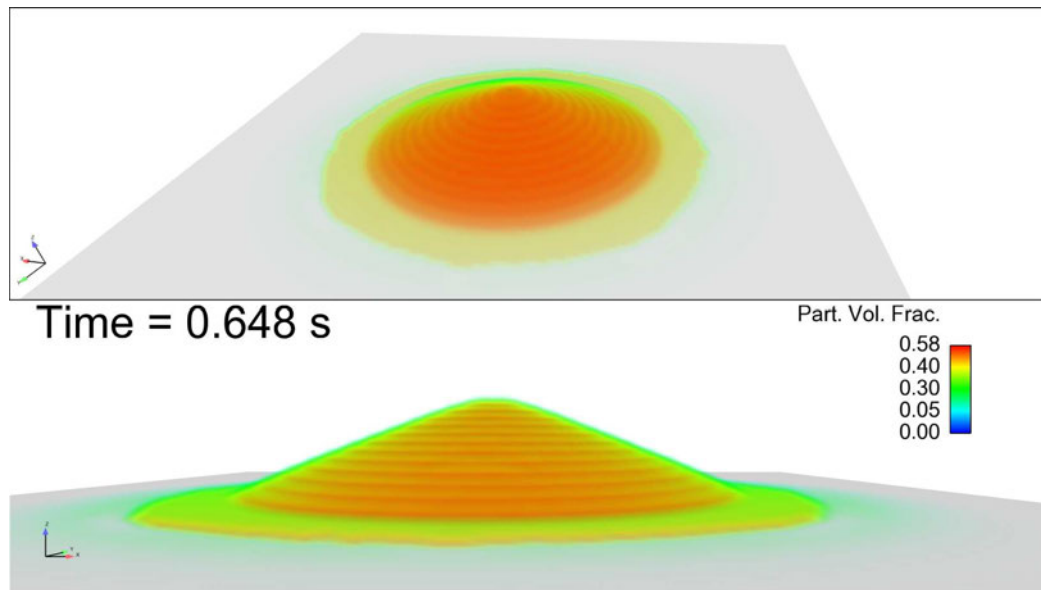


FIGURE 3.3 – Champs de fraction volumique 3D obtenue par la simulation numérique de l'effondrement du tas de sable au temps final. Simulation numérique avec prise en compte de la viscosité frictionnelle et du terme  $\varepsilon_p^{fr}$  (3.12).

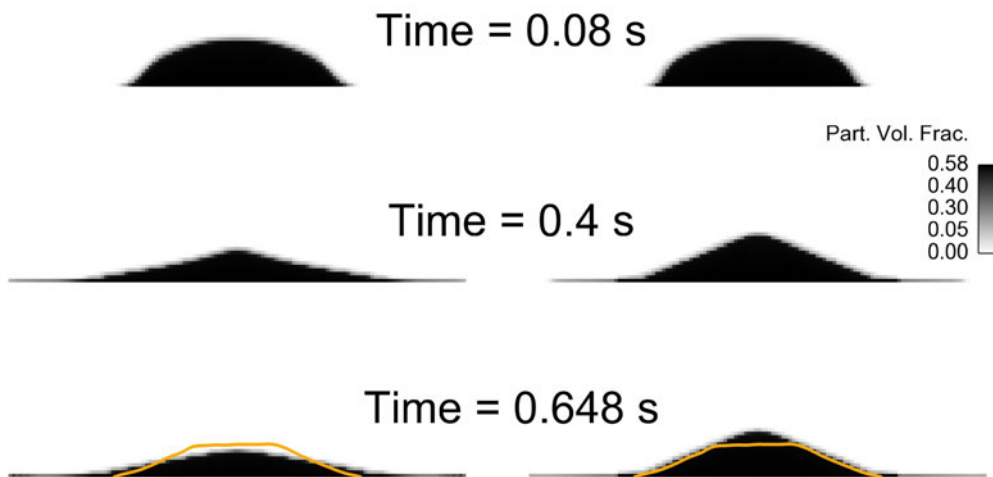


FIGURE 3.4 – Champs de fraction volumique obtenus par la simulation numérique de l'effondrement du tas de sable à différents temps avec la prise en compte de la viscosité frictionnelle (3.11), à gauche sans le terme  $\varepsilon_p^{fr}$  ; à droite avec le terme  $\varepsilon_p^{fr}$  (3.12). La ligne orange correspond au profil final du tas de sable relevé par Lajeunesse et al. [64].



$\varepsilon_p^{fr}$  dans l'équation d'agitation est prise en compte, il permet de prédire le bon angle du tas de sable. Toutefois, pour les deux simulations le tas final obtenu a la forme d'un cône et non d'un cône tronqué comme celui visualisé expérimentalement. La différence pourrait être liée à l'initialisation de la simulation numérique. En effet, expérimentalement le tas est au sein d'un récipient qui est retiré progressivement ceci n'est pas pris en compte dans les simulations.

En définitive la prise en compte des effets frictionnels améliore la prédiction dans un écoulement quasi-statique, dans la suite nous allons regarder pour un écoulement avec une transition rapide sur la vidange d'un silo.

### 3.3.2 Vidange d'un silo

Afin de rendre compte de la capacité du modèle Eulérien proposé à prédire le débit de poudre en sortie du silo, nous considérons l'expérience de Benyamine et al. [13]. Dans cette expérience, la vidange d'un silo a été effectuée avec des billes de verre sphériques monodisperses ainsi que des mélanges bidisperses. La figure 3.5 montre la géométrie de l'expérience. Seule la configuration rectangulaire est étudiée, elle correspond à une section rectangulaire de 60 mm x 3.5 mm avec une hauteur de 500 mm. Dans cette étude, nous considérons un orifice de sortie d'une longueur de  $D = 6.80$  mm et d'une profondeur de 3.5 mm. Le maillage est composé d'environ 10 000 hexaèdres, avec deux cellules dans largeur soit un  $\Delta_y = 1.75$  mm et pour la hauteur  $\Delta z \sim 1.6$  mm. 11 cellules couvrent l'injecteur soit  $\Delta x \sim 0.6$  mm. Une région en dessous de l'orifice est ajoutée afin de permettre le déversement de la poudre. Cette région a une hauteur de 100 mm.

La prise en compte des effets frictionnels et en particulier la viscosité frictionnelle nous permet d'obtenir un débit massique des particules sensiblement proche des expériences. En effet, il a été montré que sans la prise en compte du modèle de viscosité frictionnelle (3.11) la vidange d'un silo est surestimée de plusieurs ordres de grandeur (Audard et al. [6]). La transition d'un écoulement lent (au sein du silo) à un écoulement rapide (à la sortie du silo) peut induire une agitation élevée des particules, c'est pour cela qu'il est intéressant d'estimer l'influence de la contribution du terme  $\varepsilon_p^{fr}$  (3.12) dans l'équation d'agitation.

Des tests de sensibilité de maillage ont été effectués mais ne seront pas montrés dans ce paragraphe. Un raffinement par deux de l'ensemble des mailles n'a pas de changement significatif sur le débit massique des particules. La masse volumique des particules est de  $\rho_p = 2500$  kg/m<sup>3</sup>. Différents rapports de diamètres d'orifice sur le diamètre des particules ont été analysés (tableau 3.2). Les caractéristiques de l'air sont les mêmes que dans la section précédente.

Les simulations numériques ont été effectuées sur 15 secondes, la moyenne du débit est calculée entre 4 secondes et 15 secondes, afin de considérer le régime comme établi après l'état transitoire qui apparaît au début de la vidange.

Janda et al. [55] remarquent un bon accord entre le débit massique des particules mesuré ( $Q$ ) avec la corrélation de Beverloo. Ils proposent la corrélation expérimentale suivante pour la configuration étudiée ici :

$$Q = C \rho_p \alpha_p \sqrt{g} W (D - k d_p)^{3/2} \quad (3.14)$$

Avec les coefficients  $C = 0.91$  et  $k = 1.36$ .

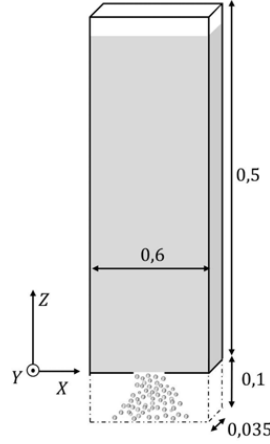


FIGURE 3.5 – Géométrie de la configuration de Benyammine et al. [13].

## Résultats

Les figures 3.6 montrent l'évolution temporelle du débit massique des particules pour différents diamètres de particules. La stabilisation du débit massique des particules prend environ 4 secondes physiques pour chaque simulation. De faibles fluctuations sont observées autour d'une valeur moyenne, nous remarquons des fluctuations plus fortes lorsque le ratio  $D/d_p = 59,64$ , en particulier pour le modèle de viscosité frictionnelle sans l'ajout  $\varepsilon_p^{fr}$ . Le débit massique des particules prédit par le modèle est comparé aux résultats expérimentaux de Benyammine et al. [13] dans le tableau 3.2. Nous pouvons voir de très bon accord entre les simulations et les expériences en particulier lorsque le terme  $\varepsilon_p^{fr}$  est pris en compte. Le tableau 3.2 montre les résultats des simulations numériques sur le débit massique des particules. La figure 3.7 compare les résultats des simulations numériques aux valeurs expérimentales et à la prédiction de Beverloo en fonction du débit massique adimensionné des particules. Nous pouvons voir que la courbe de Beverloo est correctement prédite par les modèles de viscosité frictionnelle. Les principaux écarts constatés apparaissent lorsque le rapport  $D/d_p$  est faible. Ils correspondent à seulement quelques particules passant à travers l'orifice de sortie du silo. Toutefois l'ajout du terme  $\varepsilon_p^{fr}$  permet de mieux prédire ces cas.

## 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons effectué une description de la modélisation des écoulements gaz-particule avec une méthode Euler-Euler, avec une attention particulière sur la modélisation du tenseur des contraintes frictionnelles. La modélisation de ce tenseur est une des méthodes qui nous permettent de prendre en compte des contacts particules-particules aux temps longs. L'ajout d'une modélisation à l'équation de l'énergie d'agitation est effectué.

TABLEAU 3.2 – Moyenne temporelle du débit massique des particules (en  $\text{g.s}^{-1}$ ) mesuré dans les simulations numériques, l'erreur relative  $E$  se calcule de la manière suivante  $E = |[Q_{sim} - Q_{exp}]|/Q_{sim}$  et s'exprime en %.

$D/d_p$	Exp.	sans $\varepsilon_p^{fr}$	$E_{\text{sans } \varepsilon_p^{fr}}$	avec $\varepsilon_p^{fr}$	$E_{\text{avec } \varepsilon_p^{fr}}$
59,64	8,3	7,9	5,06	7,7	7,79
33,17	8,2	7,2	13,88	7,8	5,12
20,60	6,9	6,3	9,52	8,2	15,8
13,96	7,0	5,1	37,25	7,5	6,6
9,4	6,4	4,2	52,38	6,1	4,91
6,29	4,4	3,4	29,41	4	10
5,23	4	2,9	37,9	4,6	13

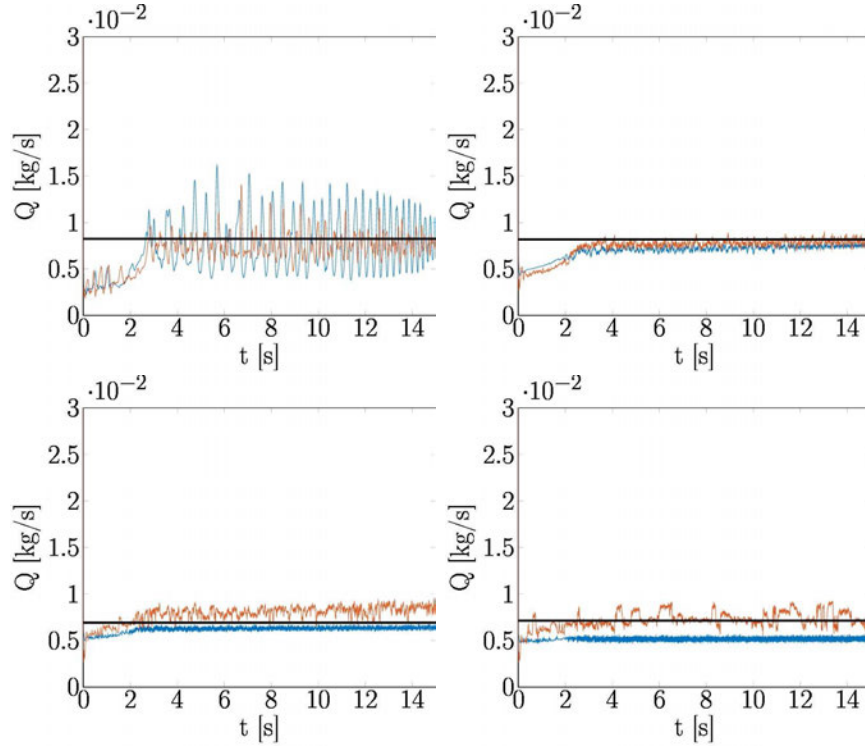


FIGURE 3.6 – Evolution temporelle du débit massique des particules, en haut à gauche  $D/d_p = 59,64$ ; en haut à droite  $D/d_p = 33,17$ ; en bas à gauche  $D/d_p = 20,60$ ; en bas à droite  $D/d_p = 13,96$ . La ligne noire correspond aux valeurs expérimentales, les lignes colorées sont les simulations numériques avec le modèle de viscosité frictionnelle (3.11), l'absence de  $\varepsilon_p^{fr}$  est représentée par la ligne bleue, l'ajout de  $\varepsilon_p^{fr}$  (3.12) par la ligne rouge.

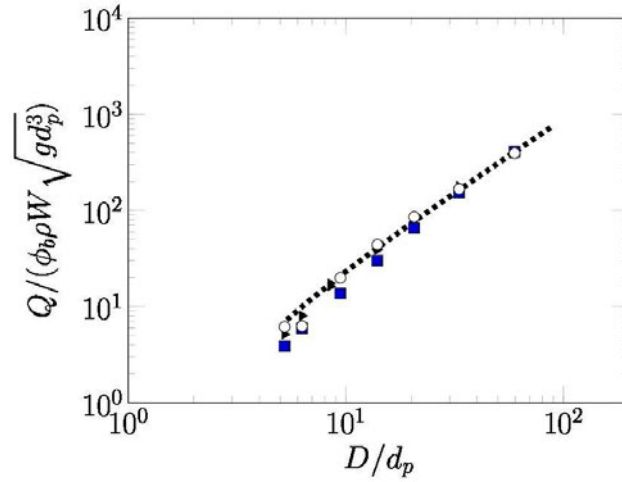


FIGURE 3.7 – Débit massique adimensionné de particules  $Q/\rho\phi_b W\sqrt{gd_p^3}$ . La ligne en pointillés ---- ; représente la loi de Beverloo eq. (3.14), les symboles  $\blacktriangle$  sont les valeurs expérimentales de Benyamine et al. [13], les symboles  $\blacksquare$  représentent le modèle de viscosité frictionnelle sans l'ajout  $\varepsilon_p^{fr}$  et les symboles  $\circ$  sont le modèle de viscosité frictionnelle avec l'ajout  $\varepsilon_p^{fr}$ .

Cet ajout représente la dissipation de l'énergie d'agitation par les contraintes frictionnelles. Il permet d'améliorer nettement les résultats pour des écoulements lents et rapides, dans des régimes quasi-statiques ou denses.

En effet le terme de dissipation permet de prédire l'angle de talus lors de l'effondrement de particules et ce même pour des temps longs. Cependant, le tas final obtenu a la forme d'un cône et non d'un cône tronqué comme celui visualisé expérimentalement. L'une des sources de ces différences pourrait provenir de l'initialisation. Expérimentalement le tas est au sein d'un récipient qui est retiré progressivement ceci n'est pas pris en compte à l'heure actuelle dans les simulations.

Il a été mis en évidence que le terme de dissipation permet d'avoir une très bonne prédiction du débit massique des particules avec la loi de Beverloo pour la vidange d'un silo. Toutefois, lorsque le ratio diamètre d'orifice sur le diamètre des particules devient faible (correspondant à seulement quelques particules passant à travers l'orifice), les modèles (avec et sans le terme de dissipation) ont des difficultés à prédire correctement le débit massique des particules.

En outre, il existe d'autres modèles et approches pour prendre en compte la transition entre les régimes denses et les régimes quasi-statiques. Récemment Schneiderbauer et al. [99] proposent d'utiliser la loi du  $\mu(I)$  ainsi que les développements effectués par des simulations numériques DEM (Chialvo et al. [22]).

## Chapitre 4

# Mise en œuvre des simulations numériques

### Contents

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>63</b>
<b>4.2</b>	<b>Description des expériences</b>	<b>64</b>
4.2.1	Expérience d’Ansart et al. [5]	64
4.2.2	Expérience de Liu et al. [66]	67
<b>4.3</b>	<b>Géométrie et maillage</b>	<b>68</b>
<b>4.4</b>	<b>Conditions aux limites</b>	<b>70</b>
4.4.1	De pression	70
4.4.2	Aux parois	70
<b>4.5</b>	<b>Paramètre et modèle des simulations numériques</b>	<b>71</b>

### 4.1 Introduction

Au cours de cette thèse, différentes méthodes ont été employées pour réaliser la simulation numérique du jet. Les premières études 3D se sont portées sur une version simplifiée du maillage avec une sortie libre pour les particules et le gaz en bas du domaine (avec aucun évent dans le domaine) et une longueur de la chambre restreinte (0.6 m) (voir figure 4.1). Les études ont permis de caractériser l’effet des conditions limites, des paramètres du modèle frictionnel, de la polydispersion de la poudre, des modèles de turbulence pour la phase gazeuse, et aussi de la taille des cellules du maillage, (Audard et al. [6], Zeren et al. [115]).

Les simulations ont montré que la vitesse moyenne des particules dans la chambre est largement surévaluée par rapport aux mesures expérimentales puisqu’en effet les particules tombent en bloc à la vitesse de chute d’une particule dans le vide.

Une première évolution de la géométrie a consisté à faire pénétrer l’injecteur dans la chambre afin d’éventuellement mieux prédire le mouvement de l’air proche de celui-ci (figure 4.2). Cette modification au niveau de l’injection n’a pas changé le comportement du jet, Audard et al. [6].

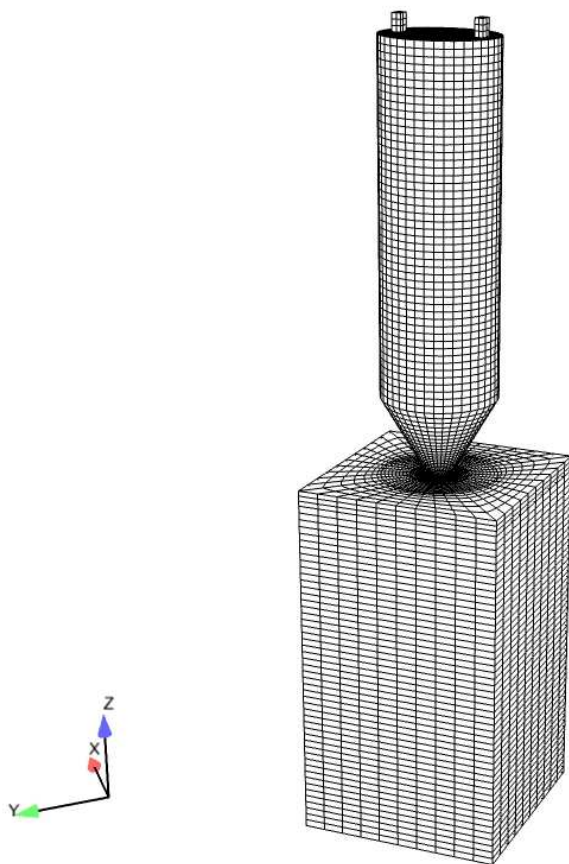


FIGURE 4.1 – Maillage 3D de l'expérience d'Ansart [4]

Une deuxième modification consiste à faire une dissymétrie de l'injecteur. L'idée est de donner aux simulations 3D un axe privilégié à l'écoulement pouvant provoquer dans notre cas l'instabilité. Cette dissymétrisation ovalise l'injecteur, des rapports d'aspect entre le petit angle et le grand angle pouvant aller jusqu'à 90% n'ont pas suffi à déclencher une instabilité.

Après ces études, il a été nécessaire d'apporter des évolutions sur le maillage et sur les conditions aux limites de pression. Ces deux points spécifiques vont être développés dans ce chapitre.

## 4.2 Description des expériences

### 4.2.1 Expérience d'Ansart et al. [5]

L'illustration 4.3 représente l'expérience d'Ansart et al. [5]. Son expérience consiste à étudier la décharge d'un silo, afin de comprendre et de quantifier l'émission de poussière. La géométrie se décompose en deux parties : la partie haute représente le silo, deux événements ont été positionnés sur le dessus permettant à l'air

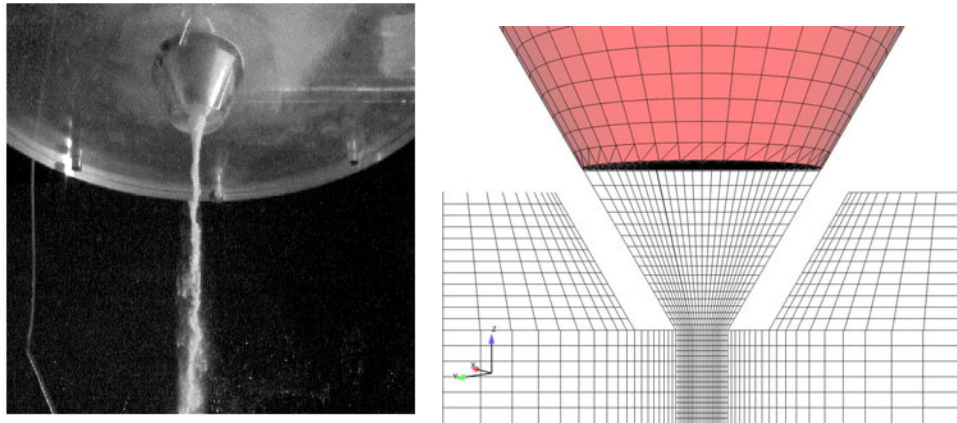


FIGURE 4.2 – Photographie de l'expérience d'Ansart [4] représentant les 30 premiers centimètres de l'écoulement (gauche), maillage 3D proche de l'injecteur (droite).



FIGURE 4.3 – Illustration 3D et 2D de l'expérience d'Ansart et al. [5].

d'entrer. La seconde partie représente la chambre de dispersion, quatre sorties d'air ont été placées dans la chambre : deux au milieu et deux en bas de la chambre (Figure 4.4).

L'enceinte de mesure permet de recevoir les particules et de mesurer la quantité d'air entraîné lors du déversement des poudres. Deux différents processus peuvent être à l'origine de la dispersion de poussière dans cette enceinte : le panache et la mise en suspension des particules lors de l'impact.

L'étude menée par Ansart et al. [5] s'est concentrée sur le premier mécanisme. Pour ce faire, Ansart et al. [5] positionnent une plaque avec un trou dans la chambre de dispersion. Cette plaque a deux utilités. Elle évite que les particules mises en

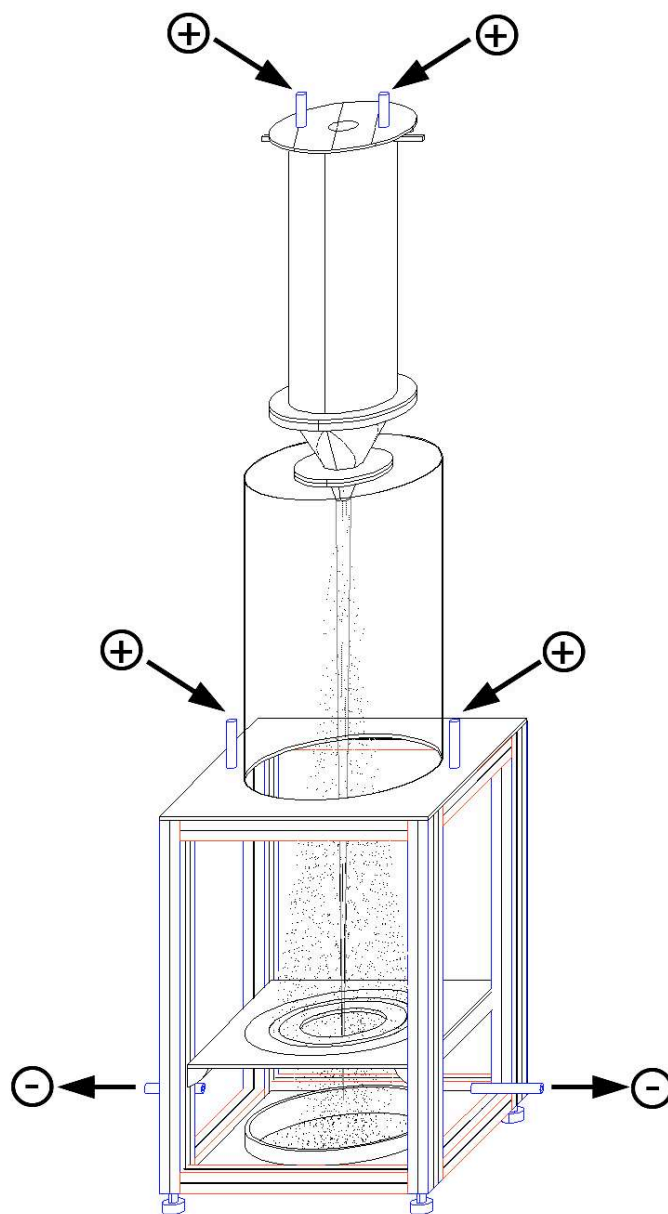


FIGURE 4.4 – Schéma de l'expérience d'Ansart et al. [5].

suspension remontent et perturbent la formation du panache. En outre, elle permet la mesure du débit d'air entraîné dans le jet par un système d'extraction d'air en dessous de la plaque.

Le tableau 4.1 donne les propriétés physiques du gaz et des particules utilisées pour les simulations numériques, nous rappelons que le span correspond à la différence du diamètre  $d_{90}$  et  $d_{10}$  sur le diamètre moyen médian  $d_{50}$  appelé aussi dans l'ensemble du texte  $d_p$  (voir chapitre 2.2.2). Ansart et al. [5] ont effectué différents types de mesure, notamment de ségrégation granulométrique avec un système optique le granulomètre laser Spraytec. Ce système permet également d'accéder à la



concentration volumique moyenne en particules. Puis, ils ont utilisé un système de mesures par imagerie laser (système PIV) afin de mesurer la vitesse des particules. Enfin, ils ont examiné les débits d'air induits dans le panache avec un système d'aspiration.

TABLEAU 4.1 – Propriétés et conditions expérimentales de l'expérience d'Ansart et al. [5]

Air	masse volumique, $\rho_f$ [ kg.m <sup>-3</sup> ]	1,2
	viscosité dynamique, $\mu_f$ [ Pa.s ]	$1,85 \times 10^{-5}$
Particules	masse volumique, $\rho_p$ [ kg.m <sup>-3</sup> ]	1000
	diamètre moyen médian, $d_p$ [ $\mu\text{m}$ ]	60
	span [ – ]	1,03
	débit massique de particule, $Q$ [ kg.s <sup>-1</sup> ]	$1,44 \times 10^{-3}$
Géométrie	diamètre d'injecteur, $D$ [ mm ]	10

#### 4.2.2 Expérience de Liu et al. [66]

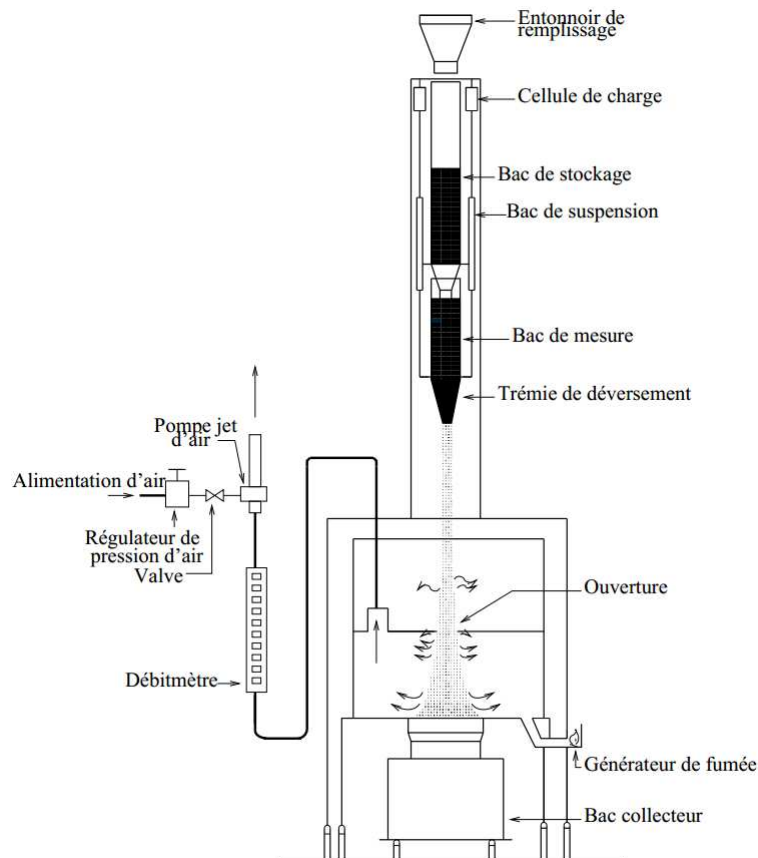


FIGURE 4.5 – Dispositif expérimental de Liu et al. [66]

type de particule	masse volumique $\rho_p$ [ kg.m <sup>-3</sup> ]	diamètre moyen médian $d_p$ [ $\mu$ m ]	span
Aluminium	2465	96	0,72
Sable	2803	367	-
Corvic de vinyle	1487	116	-

TABLEAU 4.2 – Caractéristiques physiques des particules utilisées dans l’expérience de Liu et al. [66].

L’expérience d’Ansart et al. [5] est basée sur l’expérience de Liu et al. [66] (Figure 4.5). Les principales différences entre les deux configurations concernent la géométrie, la granulométrie et les systèmes de mesures. Liu et al. [66] utilisent un arrangement de double trémie conique pour le déversement de la poudre. La trémie conique de déversement a un diamètre intérieur, des diamètres d’orifice de sorties et un demi-angle différents de l’expérience d’Ansart et al. [5]. Liu et al. [66] ont utilisé trois poudres composées de particules sphériques, l’écart type géométrique de la distribution en taille des particules étant faible nous pouvons l’assimiler à une poudre monodisperse. Les propriétés physiques et les débits massiques des particules à la sortie de l’orifice sont donnés dans les tableaux 4.2 et 4.3.

D	Débit massique des particules à la sortie du silo		
	Aluminium	Sable	Corvic de vinyle
2	0.27	-	0.14
5	3.82	-	1.96
13.2	-	66.7	13.4
18.2	66.4 $\pm$ 13	138.9	28.7

TABLEAU 4.3 – Débit massique des particules en [ g.s<sup>-1</sup> ] en fonction du diamètre d’injecteur en [ mm ] et du type des particules dans l’expérience de Liu et al. [66].

### 4.3 Géométrie et maillage

Au cours de l’étude, nous avons remarqué la nécessité de représenter avec exactitude la chambre de dispersion. La géométrie d’Ansart et al. [5] est basée sur celle de Liu et al. [66]. Des maillages sensiblement similaires sont utilisés sur les deux configurations. Les modifications s’effectuent principalement sur le silo et le raffinement au niveau de l’axe dans la chambre. La figure 4.6 montre le maillage utilisé pour les simulations numériques d’Ansart et al. [5]. Nous pouvons voir que la chambre, la plaque et les événements sont représentés.

La chambre est composée,

- d’un cylindre ( $r = 250$  mm,  $h = 500$  mm) ,
- et d’une section rectangulaire de  $600 \times 600$  mm et de hauteur totale de  $h = 814$  mm.

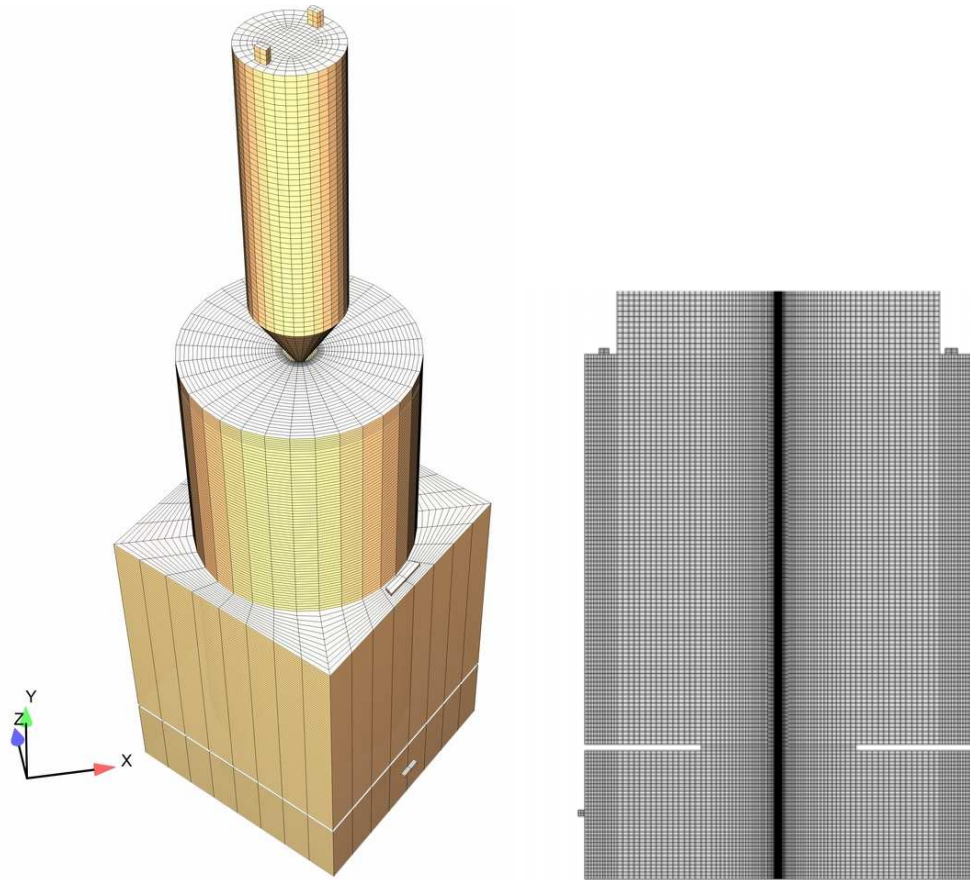


FIGURE 4.6 – Maillage réalisé pour la simulation numérique de l’expérience d’Ansart et al. [5], à gauche vue 3D, à droite coupe 2D.

Dans la partie basse du domaine la plaque est située à 200 mm du bas du domaine, son épaisseur est de 10 mm. Cette plaque possède un trou qui a un rayon de 120 mm. Tous les événements ont la même section qui est de  $520 \text{ mm}^2$ . Le maillage contient 440 000 cellules hexaédrales dont 17 000 pour le silo. Un raffinement proche de l’injecteur a été effectué dans le but d’avoir un maillage suffisamment fin pour capturer les effets d’instabilité du jet. Radialement, le raffinement est en forme de cône. Axialement, nous avons un déraffinement lorsque l’on s’éloigne de l’injecteur.

Dans l’étude de Liu et al. [66] le diamètre du trou dans la plaque n’est pas spécifié. Pour simuler les cas expérimentaux de Liu et al. [66], une géométrie et un maillage similaire sont utilisés pour la chambre de dispersion, seul le diamètre d’orifice a été adapté.

Deux entrées d’air libres sont localisées au sommet du silo. Deux types de silos vont être considérés, le premier correspond à celui de l’expérience d’Ansart et al. [5]. Il est composé de :

- un cylindre d’une longueur de 600 mm et d’un diamètre de 200 mm,
- un cône tronqué, avec une hauteur de 190 mm, un injecteur de 10 mm et un demi-angle interne de  $30^\circ$ .

Le second correspond à celui de l'expérience de Liu et al. [66] sans la trémie supérieure. Il est composé de :

- un cylindre d'une longueur de 600 mm et d'un diamètre de 144 mm,
- un cône tronqué, avec différents diamètres d'ouverture de 2, 5, 13,2 et 18,2 mm. La hauteur de ce cône va varier en fonction du diamètre d'injecteur seul le demi-angle interne de 16.9° est conservé.

Quelques modifications de la chambre sont effectuées afin de prendre en considération les différents diamètres de sortie de l'expérience de Liu et al. [66].

L'origine de nos géométries est située au centre de la sortie du silo. Lorsque  $z$  est positif nous nous situons dans le silo et lorsque  $z$  est négatif nous nous positionnons dans la chambre.

## 4.4 Conditions aux limites

### 4.4.1 De pression

Une attention particulière a été portée aux conditions limites de pression au niveau des événements. En effet, dans les expériences les six événements ont été dimensionnés en utilisant des capteurs de pression, afin de s'assurer que le différentiel de pression entre la partie au sein de l'enceinte où la mesure est effectuée et l'air ambiant reste nul. Les événements dans les simulations numériques sont considérés comme des entrées/sorties libres ce qui correspond à une sortie standard lorsque le débit est sortant et à une entrée libre lorsque le débit est entrant. La relation de Bernoulli est utilisée pour décrire une condition limite de pression reliant la pression et la vitesse à ces faces d'entrées libres.

La relation de Bernoulli entre une face de sortie  $o$  liée à un point sur la même ligne de courant loin du domaine de calcul s'exprime

$$P_o - \rho_f \mathbf{g} z_o + 1/2 \rho_f \mathbf{U}_o^2 = P_{ref} - \rho_f \mathbf{g} z_{ref} + 1/2 \rho_f \mathbf{U}_{ref}^2 \quad (4.1)$$

où  $P_o$ ,  $U_o$  sont les pressions et la vitesse de l'air à la face de sortie,  $P_{ref}$  correspond à la pression de référence, choisie arbitrairement dans nos cas d'étude à la pression au niveau des événements au-dessus du silo. En supposant que la densité est constante sur la ligne de courant et que la vitesse du fluide est égale à zéro à l'infini, l'équation 4.2 devient :

$$P_o = P_{ref} - 1/2 \rho_f \mathbf{U}_o^2 + \rho_f \mathbf{g} (z_{ref} - z_o) \quad (4.2)$$

Cette condition est imposée lorsque le débit d'air est entrant dans le domaine.

Afin d'éviter l'accumulation des particules au bas du domaine, on impose en conditions limites une sortie libre pour les particules et une paroi pour le gaz. L'ensemble des conditions limites de sortie de pression est représenté sur la figure 4.7.

### 4.4.2 Aux parois

Comme cela a été montré par Audard et al. [6, 7], les conditions aux limites sur les parois du silo sont importantes afin de prédire correctement le débit massique

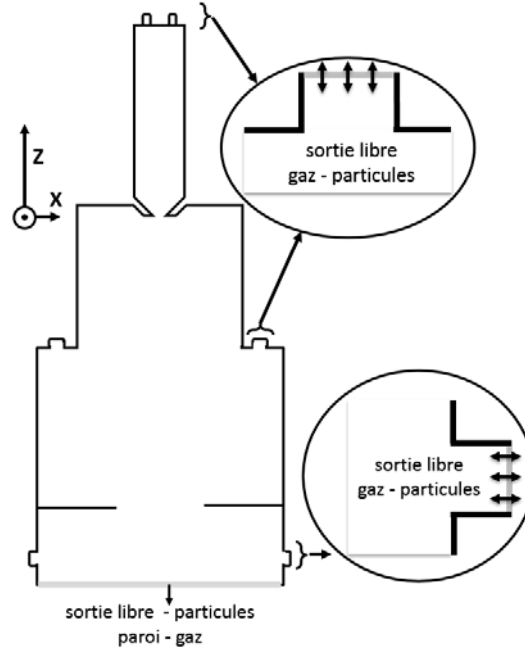


FIGURE 4.7 – Représentation des différents orifices de sorties et les conditions aux limites de pression.

des particules à la sortie du silo. Les conditions aux limites de paroi sont de types friction pour le gaz et adhérence pour les particules. On peut noter que lors du développement du jet dans la chambre les conditions limites de parois n'ont pas d'effet sur le jet car elles sont suffisamment éloignées.

## 4.5 Paramètre et modèle des simulations numériques

Le modèle  $k - \varepsilon$  est utilisé pour la phase continue. Le modèle d'agitation  $q_p^2 - q_{fp}$  est utilisé pour la phase particulaire. Les calculs prennent en compte les termes de traînée et de pression moyenne dans le transfert interfacial de quantité de mouvement. Le modèle de traînée utilisé est celui proposé par Gobin et al. [43] qui correspond au modèle de Wen and Yu [114] limité par le modèle d'Ergun [31] dès que la fraction volumique des particules devient supérieure à 0,3.

Par défaut, les valeurs des paramètres des modèles frictionnels  $Fr$ ,  $r$ ,  $s$  et  $\alpha_p^{min}$  ont été prises égales à celles proposées par Srivastava and Sundaresan [106], c'est à dire :  $Fr = 0,05 Pa$ ,  $r = 2$ ,  $s = 5$  et  $\alpha_p^{min} = 0,5$ . Chaque simulation a été effectuée avec un angle de friction interne  $\phi = 28.5^\circ$ . Le modèle proposé dans le chapitre précédent  $\varepsilon_p^{fr}$  n'est pas utilisé. Les collisions sont traitées avec le modèle décorrélé.



## Chapitre 5

# Etude de la perturbation de l'injection sans la prise en compte du silo

### Contents

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>74</b>
<b>5.2</b>	<b>Conditions initiales d'entrées</b>	<b>76</b>
5.2.1	Détermination de la vitesse moyenne verticale à la sortie du silo	76
5.2.2	Perturbations	77
<b>5.3</b>	<b>Définition</b>	<b>78</b>
5.3.1	Largeur et pente du jet	78
5.3.2	Débit d'air entraîné	81
5.3.3	Temps de relaxation cinématique $\tau_p$	81
5.3.4	Temps caractéristique du jet $\tau_1$	82
5.3.5	Moyenne pondérée	82
5.3.6	Plan de coupe	83
<b>5.4</b>	<b>Perturbation aléatoire issue d'un tirage uniforme</b>	<b>83</b>
5.4.1	Débit massique	84
5.4.2	Evolution axiale	85
5.4.3	Evolution radiale	85
<b>5.5</b>	<b>Perturbation aléatoire générée par un schéma de Langevin</b>	<b>87</b>
5.5.1	Débit massique	88
5.5.2	Evolution axiale	89
5.5.3	Evolution radiale	90
5.5.4	Angle d'ouverture	91
5.5.5	Débit d'air entraîné	91
5.5.6	Evolution du nombre de Stokes	94
<b>5.6</b>	<b>Perspective</b>	<b>96</b>

**Mots-clés :** Vidange d'un silo, perturbation, simulation numérique, écoulement gaz-particule.

## 5.1 Introduction

En 2009, Belt and Simonin [12] étudient le cas d'un jet granulaire tombant sur des configurations, 2D axisymétrique, 2D plan et 3D.

Dans les configurations 2D, Belt and Simonin [12] ont mené l'étude sur l'agitation des particules en monodisperse et polydisperse. Ils obtiennent une expansion du jet (voir figure 2.30) mais plus faible que celle obtenue par l'expérience d'Ansart et al. [5]. Belt and Simonin [12] concluent que l'agitation des particules est trop faible pour expliquer l'élargissement du jet observé, ouverture du jet peut être provoquée par une instabilité propre du jet.

Les simulations 3D (Belt and Simonin [12]) du jet sur un maillage raffiné ne montrent pas d'instabilité ni d'expansion latérale du jet. Selon Belt and Simonin [12] l'instabilité pourrait être produite par la géométrie de l'injecteur ou bien encore l'écoulement granulaire à l'intérieur du jet. Pour initier l'instabilité de nombreuses perturbations ont été effectuées :

- des perturbations aléatoires dans le temps et/ou l'espace sur la fraction volumique et sur les vitesses moyennes radiale et axiale des particules.
- des pulsations axiales avec une période entre 0,01 et 0,1 s sur la fraction volumique et sur la vitesse moyenne axiale des particules et du fluide.
- une entrée sinusoïdale avec une période de 0,1 s agissant sur la vitesse moyenne radiale des particules.

Cependant, dans les études antérieures, l'utilisation des perturbations à l'injecteur fut sans résultats, puisqu'elles ne provoquent ni l'élargissement du jet ni l'apparition d'une instabilité. Dans les simulations antérieures la fraction volumique initiale à l'injecteur est équivalente à celle dans le silo. Sur ces résultats le jet tombe en masse, le cœur du jet est dense, il empêche l'air environnant de pénétrer et de provoquer la dispersion de poudre. Or Ansart et al. [5] ont remarqué que des poches d'air entrent périodiquement dans l'injecteur lors de ses expériences.

Nous allons montrer dans ce chapitre qu'il est possible de déstabiliser le jet granulaire 3D.

Expérimentalement, les capteurs de forces donnent accès à la masse de poudre sortie du silo. Ces données permettent d'obtenir une valeur moyenne au cours du temps mais ne renseignent pas sur les oscillations temporelles car le signal est bruité par la vibration forcée du silo. Cette acquisition ne divulgue aucune information complémentaire quant à la proportion du nombre de particules passant à travers l'orifice et aucun détail sur leur vitesse. Lors de la vidange, des phénomènes de voûte ou d'avalanches peuvent être présents et générer des fluctuations de fraction volumique, en particulier si l'on suppose que des arches se forment au niveau de l'orifice de sortie. Alors une zone appelée "zone de chute libre", se crée entre l'arche et la sortie de l'injecteur. Cette zone située au niveau de l'injecteur a une forme de



dôme hémisphérique (Figure 5.2), avec une hauteur équivalente au rayon d'orifice (Brown and Richards [17]).

A partir de ce constat, nous allons considérer le débit massique moyen connu (donnée expérimentale) et nous allons formuler la vitesse des particules à partir de différentes relations extraites de la littérature. De plus, il a été remarqué expérimentalement (Figure 5.1) des perturbations du débit à la sortie du silo. Les capteurs nous permettent d'obtenir un pic de fréquence de 25 Hz sur les spectres de la perte de masse. Ce pic de fréquence correspond à la fréquence de la masselotte utilisée dans l'expérience afin de faciliter l'écoulement du jet en faisant vibrer le silo.

Avec ce jeu de paramètres vitesse/fraction volumique, une étude de l'effet d'une perturbation des conditions d'entrée des particules sur la dispersion radiale du jet va être conduite. Deux types de perturbations aléatoires de la composante radiale de vitesse des particules à la sortie de l'injecteur vont être considérés : (i) une issue de tirage uniforme et (ii) une générée par un schéma de Langevin. Une troisième sorte de perturbation, la perturbation périodique, est étudiée en annexe E. L'idée de cette perturbation est de donner une orientation privilégiée à l'injection basée sur la fréquence caractéristique de 25 Hz.

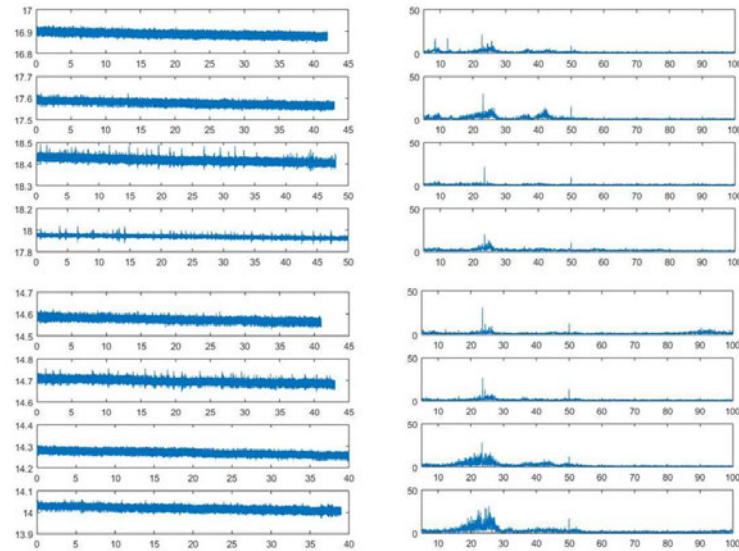


FIGURE 5.1 – A gauche perte de la masse de poudre au cours du temps mesurée par des capteurs de forces, à droite spectre en fréquence de la perte de masse.

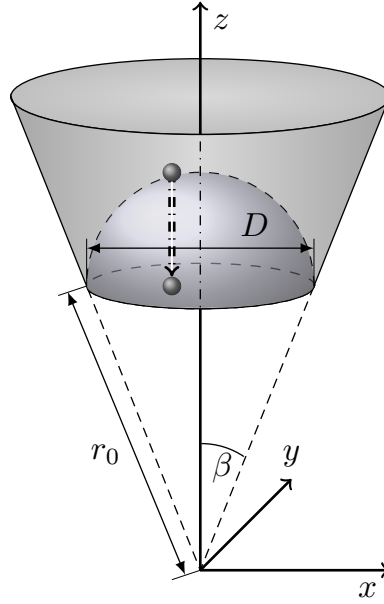


FIGURE 5.2 – Domaine de chute, avec la représentation de la zone de chute libre.

## 5.2 Conditions initiales d'entrées

### 5.2.1 Détermination de la vitesse moyenne verticale à la sortie du silo

Dans cette section, nous allons regarder comment exprimer la vitesse moyenne verticale à la sortie du silo, noté  $U_{p,0}$ . L'analyse de l'écoulement de particules solides à travers le silo a fait l'objet de nombreuses études. Celles-ci concernent principalement la prédiction du débit massique des particules à la sortie d'un silo (voir chapitre 2). En considérant la masse volumique des particules constante, le débit massique des particules dépend de deux variables, la vitesse verticale des particules au niveau de l'injecteur, et la fraction volumique des particules,

$$Q = \int_S \alpha_p \rho_p (\mathbf{U}_p \cdot \mathbf{n}) dS. \quad (5.1)$$

Pour des particules grossières (ce terme est utilisé lorsque les particules sont de tailles et de masses volumiques importantes en opposition à des particules fines où elles sont de faible diamètre et/ou de faible masse volumique), le débit massique des particules s'écoulant d'un cône a été décrit par Beverloo et al. [14], (voir aussi chapitre 2), tel que,

$$Q = C \rho_p \alpha_p \sqrt{g} (D - \kappa d_p)^{5/2}. \quad (5.2)$$

En utilisant les équations (5.1) et (5.2) la vitesse moyenne verticale à la sortie du silo  $U_{p,0}$  pour une trémie conique est :

$$U_{p,0} = \frac{4}{\pi D^2} C \sqrt{g} (D - \kappa d_p)^{2.5} \quad (5.3)$$

Pour des particules fines ( $d_p < 500 \mu\text{m}$ ) l'écoulement peut être ralenti de 100 à 1000 % par rapport à la prédiction de Beverloo et al. [14], [20]. Les particules sont plus influencées par la présence du gaz interstitiel ce qui a pour effet de diminuer le débit massique des particules à l'orifice (Hilton and Cleary [51]). L'expression de Carleton [20] prend en compte des particules de faible diamètre, l'angle de la trémie conique et la présence du fluide interstitiel. La vitesse verticale des particules en sortie de silo s'exprime alors par la relation implicite suivante :

$$4 \frac{U_{p,0}^2 \sin(\beta)}{D} + 15 \frac{\rho_p^{1/3} \mu_f^{2/3} + U_{p,0}^{4/3}}{\rho_p d_p^{5/3}} = g \quad (5.4)$$

Avec  $\beta$  qui représente l'angle de friction interne de la trémie.

Dans le cas extrême où l'on considère que la particule n'est soumise qu'à l'effet de la gravité sans aucune autre interaction et qu'elle tombe d'une hauteur correspondant à la distance entre la sortie de l'orifice et le haut de la zone de chute libre (équivalent à un rayon d'injecteur), alors nous avons,

$$U_{p,0} = \sqrt{gD}. \quad (5.5)$$

A contrario si la fraction volumique est supposée comme étant une fraction volumique constante de 0.56 la vitesse  $U_{p,0}$  serait de

$$U_{p,0} = \frac{4}{\pi D^2} \frac{Q}{\alpha_p^{ini} \rho_p} = 0,0327 \text{ m.s}^{-1}. \quad (5.6)$$

Avec les données de l'expérience d'Ansart et al. [5],  $Q = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{ kg.s}^{-1}$ ,  $\rho_p = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $D = 10^{-2} \text{ m}$ ,  $C = 0,56$ ,  $k = 1,5$ ,  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $\rho_f = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\mu_f = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$ , les différentes équations donnent les jeux de vitesse et de fraction volumique initiale suivants,

- Avec l'équation 5.3 :  $U_{p,0} = 0,2183 \text{ m.s}^{-1}$ ;  $\alpha_p^{ini} = 0,0840$ ;
- Avec l'équation 5.4 :  $U_{p,0} = 0,1181 \text{ m.s}^{-1}$ ;  $\alpha_p^{ini} = 0,1552$ ;
- Avec l'équation 5.5 :  $U_{p,0} = 0,313 \text{ m.s}^{-1}$ ;  $\alpha_p^{ini} = 0,0585$ .

Cette approche de zone de chute libre indique que la fraction volumique des particules est en faite très certainement plus faible que celle de la poudre tassée. Ainsi l'hypothèse d'une fraction de solide concentrée en sortie de silo faite par Belt and Simonin [12] dans leurs essais de déstabilisation est sans doute incorrecte.

### 5.2.2 Perturbations

La connaissance imparfaite des fluctuations du débit massique nous contraint à étudier la réponse du jet au travers de processus stochastiques. Afin de s'assurer d'avoir le bon débit d'entrée, la vitesse verticale des particules et la fraction volumique à l'injection restent constantes au cours du temps. Seules les vitesses transversales seront soumises à des fluctuations. Les fluctuations seules sur la composante axiale ne permettent pas la déstabilisation du jet (ces résultats ne seront pas présentés).

Si les fluctuations sont décorrélées, les phénomènes peuvent être modélisées par des perturbations aléatoires. Ce processus est étudié de la manière suivante, deux

tirages uniformes sont effectués à chaque itération temporelle et mis sur les deux composantes de vitesses, de la manière suivante :

$$U_{p,x} = U_{g,x} = A\hat{\zeta}U_{p,y} = U_{g,y} = A\hat{\zeta}$$

A est une amplitude de vitesse (en  $\text{m.s}^{-1}$ ) deux amplitudes sont étudiées : 0,15  $\text{m.s}^{-1}$  et 0,25  $\text{m.s}^{-1}$ ,  $\hat{\zeta}$  est une variable aléatoire issue d'un tirage uniforme.

Deuxièmement, une perturbation générée par un schéma de Langevin est étudiée. En supposant que l'état futur du système peut être déduit du passé avec un historique assez faible, on peut modéliser par un processus de Markov sous forme discrète de la manière suivante :

$$U^{n+1} = U^n \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau} \right) + \hat{\xi} \sqrt{\frac{2 \langle u'^2 \rangle}{\tau}} \Delta t \quad (5.7)$$

Avec  $\hat{\xi}$  l'échelle intégrale de temps du processus et  $\langle u'^2 \rangle$  est la variance du processus.  $\hat{\xi}$  est une variable aléatoire issue d'un tirage gaussien. Avec ce type de relation le processus aléatoire possède une fonction d'auto-corrélation temporelle de forme exponentielle (dont l'intégrale est  $\tau$ ).

### 5.3 Définition

Nous nous proposons de définir, la largeur du jet  $L_{1/2}(z)$ , l'angle d'ouverture  $\theta_s$ , l'origine virtuelle,  $z_0$ , la constante d'entraînement de l'air,  $\gamma$ , le débit d'air entraîné,  $Q_{ind}$ , le temps de relaxation des particules,  $\tau_p$ , ainsi que le temps caractéristique du jet,  $\tau_1$ . Ces temps caractéristiques nous permettent de définir le nombre de Stokes [68] :

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_1} \quad (5.8)$$

Le nombre de Stokes caractérise la réponse des particules à suivre les variations de l'écoulement du fluide. Si le nombre de Stokes  $\ll 1$  les particules suivent intégralement l'écoulement continu, si le nombre de Stokes est  $\gg 1$  les particules ne sont pas influencées par l'écoulement.

#### 5.3.1 Largeur et pente du jet

Le modèle de Liu et al. [66] prédit la vitesse de l'air induit dans le panache, en connaissant la constante d'entraînement de l'air. Cette constante est supposée égale au rapport de la vitesse radiale pénétrant dans le cœur du panache sur la vitesse verticale au centre du panache à une hauteur donnée ( $\gamma = \frac{U_{f,r}}{U_{f,z}}$ ).

Il est à remarquer que Liu et al. [66] n'ont aucun moyen d'accéder à cette constante. Pour l'obtenir, ils ont ajusté la constante  $\gamma$  afin que le modèle qu'ils proposent devienne prédictif. Ils valident le fait d'utiliser une constante d'entraînement de même valeur pour l'ensemble des études sur une poudre par le fait que l'angle  $\theta_s$  ne varie que très peu entre différentes mesures. Nous verrons dans le chapitre 6 que l'angle n'est pas forcément constant, car le calcul de l'angle (défini plus bas) a

été effectué seulement pour des ratios élevés du diamètre de l'orifice sur le diamètre des particules.

Ansart et al. [5] proposent de calculer la constante d'entraînement à partir des profils radiaux de la vitesse verticale des particules. Pour ce faire, ils considèrent que la demi-largeur  $L_{1/2}(z)$  est représentée par la position de la vitesse locale correspondant à la moitié de la vitesse verticale maximale (Figure 5.3).

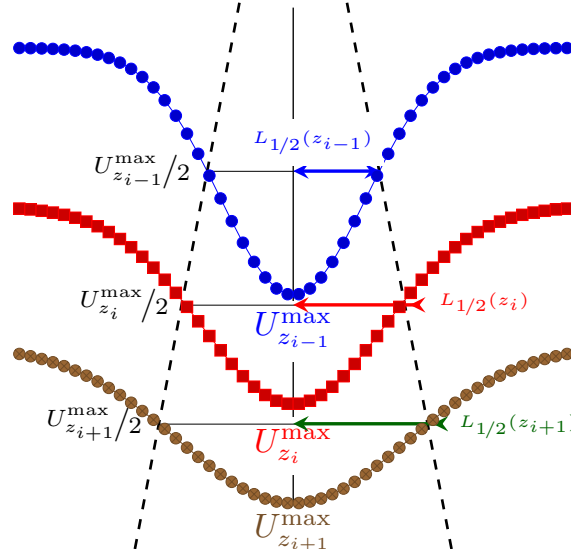


FIGURE 5.3 – Schéma d'évolution de la largeur du jet à partir des profils de vitesse moyenne.

L'angle d'ouverture est illustré sur la figure 5.4. Il représente l'angle formé entre la ligne verticale et le rayon du panache de poudre noté  $\theta_s$ . L'origine virtuelle  $z_0$  est une longueur définie comme la distance entre la sortie de l'injecteur et un point fictif au-dessus de la sortie, il est obtenu par une régression au moindre carré,  $z_0$  peut être positif, négatif ou nul.

L'angle d'ouverture,  $\theta_s$ , s'exprime comme,

$$\theta_s = \text{atan} \left( \frac{L_{1/2}}{z + z_0} \right). \quad (5.9)$$

Ansart et al. [5] remarquent que la constante d'entraînement et l'angle  $\theta_s$  sont équivalents, de plus l'utilisation de  $\gamma$  dans le modèle de Liu et al. [66] lui permet de prédire parfaitement la vitesse des particules le long de l'axe. Ansart et al. [5] remarquent que la valeur obtenue de  $\gamma$  est en parfait accord avec la valeur de la pente correspondante à la ségrégation granulométrique mesurée. Il est à noter que dans le cas présent, Ansart [4] obtient une constante d'entraînement, correspondant à la tangente de l'angle, de 6,3 % et une origine virtuelle positionnée à 0.

L'angle  $\theta_s$  calculé par Liu et al. [66] est issu des profils de la vitesse du gaz. Les vitesses de l'air obtenues dans l'expérience de Liu et al. [66] proviennent du débit

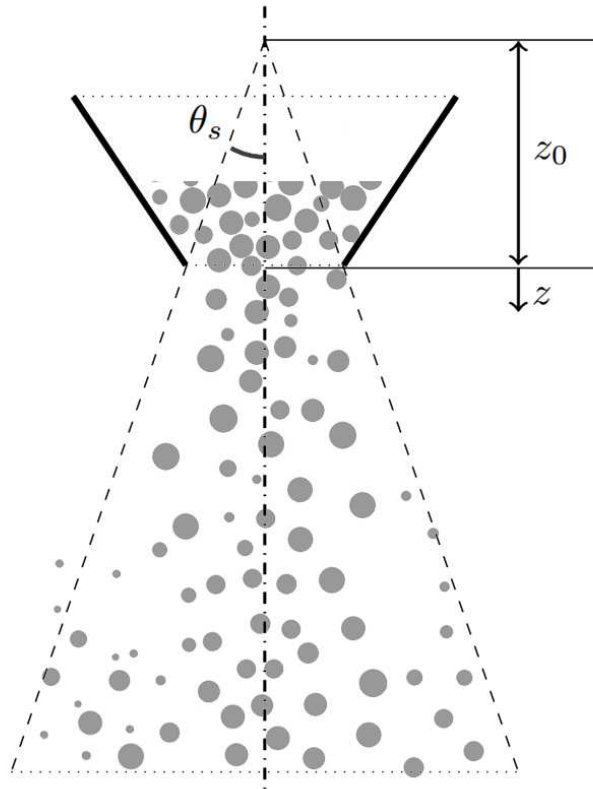


FIGURE 5.4 – Schéma de l'angle d'ouverture  $\theta_s$  et de l'origine virtuelle  $z_0$ .

d'air entraîné mesuré en faisant varier le diamètre de la plaque dans la partie basse du domaine. En accord avec les travaux de Liu et al. [66], le profil de vitesse du panache de poudre et du gaz s'associe aisément à une distribution gaussienne (voir figure 5.5). Liu et al. [66] remarquent qu'il y a des similitudes fortes avec d'autres types d'écoulements d'air tel que les panaches thermiques.

En résumé, Liu et al. [66] calculent l'angle  $\theta_s$  de la manière suivante :

- ils effectuent le relevé des débits d'air induit à différentes hauteurs et avec différents diamètres de plaque,
- ils tracent les profils radiaux de l'air, et estime un profil gaussien pour chaque profil,
- à partir des estimations, ils calculent  $L_{1/2}$ , puis l'angle  $\theta_s$ .

Liu et al. [66] obtiennent des valeurs constantes pour l'angle  $\theta_s$ , toutefois ces valeurs sont obtenues seulement que pour des ratios élevés de diamètre d'orifice sur le diamètre des particules, dans ces situations le jet a une expansion radiale faible. La constante d'entraînement utilisée par Liu et al. [66] est obtenue avec son modèle de prédiction. Elle n'a pas de relation directe avec l'angle  $\theta_s$ . Liu et al. [66] émettent la supposition que l'angle  $\theta_s$  est constant alors la constante d'entraînement serait constante et dépendante de la poudre utilisée.

Dans les résultats que nous allons présenter dans la suite, nous avons fait les

choix suivants :

- l'angle d'ouverture du jet  $\theta_s$  est calculé de la même manière qu'Ansart et al. [5] à partir de la largeur du jet issu de la vitesse des particules,
- $L_{1/2}$  est utilisée pour le temps caractéristique du jet (voir plus bas) sera estimé à partir de la vitesse du gaz.

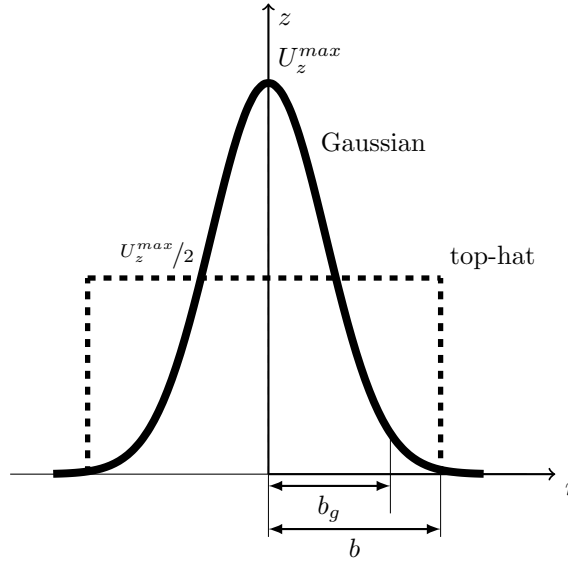


FIGURE 5.5 – Représentation des la distribution gaussienne et top-hat pour les profils moyens de vitesse.

### 5.3.2 Débit d'air entraîné

Expérimentalement les mesures du débit d'air sont réalisées par aspiration d'air dans la partie en dessous de la plaque. Numériquement le débit d'air induit dans le jet est calculé de la façon suivante. Un cône est tracé à partir des angles et des positions fictives. Puis le débit d'air est calculé en effectuant une intégrale de la vitesse normale et de la fraction massique du gaz sur la surface de ce cône. La figure 5.6 montre une illustration du cône que l'on utilise pour l'intégration.

### 5.3.3 Temps de relaxation cinématique $\tau_p$

Ce temps caractéristique a été introduit dans le chapitre 2.3.4. Lorsque le nombre de Reynolds particulaire est faible ( $Re_p \ll 1$ ),  $\tau_p$  se réduit à :

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_f} \quad (5.10)$$

Avec les paramètres de la configuration d'Ansart et al. [5], le temps de relaxation cinématiques,  $\tau_p$  est de 0,01 s.

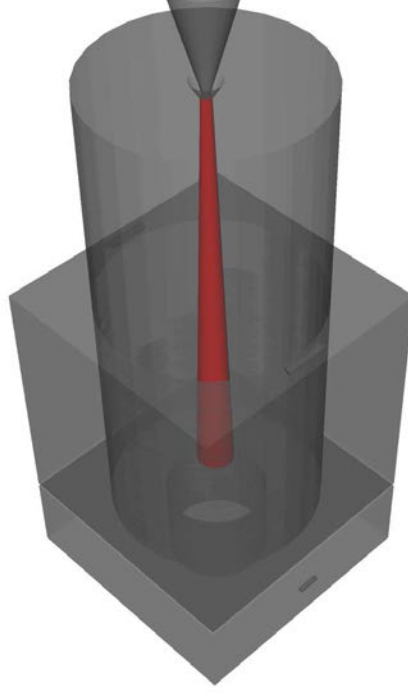


FIGURE 5.6 – Illustration du cône (en rouge) utilisé pour l'intégration surfacique du débit d'air entraîné.

### 5.3.4 Temps caractéristique du jet $\tau_1$

Le temps caractéristique du jet se définit à l'aide d'une échelle de longueur  $L_{1/2}(z)$ , la largeur de demi-vitesse du gaz, et d'une vitesse caractéristique  $U_{g,z}^{max}$  du jet. La vitesse  $U_{g,z}^{max}$  correspond à la vitesse maximale du gaz sur un profil à une hauteur donnée. Dans les jets, il existe un grand nombre de structures turbulentes présentant des échelles très variées. Néanmoins, la dispersion du jet est gouvernée par les plus grosses structures turbulentes. Longmire and Eaton [68] expriment  $\tau_1$  de la manière suivante :

$$\tau_1 = \frac{L_{1/2}}{U_{g,z}^{max}} \quad (5.11)$$

### 5.3.5 Moyenne pondérée

Différentes simulations ont été effectuées, chacune sur 50 secondes physiques avec des moyennes temporelles durant les 40 dernières secondes. Les moyennes sont des moyennes pondérées par le taux de présence, appelée moyenne de Favre, pour une variable A nous avons,

$$\langle A \rangle_k = \frac{\int_{t_0}^{t_1} A \alpha_k \rho_k dt}{\int_{t_0}^{t_1} \alpha_k \rho_k dt}. \quad (5.12)$$



### 5.3.6 Plan de coupe

Les profils transversaux présentés dans la suite sont basés sur les coupes représentées sur la figure 5.7, la coupe rouge traverse les événements, la coupe bleue est orthogonale à cette coupe. Cette dernière est située à l'endroit où la nappe laser éclaire le champ de mesure PIV dans les expériences d'Ansart et al. [5].

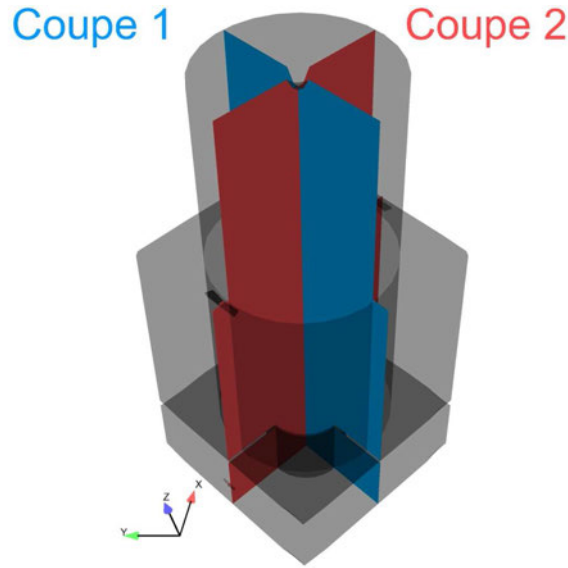


FIGURE 5.7 – Représentation des coupes : la coupe rouge est la coupe dans le plan des événements, la coupe bleue est perpendiculaire à la coupe rouge.

## 5.4 Perturbation aléatoire issue d'un tirage uniforme

Le tableau 5.1 résume les fractions volumiques et les vitesses verticales des particules imposées au niveau de l'injecteur pour les perturbations aléatoires.

TABLEAU 5.1 – Calculs lancés.

Perturbation aléatoire		
numéro du cas	$\alpha_p^{ini}$	$U_{p,z=0}$ [ m.s <sup>-1</sup> ]
1	0,0585	0,313
2	0,0840	0,2183
3	0,1552	0,1181

Les résultats des perturbations aléatoires sont comparés au cas sans aucune perturbation (correspondant au cas étudié par Belt and Simonin [12]) ce dernier a une fraction volumique d'injection de 0,585 et de  $U_{p,z=0} = 0,0313$  m.s<sup>-1</sup>.

### 5.4.1 Débit massique

La figure 5.8 montre le débit massique des particules mesuré à la sortie du silo. Pour l'ensemble de ces débits la valeur moyenne est égale à la valeur injectée à l'entrée (1,44 g/s). Le tableau 5.2 montre l'écart type de ces débits. La diminution de l'amplitude ou l'augmentation de la fraction volumique entraîne une diminution de l'amplitude des fluctuations.

Les débits d'air aux différentes sorties du domaine sont représentés sur la figure 5.9. Le débit d'air est toujours positif pour les événements situés au milieu de la chambre, ces événements apportent de l'air pour le domaine, et par extension nourrit le jet. Mais les débits d'air des événements du milieu ne sont pas équilibrés pour l'ensemble des cas (cas 2 avec l'amplitude 0,25 et les cas avec l'amplitude 0,15). Toutefois, ce déséquilibre reste relativement faible ne permettant pas de conclure sur son influence. L'air sort en bas du domaine en quantité quasiment identique des deux côtés.

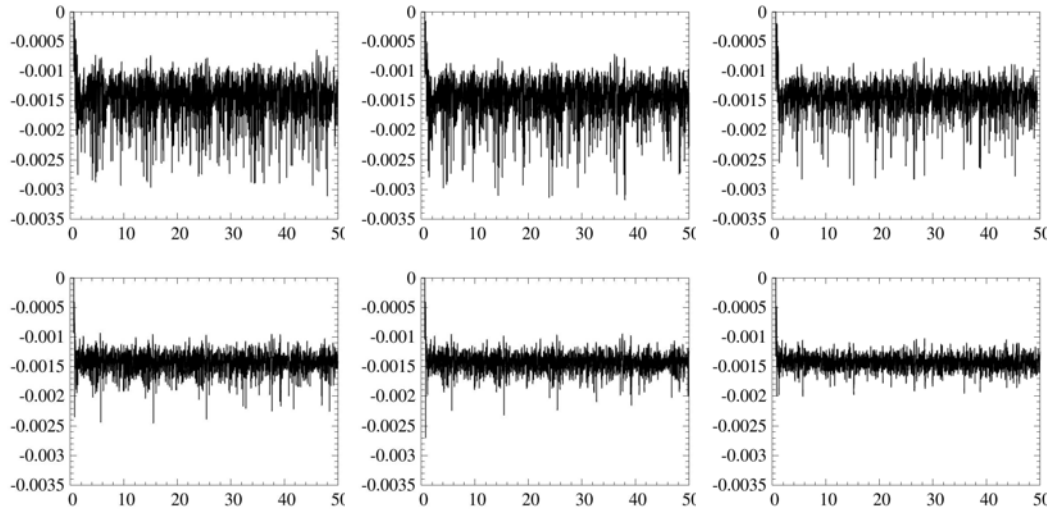


FIGURE 5.8 – Débits massiques des particules sortant  $Q_{out}$ , de gauche à droite cas 1, cas 2 et cas 3, en haut amplitude de 0,25 et en bas amplitude 0,15.

TABLEAU 5.2 – Ecart-type du débit massique des particules à la sortie du domaine pour les simulations numériques avec une perturbation aléatoire, la moyenne pour chacun cas est de 1,44 g.s<sup>-1</sup>.

	$\sigma_{Q_{out}} [g.s^{-1}]$	$\sigma_{Q_{out}} [g.s^{-1}]$
Amplitude A [ m.s <sup>-1</sup> ]	0,25	0,15
Cas 1	0,356	0,207
Cas 2	0,337	0,191
Cas 3	0,280	0,163

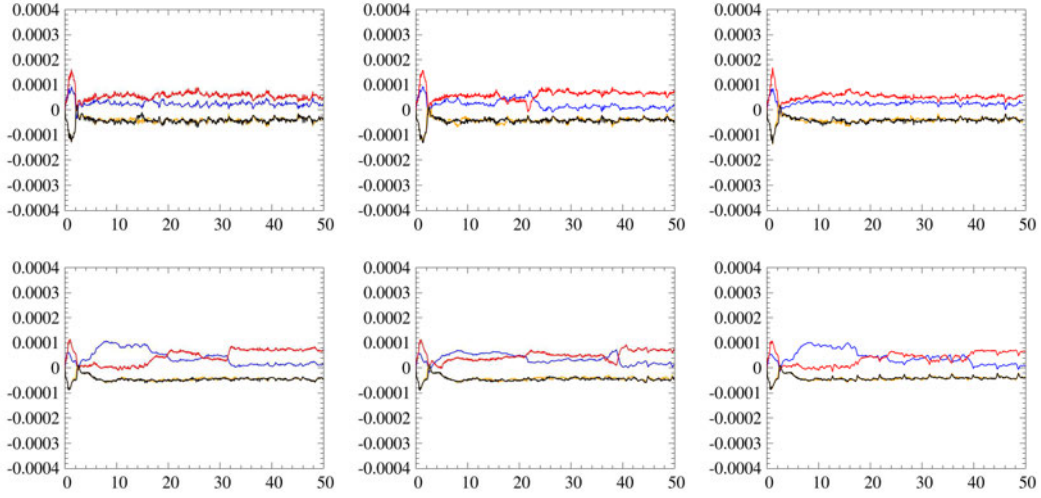


FIGURE 5.9 – Evolution du débit massique du gaz pour les événements, de gauche à droite cas 1, cas 2 et cas 3, en haut amplitude de 0,25 et en bas amplitude 0,15. Les lignes — — — — — représentent les événements au milieu de la chambre de dispersion, les lignes — — — — — sont les événements en bas du domaine.

#### 5.4.2 Evolution axiale

Les évolutions axiales de la vitesse moyenne verticale des particules  $U_{p,z}$  et du gaz  $U_{g,z}$  sont représentées sur la figure 5.10. A la sortie du jet la vitesse verticale augmente avec la hauteur de chute. Il n'apparaît pas de zone "plateau" comme cela a été remarqué dans les expériences. Dans chacun des cas, la vitesse verticale moyenne des particules  $U_{p,z}$  est inférieure à la vitesse d'une particule en chute libre ainsi qu'à celle sans perturbation. Toutefois, la vitesse reste supérieure à la vitesse moyenne mesurée dans les expériences. L'effet d'amplitude suggère que la vitesse des particules au sein du jet est supérieure dans les cas avec une amplitude faible, contrairement au changement de fraction volumique qui lui n'entraîne que peu de conséquences sur les vitesses du jet. La vitesse verticale du gaz est très proche de la vitesse des particules, sauf pour une intensité faible on note un léger décrochage de la vitesse du gaz. La fraction volumique le long de l'axe (Figure 5.11) diminue plus fortement en présence de fluctuation. Il est à noter que dans l'ensemble des cas le jet reste relativement concentré sur l'axe.

#### 5.4.3 Evolution radiale

La figure 5.12 représente les profils radiaux de la vitesse moyenne verticale normalisés par la vitesse sur l'axe pour les positions  $z = -0,4$  m,  $z = -0,6$  et  $z = -0,85$  m. Les profils radiaux sont de forme gaussienne, et sont plus étroits que celui du jet de référence. Son ouverture diminue au fur est à mesure de la chute. Ce comportement traduit en fait que le jet étudié entraîne l'air extérieur de manière moins importante que le jet de référence.

Les profils radiaux de la vitesse radiale du jet (Figure 5.24) montrent une vitesse

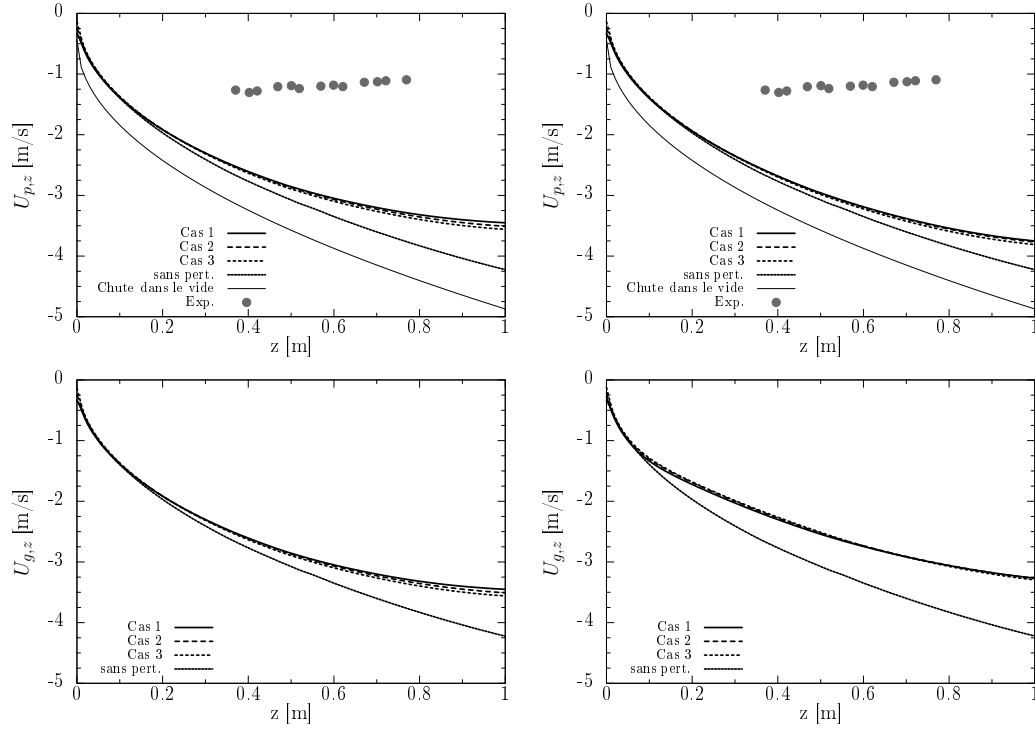


FIGURE 5.10 – Vitesse moyenne axiale des particules (en haut) et du gaz (en bas) en fonction de la distance de l'injecteur, à gauche l'amplitude 0,25 et à droite l'amplitude 0,15. La ligne continue en traits fins correspond à la vitesse de chute de particules dans le vide ( $\sqrt{2gz}$ ), l'origine est prise à un diamètre d'injecteur.

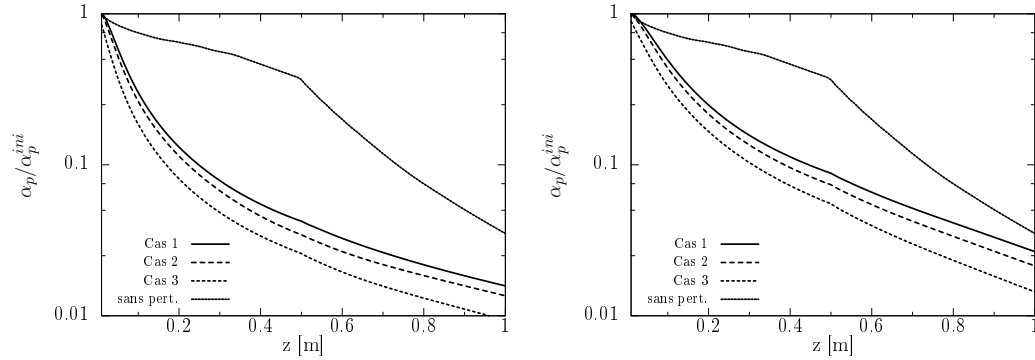


FIGURE 5.11 – Fraction volumique des particules normalisée par la fraction volumique initiale dans le silo ( $\alpha_p^{ini} = 0,6$ ).

élevée sur la périphérie du jet. Elle reste pour l'ensemble des profils dans la marge d'erreur mesurée expérimentalement par Ansart [4]. On peut noter que la vitesse reste très faible par rapport à la vitesse verticale moyenne des particules.

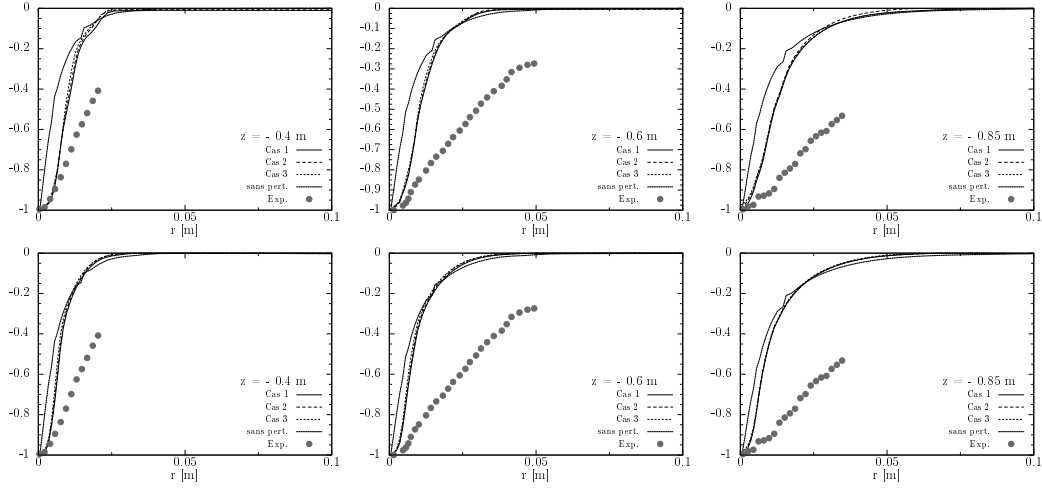


FIGURE 5.12 – Profils radiaux normalisés entre 0 et 1 de la vitesse de particules situés à différentes hauteurs de l’injecteur, en haut l’amplitude 0,25 et en bas l’amplitude 0,15.

## 5.5 Perturbation aléatoire générée par un schéma de Langevin

Les paramètres utilisés pour la perturbation aléatoire générée par un schéma de Langevin sont les suivants, une fraction volumique d’injection qui vaut 0,0585 et une vitesse verticale d’injection constante de  $0,313 \text{ m.s}^{-1}$ . Afin d’évaluer la perturbation générée avec un schéma de Langevin, nous allons modifier  $\tau$  et la variance  $\langle u'^2 \rangle$ .

La variation du temps  $\tau$  va nous permettre d’effectuer le rapprochement avec la perturbation précédente et la perturbation périodique étudiée en annexe E. En effet pour un  $\tau$  très faible cette perturbation se rapproche d’une perturbation aléatoire sans corrélation temporelle. Lorsque le temps  $\tau = 4 \tau_p$  nous avons l’équivalent d’une fréquence d’environ 25 Hz. Cette fréquence a été étudiée dans une configuration périodique.

Les cas suivants sont étudiés :

- Une première analyse sur les intensités de vitesse, et plus particulièrement sur les composantes transverses  $x$  et  $y$ . Trois variances vont être évaluées  $\langle u'^2 \rangle = 0,0039, 0,015625 \text{ et } 0,03125 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ , ceci correspond respectivement à une amplitude de vitesse de 0,083, 0,15 et 0,25  $\text{m.s}^{-1}$ . Ces trois variances sont évaluées avec un temps  $\tau = 4 \tau_p$ . Pour ces cas il a été nécessaire de prolonger les moyennes sur 120 s.
- La deuxième analyse porte sur le temps  $\tau$ , nous examinerons deux temps  $\tau$  supplémentaires au temps  $\tau = 4 \tau_p$  à savoir,  $\tau = \tau_p/20$  et  $\tau = \tau_p/10$ , avec une variance de  $\langle u'^2 \rangle \simeq 0,031 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ .

### 5.5.1 Débit massique

La figure 5.13 représente l'évolution temporelle du débit massique des particules à la sortie du domaine pour différentes variances et différents temps  $\tau$  et, en complément, les écarts-types de ces débits sont comparés dans le tableau 5.3.

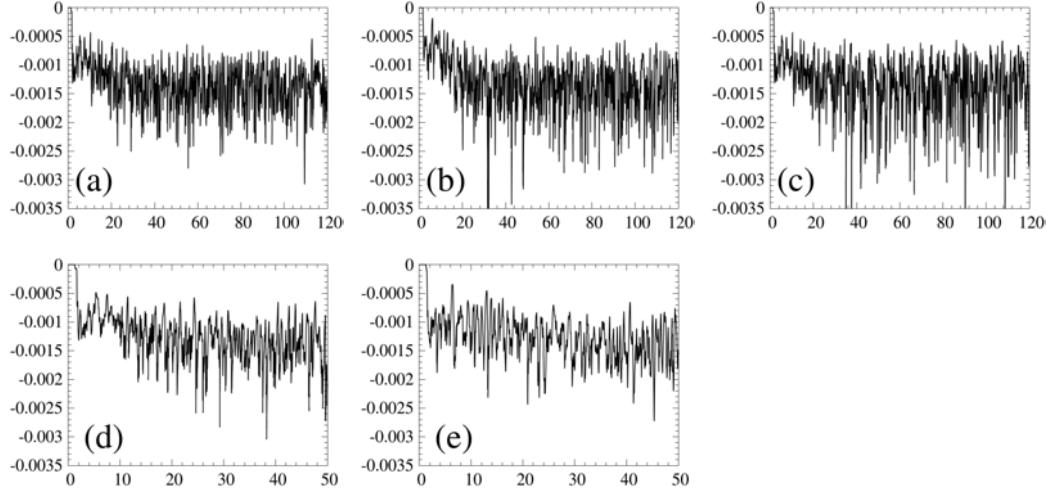


FIGURE 5.13 – Débits massiques des particules sortant  $Q_{out}$  en  $\text{kg.s}^{-1}$ , en haut de gauche à droite  $\tau = 4 \tau_p$  et  $\langle u'^2 \rangle$  vaut environ : (a)  $0,004 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ ; (b)  $0,015 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ ; (c)  $0,031 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ . En bas  $\langle u'^2 \rangle$  vaut environ  $0,031 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$  et (d)  $\tau = \tau_p/20$ , (e)  $\tau = \tau_p/10$ .

TABLEAU 5.3 – Ecart-type du débit massique des particules à la sortie du domaine pour les simulations numériques avec une perturbation aléatoire générée par un schéma de Langevin, la moyenne pour chacun des cas est de  $1,44 \text{ g.s}^{-1}$ .

$\tau$ [ s ]	$\langle u'^2 \rangle$ [ $\text{m}^2/\text{s}^2$ ]	$\sigma_{Q_{out}}$ [ g/s ]
$4 \tau_p$	0,004	0,3465
$4 \tau_p$	0,015	0,4226
$4 \tau_p$	0,031	0,476
$\tau_p / 10$	0,031	0,348
$\tau_p / 20$	0,031	0,345

Lorsque  $\langle u'^2 \rangle$  diminue les écarts-types du débit massique à la sortie du silo diminuent. Pour une variance  $\langle u'^2 \rangle \simeq 0,031 \text{ m}^2/\text{s}^2$ , la diminution de  $\tau$  nous permet d'obtenir une intensité similaire à celle constatée dans la perturbation aléatoire générée par un tirage uniforme. Nous rappelons que les écarts-types obtenus précédemment, sont de 0,356 pour une amplitude de vitesse de 0,25 et de 0,207 pour une amplitude de 0,15.

L'évolution des débits massiques du gaz aux événements (Figure 5.14) suit un comportement similaire à l'évolution temporelle du débit massique à la sortie. De grandes fluctuations sont visibles notamment après 30 s. C'est à partir de ce constat que

nous avons décidé de prolonger les moyennes temporelles pour les différentes variances jusqu'au temps de 120 s. Pour des variances et un  $\tau$  élevés le débit massique d'air des événements n'est pas toujours positif, l'air peut entrer et sortir dans la chambre. De plus, pour ces cas, nous pouvons remarquer que le débit d'air entre les événements est déphasé.

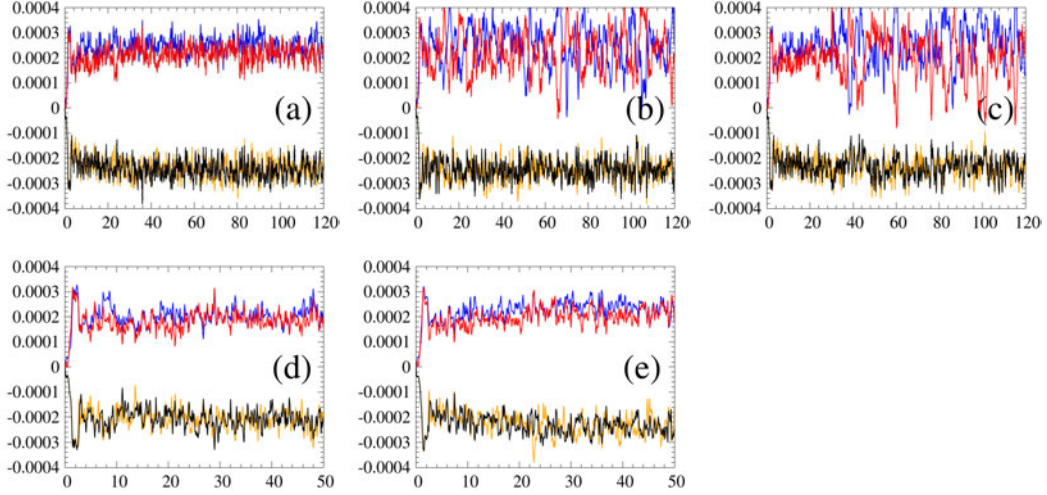


FIGURE 5.14 – Evolution du débit massique du gaz pour les événements, en haut de gauche à droite  $\tau = 4 \tau_p$  et  $\langle u'^2 \rangle$  vaut environ : (a)  $0,004 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ ; (b)  $0,015 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ ; (c)  $0,031 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ . En bas  $\langle u'^2 \rangle$  vaut environ  $0,031 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$  et (d)  $\tau = \tau_p/20$ ; (e)  $\tau = \tau_p/10$ . Les lignes — — — — — représentent les événements au milieu de la chambre de dispersion, les lignes — — — — — représentent les événements en bas du domaine.

L'image 5.15 illustre la déstructuration du jet qui intervient dans les simulations numériques, cette déstructuration n'intervient pas de manière aussi importante sur la perturbation précédente. Au cours de la chute, environ à une hauteur de 0,5m, nous pouvons remarquer qu'il y a la formation d'agglomérats de particules, cette formation a été observée expérimentalement par Ansart et al. [5]. L'image 5.15 représente le champ 3D de la vitesse verticale moyenne des particules. Bien que nous ayons l'impression que le jet est symétrique, nous allons voir sur les profils radiaux qu'il ne l'est pas totalement.

### 5.5.2 Evolution axiale

Les vitesses moyennes  $U_{p,z}$  et  $U_{g,z}$  le long de l'axe sont présentées sur la figure 5.17. Nous pouvons voir que lorsque la variance et le temps  $\tau$  diminuent la vitesse  $U_{p,z}$  prédite par la simulation numérique augmente. Les trois profils de vitesse  $U_{p,z}$  avec un temps  $\tau = 4 \tau_p$ , sont très proches des valeurs expérimentales. Nous pouvons même remarquer que lorsque  $\langle u'^2 \rangle \simeq 0,015 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$  et  $\tau = 4 \tau_p$  la vitesse passe sur les points expérimentaux, pour les deux autres variances, si la variance est plus faible ou plus forte on est respectivement en dessous ou au-dessus de la vitesse moyenne verticale des particules.

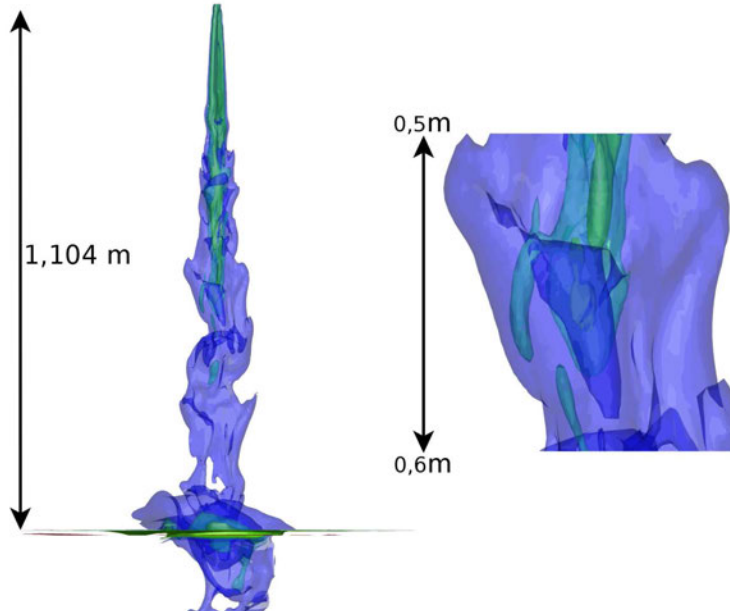


FIGURE 5.15 – Champs instantanés de la fraction volumique des particules, la figure de droite est un zoom à une hauteur de 0,5 m. Figure extraite de la simulation numérique avec une variance de  $\langle u'^2 \rangle \simeq 0,004 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$  et  $\tau = 4 \tau_p$ .

Contrairement à la perturbation aléatoire générée par un tirage uniforme l'évolution de la vitesse verticale du gaz n'évolue pas de la même manière que la vitesse verticale des particules. En effet, il est constaté que pour chacun des cas à partir d'une hauteur comprise entre 0,01 et 0,1 m la vitesse des gaz diminue, pour ensuite augmenter.

L'évolution de la fraction volumique normalisée par la fraction volumique au sein du silo (Figure 5.18) montre aussi l'effet du choix de la variance et du temps  $\tau$ . En effet plus la variance va être forte et  $\tau$  faible et plus la fraction solide diminue rapidement au coeur du jet.

### 5.5.3 Evolution radiale

Les figures 5.19 et 5.20 rapportent les profils radiaux de la vitesse verticale des particules normalisés entre 0 et 1 pour différents temps et variances. Les profils radiaux non normalisés sont en complément à la suite de ce chapitre. Nous pouvons voir que ces profils ne sont pas parfaitement symétriques. Bien que le jet soit faiblement désaxé, la différence entre la valeur maximale des profils et la valeur relevée au centre reste faible.

Les profils montrent que pour une variance de vitesse de  $\langle u'^2 \rangle = 0,004 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ , l'élargissement est équivalent à celui mesuré expérimentalement par Ansart et al. [5]. Pour des variances plus élevées l'élargissement obtenu est trop important.



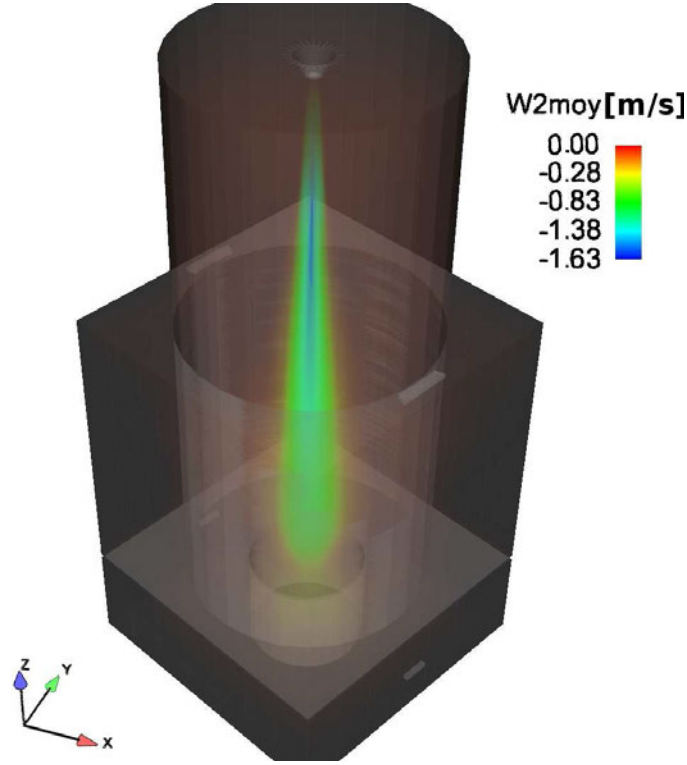


FIGURE 5.16 – Champ de la vitesse verticale moyenne des particules pour une variance de  $\langle u'^2 \rangle \simeq 0,004 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$  et  $\tau = 4 \tau_p$ .

#### 5.5.4 Angle d'ouverture

L'évolution de la demi-largeur du jet en fonction de la distance de l'orifice de sortie est donnée sur la figure 5.21. Nous avons fait le choix de représenter cette évolution à partir de 0.1 m jusqu'à 1 m de l'injection avec un pas d'espace selon  $z$  de 0,01 m et une précision de  $0,02 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  pour la vitesse. Ce choix a été effectué en lien avec les considérations expérimentales, afin de ne pas prendre en compte la contraction du cœur apparaissant au début de la chute. Pour des variances fortes l'évolution n'est pas linéaire et est représentée par la ligne épaisse noire. Une diminution de pente est remarquée dans les simulations numériques avec la variance qui change. Pour des  $\tau$  faibles l'angle est correctement prédit par les simulations numériques en particulier lorsque  $\tau = \tau_p/10$ .

L'évolution nous permet d'obtenir l'angle d'ouverture  $\theta_s$ , ainsi que le point d'origine  $z_0$ , l'ensemble de ces valeurs est donné sur le tableau 5.4.

#### 5.5.5 Débit d'air entraîné

La figure 5.22 rapporte l'évolution du débit massique des particules au cours de la chute. Nous pouvons remarquer que le débit d'air induit au sein du jet est en très bon accord avec le modèle de Liu et al. [66] lorsque  $\tau = \tau_p/10$ . Ceci est en correspondance avec la figure 5.21 qui montre que la demi-largeur du jet est

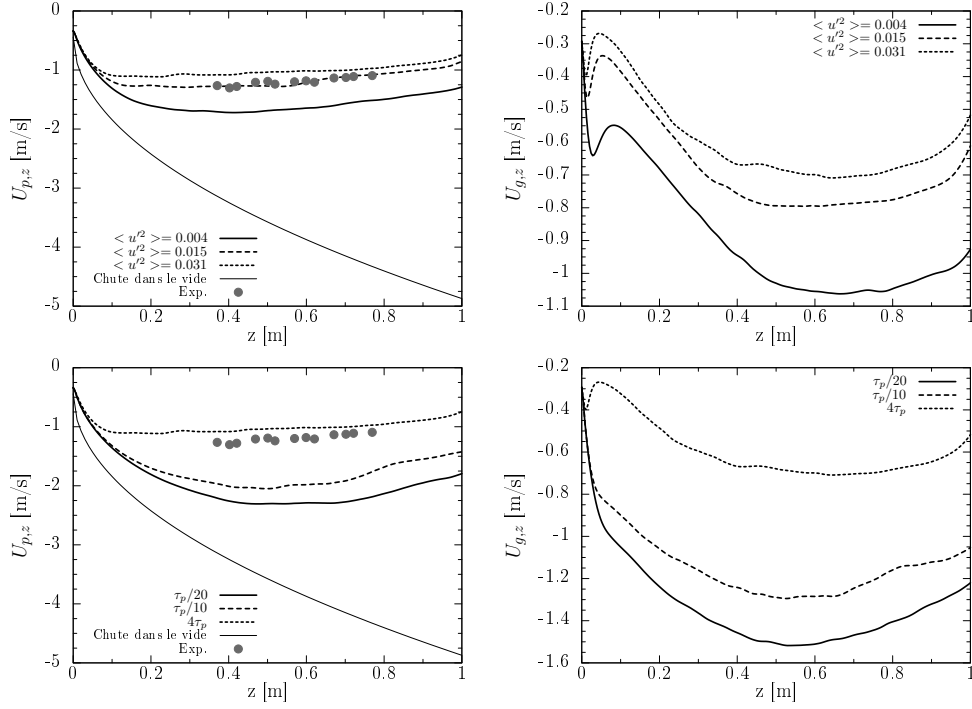


FIGURE 5.17 – Vitesse moyenne axiale de  $U_{p,z}$  (gauche) et du gaz  $U_{g,z}$  (droite) le long de l'axe  $z$  pour différentes valeurs de variances de la vitesse  $\langle u'^2 \rangle$  (en haut) et différents temps  $\tau$  (en bas).

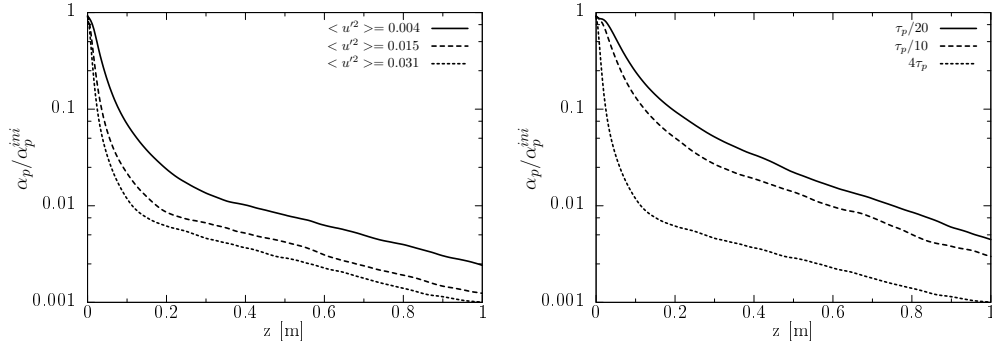


FIGURE 5.18 – Fraction volumique des particules normalisée par la fraction volumique initiale dans le silo ( $\alpha_p^{ini} = 0,6$ ), à gauche variation des variances  $\langle u'^2 \rangle$ , à droite variation du temps  $\tau$ .

très bien prédite pour cette simulation. Lorsque la largeur du jet est plus grande que celle estimée par l'expérience, le débit d'air induit est surévalué par rapport au modèle de prédiction de Liu et al. [66] et inversement lorsque la demi-largeur est faible le débit d'air induit est plus faible.

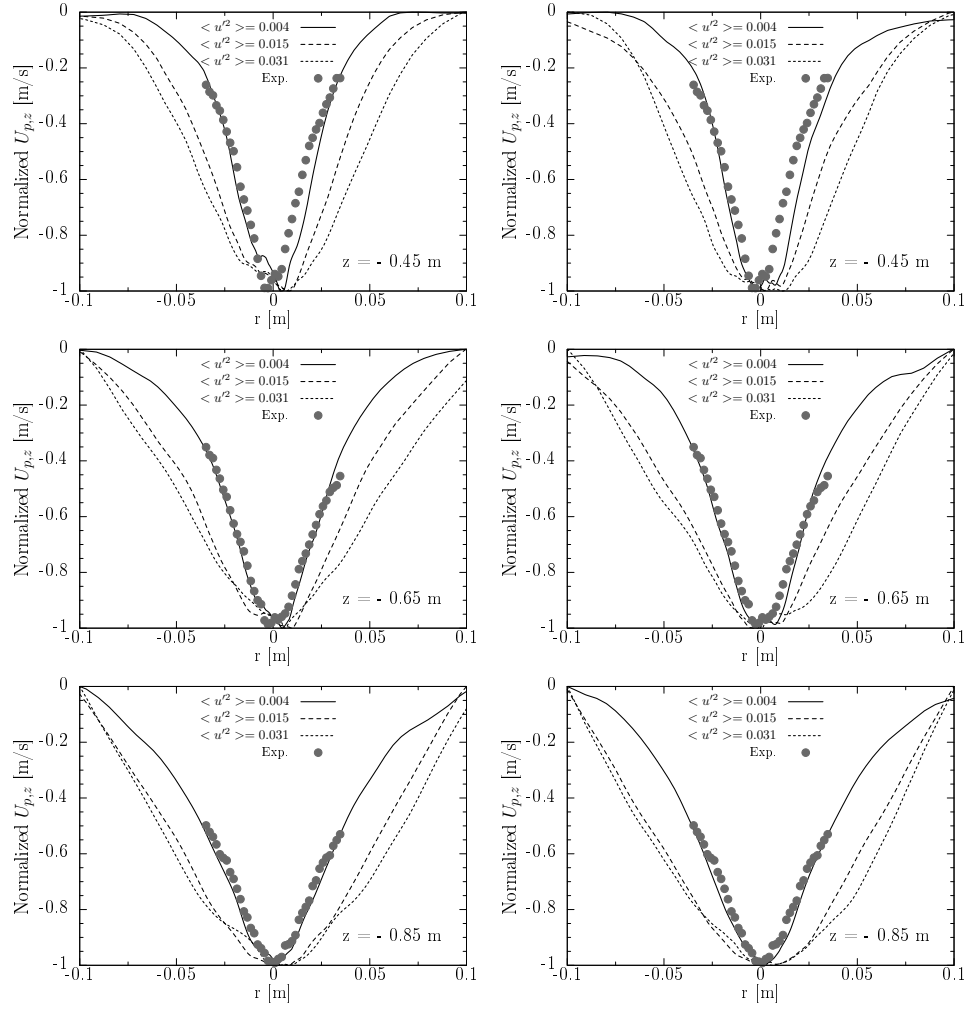


FIGURE 5.19 – Profils radiaux de la vitesse verticale de particules normalisés entre 0 et 1, pour différentes variances, les figures de gauche représentent les profils dans le plan des événements, les figures de droite sont les profils dans le plan perpendiculaire aux événements.

$\tau$ [s]	$\langle u'^2 \rangle$ [m/s]	$L_{1/2}(z)$ [m]	$\theta_s$ [°]	$z_0$ [m]
$4\tau$	0,004	$0,063z + 0,0245$	1.432	0,3858
$4\tau$	0,015	$0,126z + 0,035$	7.195	0,279
$4\tau$	0,031	$0,138z + 0,05$	7.865	0,365
$\tau/10$	0,031	$0,062z + 0,0118$	3,55	0,19
$\tau/20$	0,031	$0,0391z + 0,0117$	2,24	0,30

TABLEAU 5.4 – Angle d'ouverture et origine virtuelle, calculés.

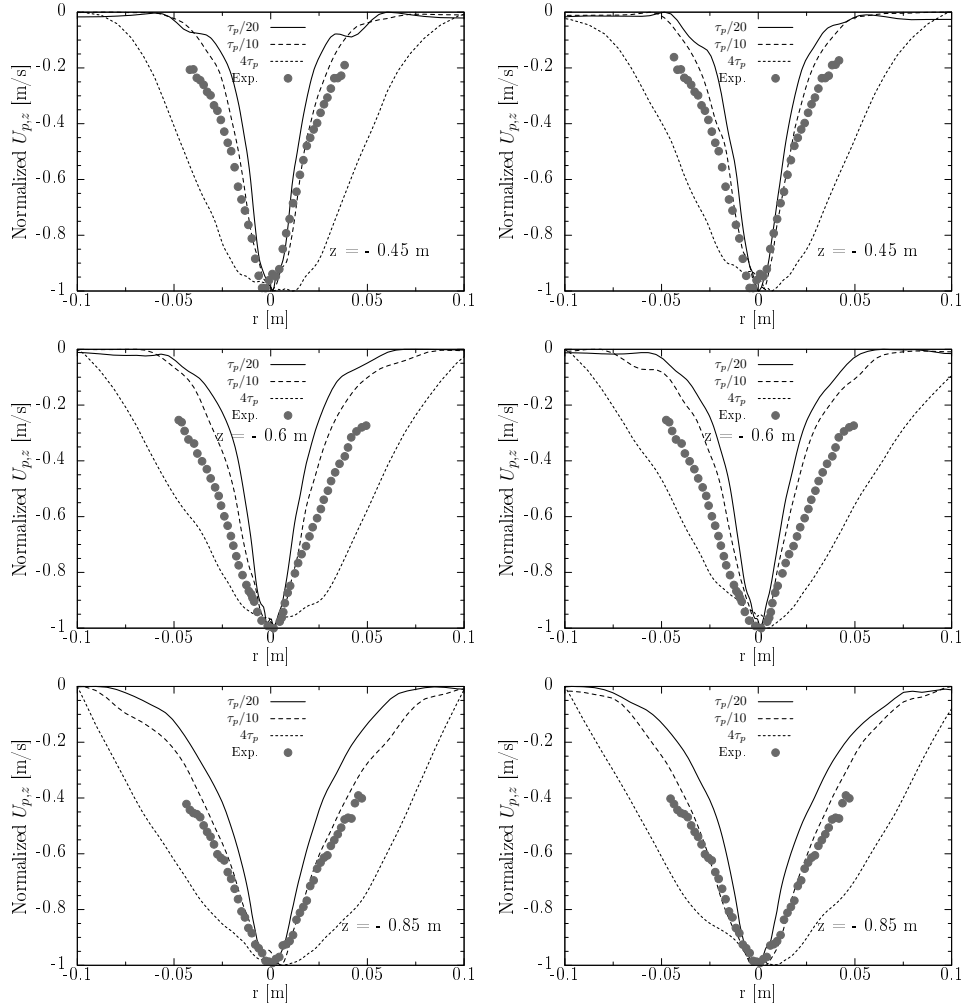


FIGURE 5.20 – Profils radiaux normalisés entre 0 et 1 de la vitesse moyenne des particules, pour différents temps  $\tau$ , à droite la coupe dans les événements et à gauche la coupe perpendiculaire.

### 5.5.6 Evolution du nombre de Stokes

La figure 5.23 représente l'évolution du nombre de Stokes avec la hauteur de chute sur le diamètre d'orifice. Le nombre de Stokes est calculé à partir de la formule (5.8). La largeur du jet est différente et prise à partir de la largeur du jet du gaz, présenté en supplément de ce chapitre. Le nombre de Stokes augmente sur quelques diamètres d'orifice. Il atteint aux alentours de l'unité pour l'ensemble des simulations. Ce nombre décroît de façon hyperbolique pendant environ 0,1 m, puis la décroissance est plus faible. Pour l'ensemble des cas le nombre de Stokes devient inférieur à l'unité 1 signifiant que les particules suivent l'écoulement gazeux. Lorsque  $\tau$  augmente, le nombre de Stokes augmente. On retrouve bien les tendances indiquées sur les figures 5.17, 5.26 et 5.23 à savoir que lorsque la vitesse moyenne des particules augmente, la largeur du jet diminue et par extension le nombre de

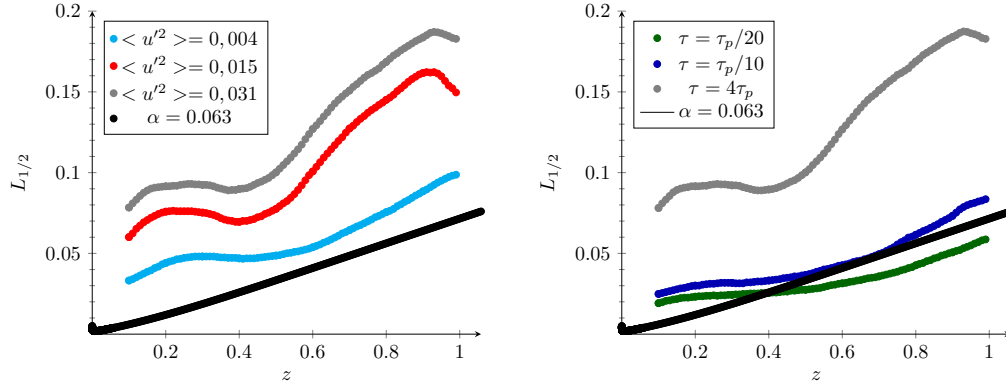


FIGURE 5.21 – Evolution de la demi-largeur,  $L_{1/2}$  (en m) en fonction de la hauteur de chute (en m) pour différentes variances (à gauche) et différents temps  $\tau$  (à droite), la ligne noire  $\alpha = 0,063$  correspond à la demi-largeur obtenue sur les expériences d'Ansart et al. [5].

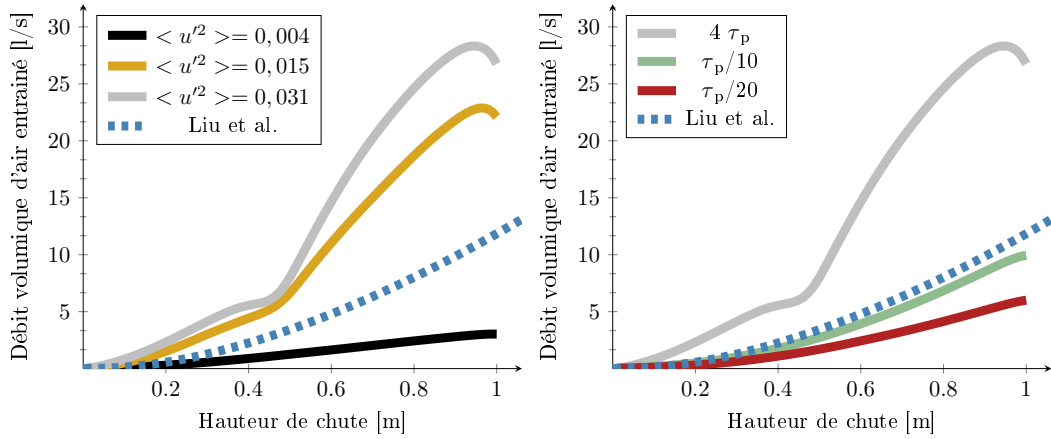


FIGURE 5.22 – Débit d'air entraîné en fonction de la hauteur de chute pour différentes variances (à gauche) et différents temps  $\tau$  (à droite). Les tirets représentent le modèle Liu et al. [66].

Stokes augmente.

Le nombre de Stokes faible laisse suggérer que les particules sont fortement influencées par le gaz. Il est à remarquer que l'ouverture du jet est liée à la décroissance du nombre de Stokes. En effet, pour une ouverture du jet grande, nous remarquons que la décroissance intervient de manière importante, les particules descendent en-dessous de l'unité, et suivent la phase continue.

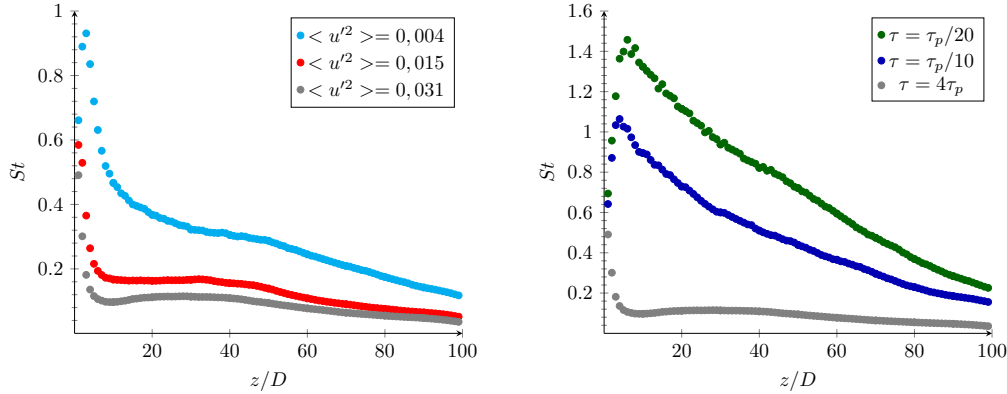


FIGURE 5.23 – Evolution du nombre de Stokes avec la hauteur de chute sur le diamètre d'orifice pour différentes variances (à gauche) et différents temps  $\tau$  (à droite).

## 5.6 Perspective

En définitive ce chapitre nous a permis d'étudier la réponse du jet pour des conditions initiales différentes et des perturbations aléatoires générées par un tirage bruit blanc ou par un schéma de Langevin. La perturbation aléatoire avec un tirage bruit blanc ne montre pas d'ouverture du jet pour l'ensemble des conditions initiales et les différentes intensités. Une faible diminution de la vitesse verticale est constatée par rapport à la vitesse de chute libre. Par la suite nous avons étudié la réponse du jet à une perturbation aléatoire générée par un schéma de Langevin. Ce type de perturbations qui prend en compte une faible histoire des états précédents permet de déstabiliser le jet. Nous pouvons très bien imaginer ce type de perturbation comme étant le fait que le réseau de forces de contact entre grains se structure lors de l'écoulement, entraînant un temps de réponse du milieu lorsqu'il est soumis à une sollicitation.

Il a alors été mis en évidence sur la perturbation aléatoire issue d'un tirage uniforme qu'il est nécessaire d'imposer une forte fluctuation de vitesse afin de permettre une faible ouverture du jet. L'étude sur les différentes conditions d'entrées (vitesse des particules et fraction volumique) n'a pas montré de différence notable sur le comportement du jet.

La perturbation aléatoire générée par le schéma de Langevin va nous permettre d'éviter le changement brusque de la vitesse comme cela est effectué avec un tirage uniforme. Deux types de paramètres ont été évalués, la modulation du temps  $\tau$  et la variance de la perturbation  $\langle u'^2 \rangle$ . La modulation en temps a été effectuée seulement avec une variance élevée. Il est remarqué que l'ensemble des temps nous obtenons une déstabilisation du jet. Les écart-types sur le débit massique pour des  $\tau$  faibles sont similaires à ceux obtenus dans la perturbation aléatoire générée avec un tirage uniforme. De plus les écarts types des fluctuations sont similaires lorsque  $\tau$  est faible ou modéré. Il est remarqué que plus le temps  $\tau$  est faible et moins le jet s'élargit, ce qui entraîne une diminution de la vitesse des particules le long de

l'axe, ainsi qu'une sous estimation de la largeur pour des  $\tau$  faibles. Plus l'intensité va être forte et  $\tau$  faible et plus la fraction du jet a tendance à diminuer rapidement au centre. Pour des  $\tau$  faibles l'angle est correctement prédit par les simulations numériques en particulier lorsque  $\tau = \tau_p/10$ . Le débit d'air induit au sein du jet est en très bon accord avec le modèle de Liu et al. [66] lorsque  $\tau = \tau_p/10$  et  $\langle u'^2 \rangle = 0,031 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ .

L'étude sur la variance avec un temps correspondant au temps caractéristique a permis de mettre en valeur que plus la variance est forte est plus le jet s'élargit. La vitesse verticale moyenne des particules est correctement prédite en particulier pour une variance élevée. Une variance modérée de  $\langle u'^2 \rangle = 0,015 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ , permet de capturer l'élargissement du jet, toutefois la vitesse axiale est plus élevée. Cette variance correspond à une amplitude de  $0,15 \text{ m.s}^{-1}$ , qui pour une vitesse verticale s'associe à une variation de  $\pm 25\%$  autour de 0. Lorsque la variance est de 0,31 et 0,015 l'angle obtenu est élevé et le débit d'air est surestimé, nous pouvons remarquer sur les figures de la largeur du jet que l'évolution de largeur n'est pas linéaire.

## Compléments du chapitre 5

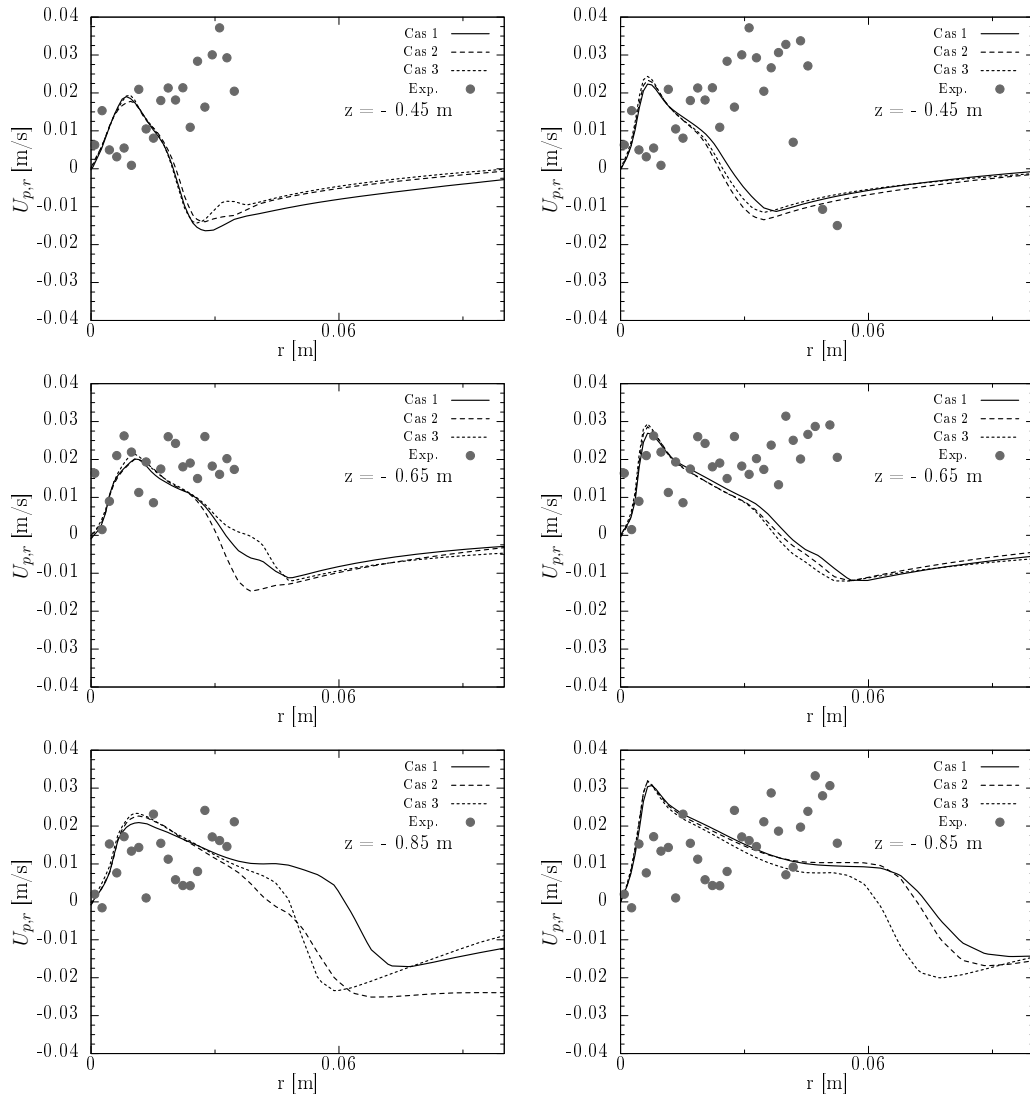


FIGURE 5.24 – Profils radiaux de la vitesse radiale moyenne des particules évaluées à plusieurs distances de l'injecteur pour la perturbation aléatoire générée par un tirage uniforme, à gauche intensité de  $0,25 \text{ m.s}^{-1}$ , à droite intensité de  $0,15 \text{ m.s}^{-1}$ .



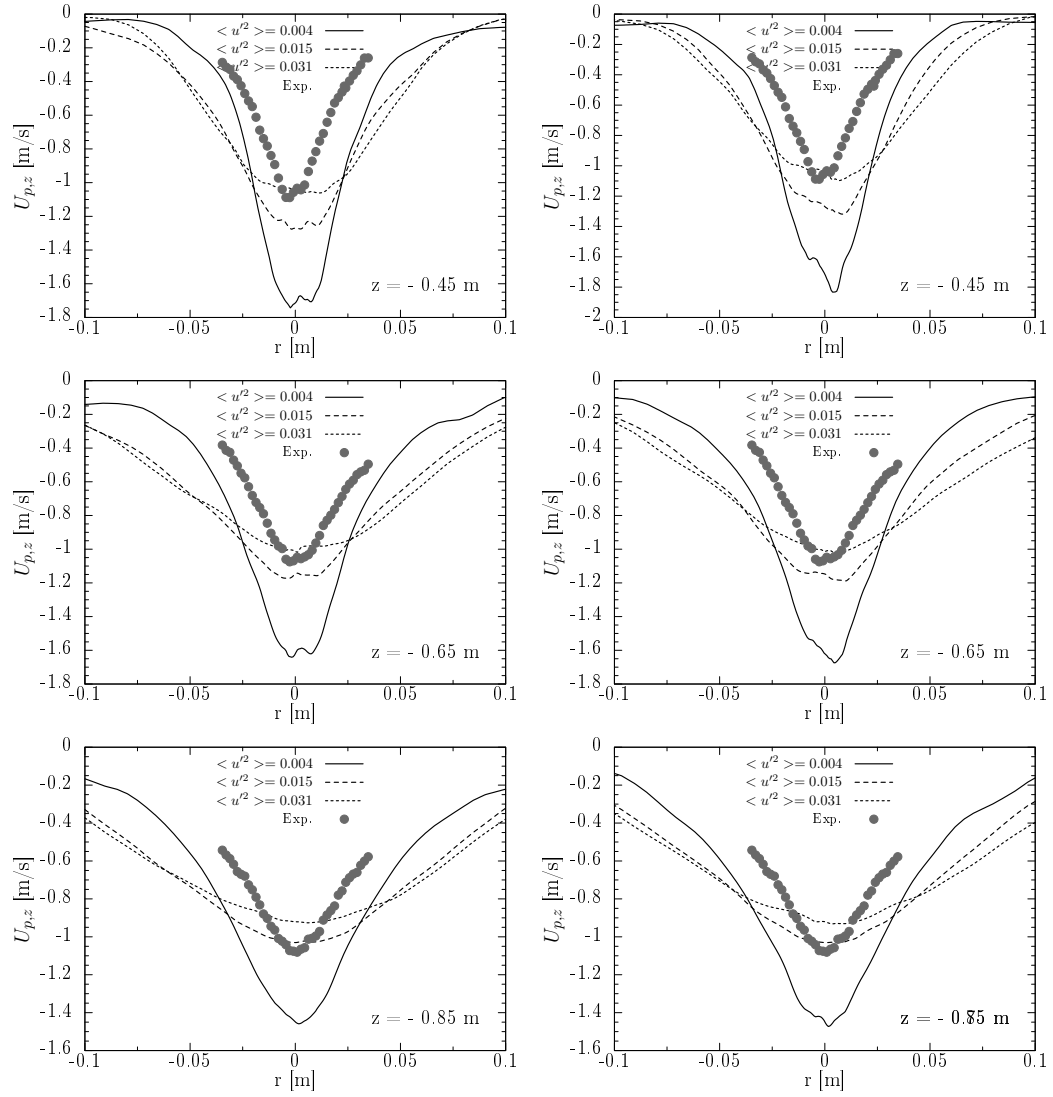


FIGURE 5.25 – Profils radiaux de la vitesse verticale moyenne de particules dans le jet pour la perturbation de type langevin, pour différentes intensités, à droite la coupe dans les événements et à gauche la coupe perpendiculaire.

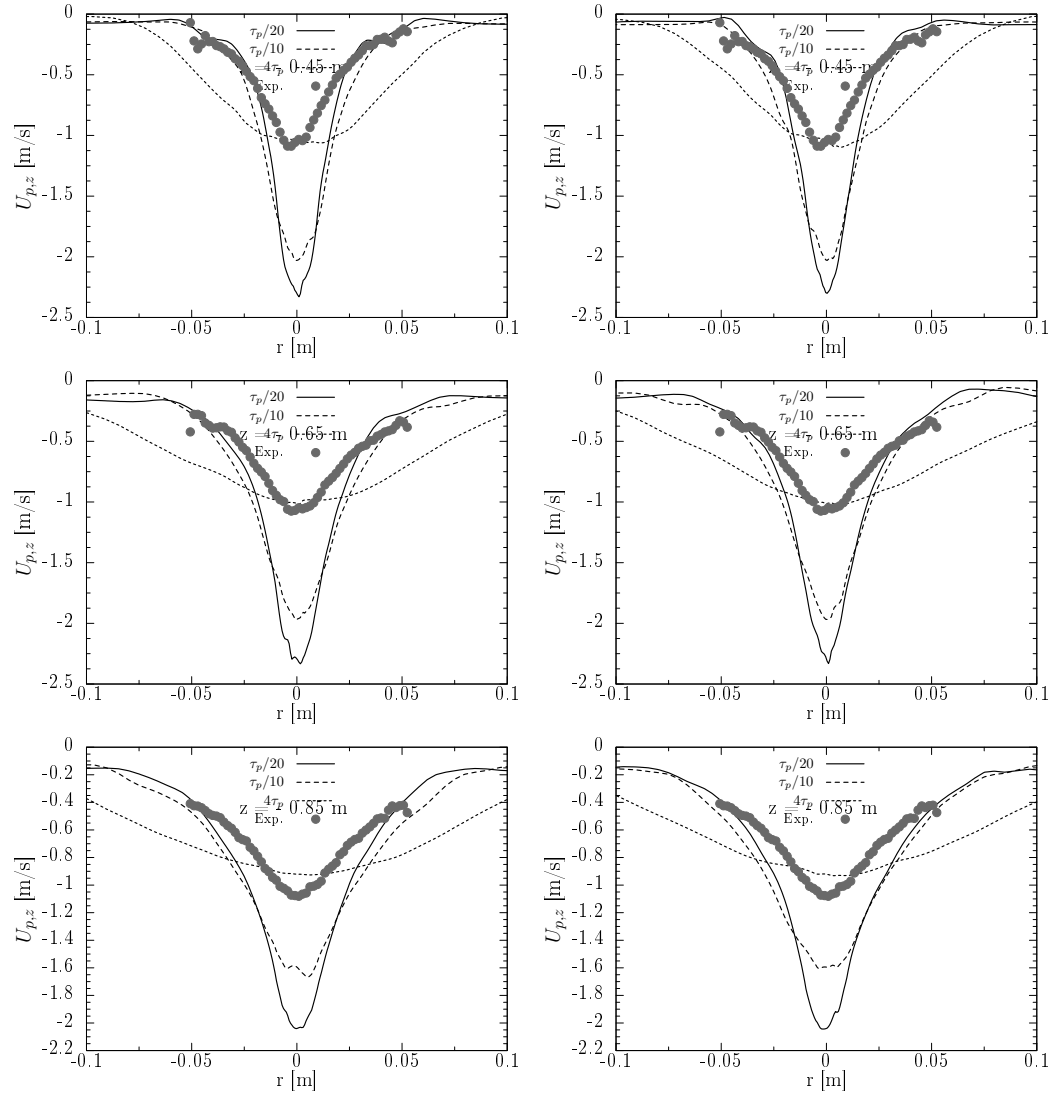


FIGURE 5.26 – Profils radiaux de la vitesse verticale moyenne des particules dans le jet obtenus pour la perturbation de type langevin, pour différents temps  $\tau$ , à droite la coupe dans les événements et à gauche la coupe perpendiculaire.

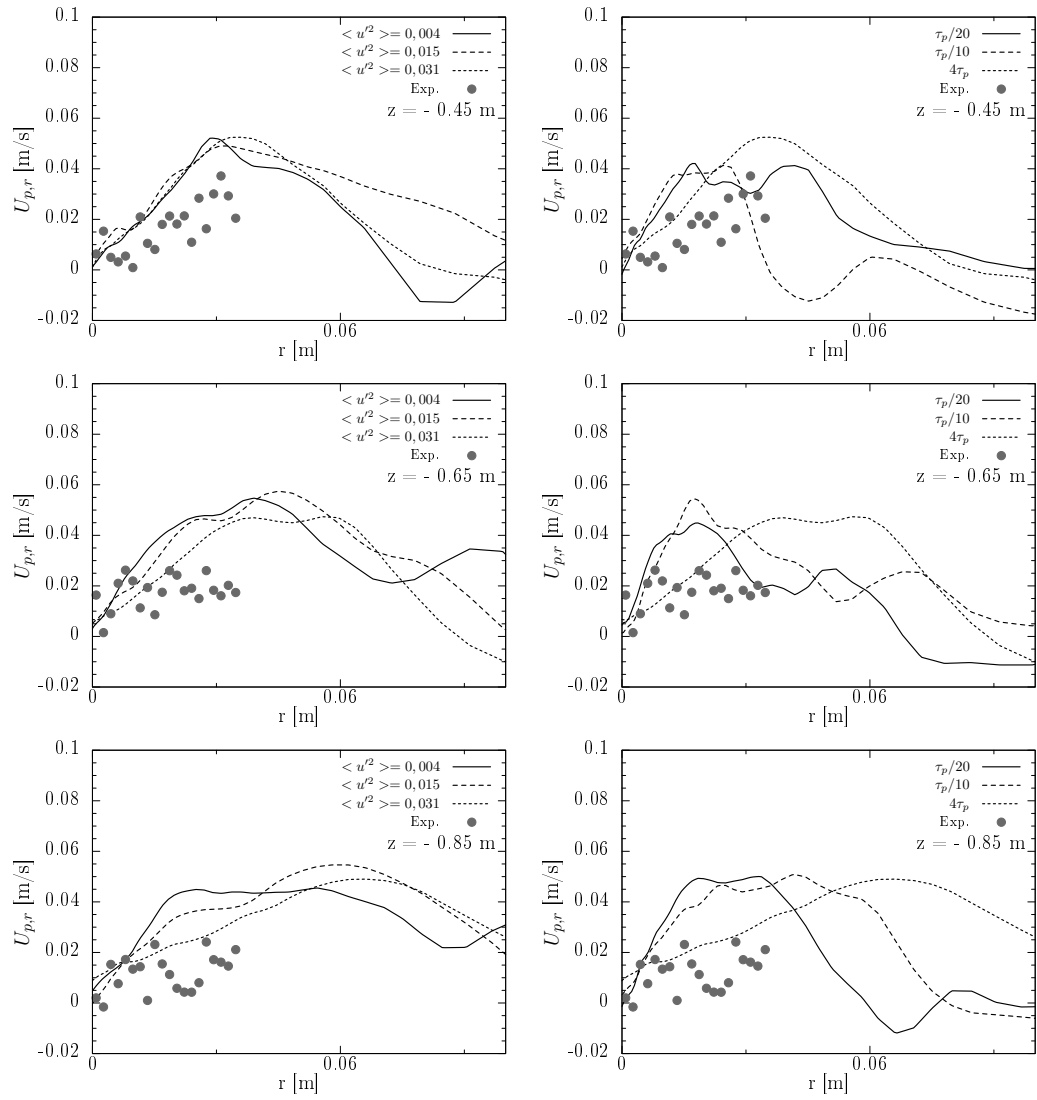


FIGURE 5.27 – Profils radiaux de la vitesse radiale moyenne des particules dans le jet pour la perturbation de type langevin relevés à plusieurs distances de l'injecteur pour différentes intensités (à gauche) et différents temps  $\tau$  (à droite).



## Chapitre 6

# Etude du couplage silo/chambre de dispersion

### Contents

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>103</b>
<b>6.2</b>	<b>Simulation numérique sur l'expérience d'Ansart et al. [5]</b>	<b>104</b>
6.2.1	Débit massique	104
6.2.2	Evolution des vitesses de la phase dispersée	105
<b>6.3</b>	<b>Simulations numériques sur l'expérience de Liu et al. [66]</b>	<b>110</b>
6.3.1	Débit massique	110
6.3.2	Evolution des profils au niveau de l'injecteur	112
6.3.3	Fraction volumique des particules et de vitesse	114
6.3.4	Evolution axiale	116
6.3.5	Angle d'ouverture	120
6.3.6	Débit d'air entraîné	122
6.3.7	Evolution radiale	125
6.3.8	Analyse avec le nombre de Stokes	125
<b>6.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>126</b>

---

**Mots-clés :** Vidange d'un silo, couplage silo/chambre, simulation numérique, écoulement gas-particule.

---

### 6.1 Introduction

L'analyse de la vidange d'un silo en utilisant l'approche Euler-Euler présentée dans le chapitre 3 est effectuée. Deux configurations sont étudiées celle d'Ansart et al. [5] et de Liu et al. [66]. Leurs géométries sont composées du silo et de la chambre de dispersion. Dans un premier temps deux simulations numériques ont été réalisées sur la configuration d'Ansart et al. [5] : avec et sans le silo. Puis dans

un deuxième temps des simulations numériques ont été effectuées avec différentes poudres et diamètres d'orifice sur la configuration de Liu et al. [66], ce qui permet de caractériser les limites actuelles de la simulation. Le chapitre 4 résume les différents paramètres physiques des poudres, la géométrie et le maillage utilisés.

## 6.2 Simulation numérique sur l'expérience d'Ansart et al. [5]

Deux simulations numériques sont effectuées :

- une avec le silo rempli de particules ( $\alpha_p^{ini}$  de 60% dans le silo),
- et une autre simulation numérique sans silo où le débit massique des particules est imposé à l'orifice du silo à  $1,44 \text{ g.s}^{-1}$ , le débit massique d'air à  $1,44 \times 10^{-3} \text{ g.s}^{-1}$  et la fraction volumique es à 0,56.

Les simulations numériques sont effectuées sur 130 secondes, avec un transitoire de 60 secondes et des moyennes temporelles statistiques durant les 70 dernières secondes.

La figure 6.1 montre la distribution de la fraction volumique instantanée obtenue en prenant en compte le silo. Au sein de cette distribution, nous pouvons observer l'apparition d'agglomérats de particules similaires à ceux constatés dans l'expérience de Ansart et al. [5] (voir Figure 6.2). La formation des paquets de particules n'est pas présente dans la simulation numérique sans silo (Figure 6.3) puisque le jet dans ces simulations numériques tombe en bloc.

### 6.2.1 Débit massique

La figure 6.4 montre le débit massique des particules et du gaz mesuré à la sortie du silo. Le débit massique des particules est négatif (signifiant que les particules sortent du silo) avec de fortes fluctuations. Ces fluctuations sont probablement la cause des perturbations visibles sur le jet granulaire ainsi que la formation de paquets de particules (clusters) montrés dans les figures 6.1 et 6.3. Il peut être observé que le débit massique du gaz est parfois négatif (lorsqu'il sort du silo) puis positif (lorsqu'il pénètre dans le silo) signifiant que quelquefois du gaz remonte dans le silo.

Les moyennes temporelles des débits massiques de particules et du gaz sont présentées dans le tableau 6.1. Le débit d'air entrant dans le silo par les événements au-dessus de la chambre d'injection est bien équilibré par la quantité d'air libérée par les particules lors de la décharge ainsi que le débit d'air passant à travers l'orifice ( $Q_f^{Dessus} = Q_f^{Nes} + Q_p^{Nes} \frac{\rho_f}{\rho_p}$ ).

Lorsque le gaz pénètre dans le silo il provoque la rupture du jet. Ce comportement est similaire au déplacement d'air à l'intérieur d'une bouteille d'eau retournée. Le débit massique des particules est correctement prédit, lorsque le silo est pris en compte (la moyenne est égale à  $1,49 \text{ g.s}^{-1}$  que l'on compare à la valeur de l'expérience de  $1.44 \text{ g.s}^{-1}$ ), de grandes fluctuations des débits sont observées correspondant à 30 % (l'écart type est égal à  $0,4223 \text{ g.s}^{-1}$ ).

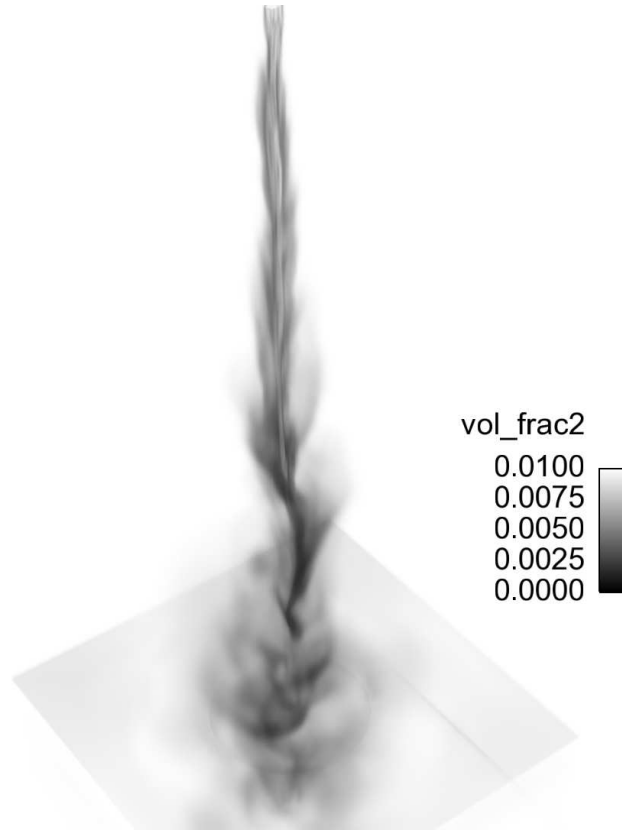


FIGURE 6.1 – Champs instantanés de la fraction volumique des particules. Figure extraite de la simulation numérique avec le silo, avec une fraction dans le silo,  $\alpha_p^{ini} = 0,6$  et un débit massique mesurées,  $Q \simeq 1,49 \text{ g.s}^{-1}$ .

Time = 12.750

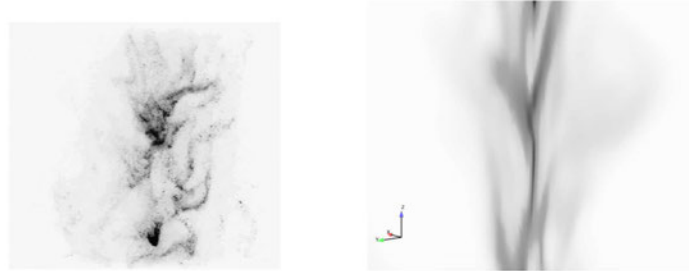


FIGURE 6.2 – Champs instantanés de fraction volumique de l'expérience d'Ansart et al. [5] à gauche, et de la simulation numérique avec le silo à droite.

### 6.2.2 Evolution des vitesses de la phase dispersée

La figure 6.5 représente le champ de vitesse moyenne verticale des particules, mesurée par vélocimétrie par images de particules (PIV) obtenu sur l'expérience

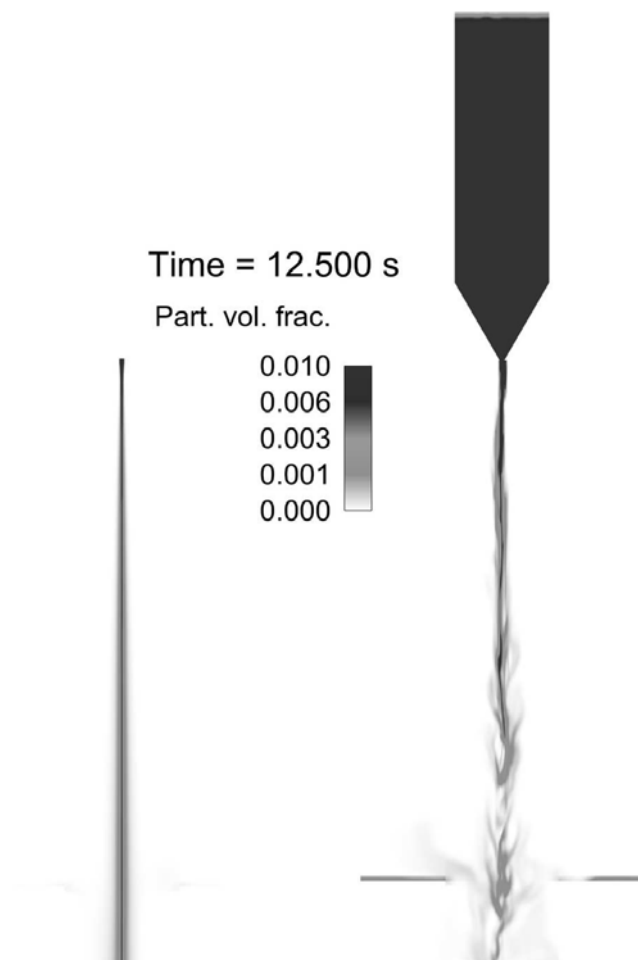


FIGURE 6.3 – Champs instantanés de fraction volumique de l'expérience sans silo (gauche) et avec le silo (droite).

TABLEAU 6.1 – Moyenne temporelle des débits massiques (en  $\text{g.s}^{-1}$ ) mesurés dans les simulations numériques.

		sans silo	avec silo
Sortie silo	Part.	1,44	1,482
	Air	$1,440 \times 10^{-3}$	$-1,467 \times 10^{-3}$
	Air remontant	-	$0,362 \times 10^{-4}$
	Air descendant	-	$-1,483 \times 10^{-3}$
entrée d'air	Dessus	-	$3,285 \times 10^{-3}$
	Milieu	$70,12 \times 10^{-3}$	$68,30 \times 10^{-3}$
	Bas	$-71,55 \times 10^{-3}$	$-69,71 \times 10^{-3}$

d'Ansart et al. [5] et le champ de la vitesse moyenne des particules de la simulation numérique avec silo. Nous pouvons voir sur ces champs que l'élargissement du jet est plus important expérimentalement.



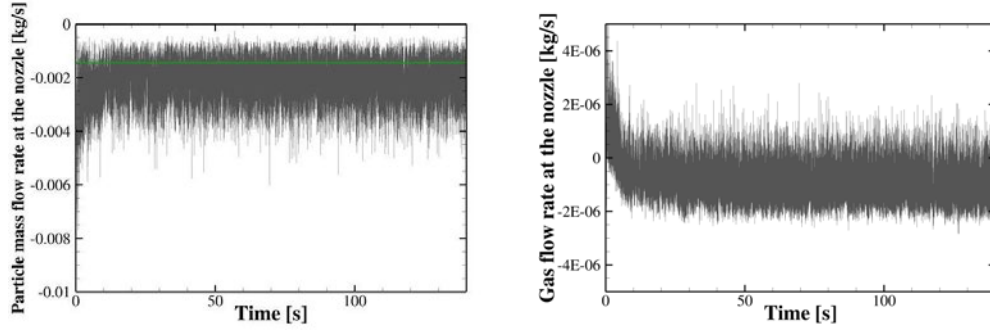


FIGURE 6.4 – Débits massiques des particules (gauche) et du gaz (droite) mesurés à la sortie du silo. La ligne verte continue représente la valeur expérimentale du débit massique de particules.

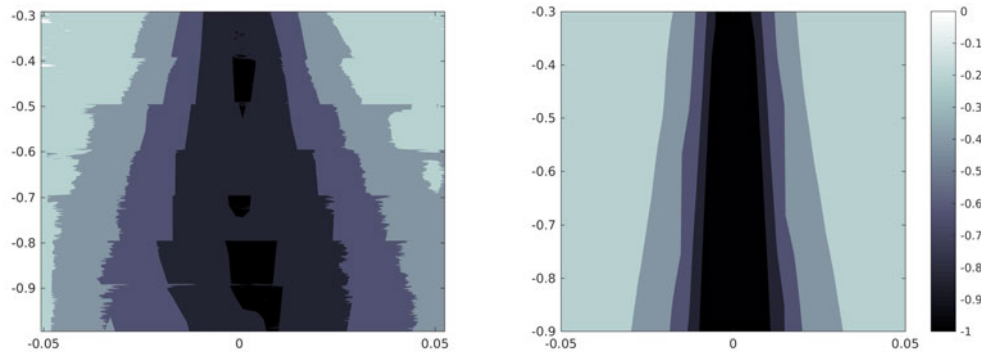


FIGURE 6.5 – Champs expérimental à gauche et numérique à droite de la vitesse verticale moyenne adimensionnée par la vitesse maximale.

Les évolutions axiales de la vitesse moyenne verticale  $U_{p,z}$  et de la vitesse radiale  $U_{p,r}$  sont montrées sur la figure 6.6. A la sortie du jet la vitesse verticale augmente

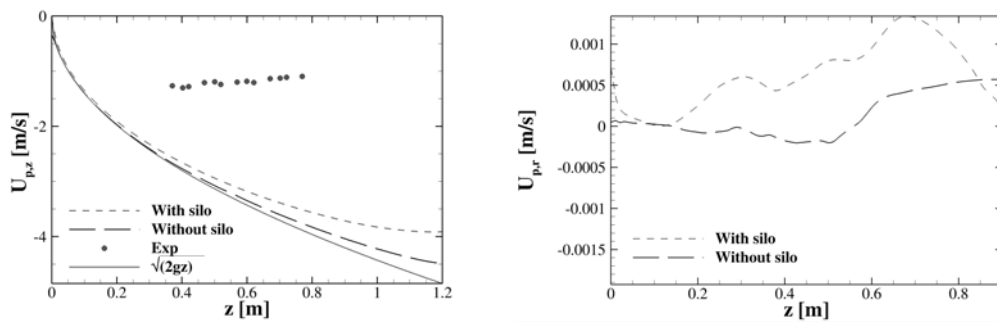


FIGURE 6.6 – Vitesse moyenne  $U_{p,z}$  (à gauche) et  $U_{p,r}$  à droite des particules le long de l'axe  $z$  dans la chambre.

avec la hauteur de chute. Il n'apparaît pas de zone "plateau" remarquée expérimentalement.

talement. Dans le cas sans silo, la vitesse atteint la vitesse d'une particule en chute libre. La vitesse moyenne verticale des particules avec le silo est supérieure à celles de l'expérience et inférieure à celle sans silo.

La figure 6.7 représente les profils axiaux de  $U_{p,z}$  à différentes hauteurs. Nous pouvons voir que la vitesse  $U_{p,z}$  est surestimée par rapport à l'expérience pour l'ensemble des simulations numériques. Les profils normalisés nous montrent bien que les élargissements obtenus sont plus faibles que ceux mesurés expérimentalement par Ansart et al. [5]. Les profils radiaux de la fraction volumique sont illustrés sur la figure 6.8 la fraction volumique avec et sans silo est équivalente. Comme remarqué sur les profils de la vitesse des particules, la dispersion radiale est très faible. La vitesse radiale au cours de la chute reste très faible en comparaison avec la vitesse verticale (Figure 6.9).

Le jet étudié présente donc un profil radial de la vitesse moyenne verticale avec peu d'élargissement comparé au jet de référence. Ce comportement traduit en fait que le jet étudié entraîne moins d'air extérieur au sein du jet.

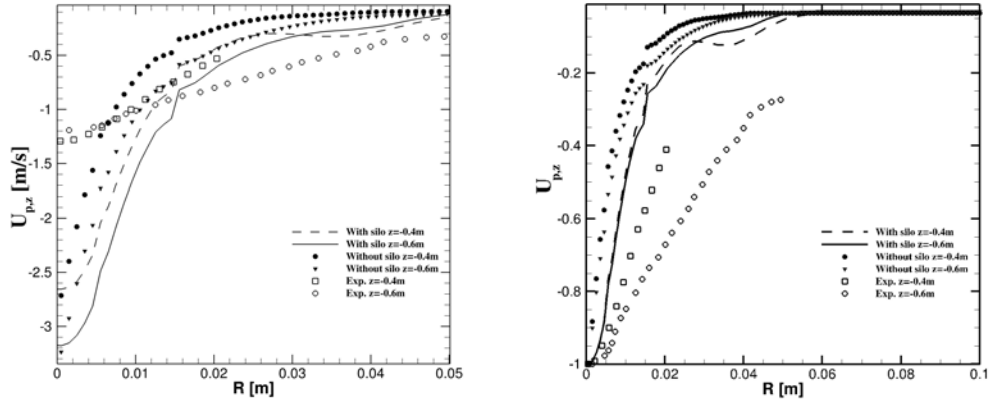


FIGURE 6.7 – Profils radiaux de la vitesse moyenne verticale (gauche) et de la vitesse moyenne verticale normalisée par la vitesse sur l'axe (droite) pour les positions axiales,  $z = 0,4$  et  $0,6$  m.

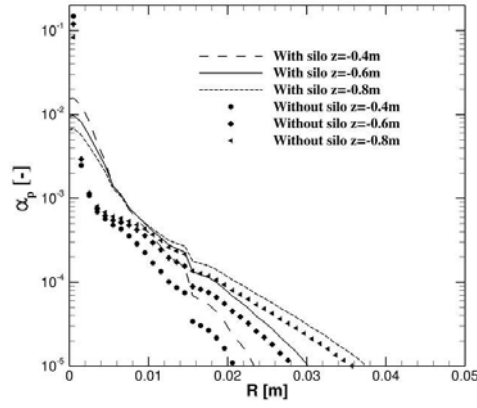


FIGURE 6.8 – Profils radiaux de la fraction volumique moyenne des particules à différentes hauteurs (en m) de la sortie du silo.

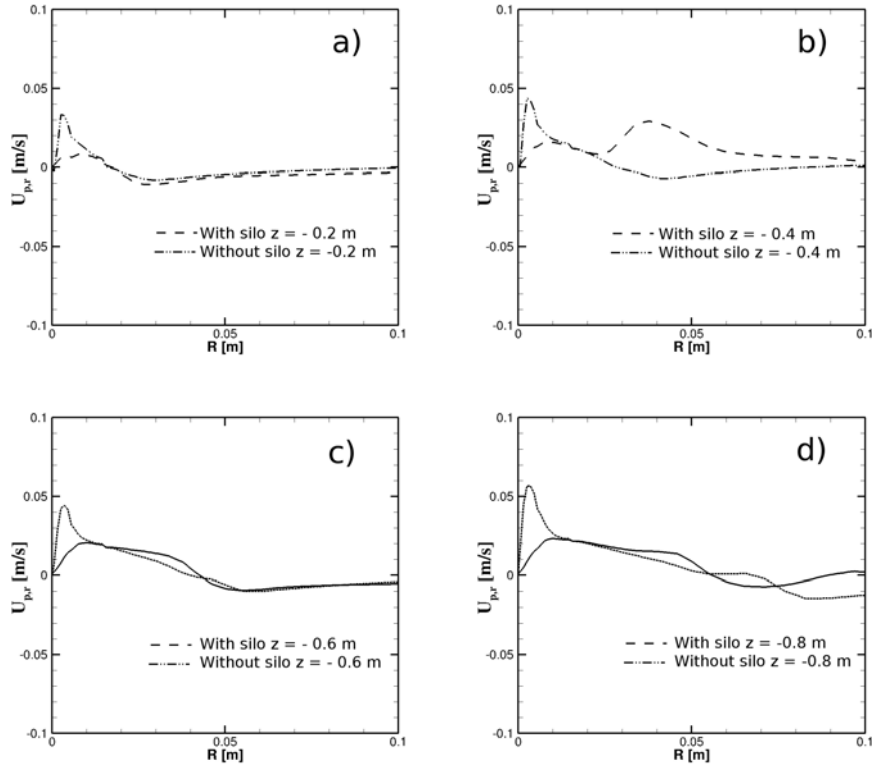


FIGURE 6.9 – Profils radiaux de la vitesse moyenne radiale des particules à différentes hauteurs (en m) de la sortie du silo. a)  $z = -0,2$ , b)  $z = -0,4$ , c)  $z = -0,6$ , d)  $z = -0,8$ .

### 6.3 Simulations numériques sur l'expérience de Liu et al. [66]

Ansart et al. [5] ont basé leur expérience sur les résultats de Liu et al. [66], entre ces expériences deux principaux éléments sont différents :

- la granulométrie, Liu et al. [66] utilisent trois types de poudres. Elles ont des formes sphériques contrairement à celle de Ansart et al. [5] qui sont de forme diverse (poudre concassé). Chacune des poudres ont des tailles et des masses volumiques supérieures à celle d'Ansart et al. [5],
- la géométrie, en particulier le demi-angle interne du silo. Ce dernier est de  $15,9^\circ$  pour Liu et al. [66] contrairement à  $30^\circ$  pour celui d'Ansart et al. [5]. Il a été décrit dans le chapitre 2 que la forme de la trémie conique modifie le comportement de l'écoulement au sein du silo. Un angle faible du cône provoque un écoulement en masse où l'ensemble des grains sont mobilisés. Tandis qu'avec un angle plus grand, différents effets apparaissent, comme par exemple, la présence de zones mortes, des effets d'intermittence de l'écoulement, etc...

L'étude des simulations numériques s'opérera de la manière suivante, nous allons dans un premier temps nous concentrer sur les débits massiques, puis dans un second temps analyser de manière précise ce qui se passe au niveau de l'orifice. Enfin, nous regarderons le développement du jet dans la chambre. Les simulations numériques de Liu et al. [66] sont réalisées sur 50 secondes, avec des moyennes temporelles statistiques sur les 40 dernières secondes.

#### 6.3.1 Débit massique

La figure 6.10 et le tableau 6.2 comparent les résultats des simulations numériques aux valeurs expérimentales en fonction de la moyenne temporelle du débit massique adimensionné de particules. Les moyennes temporelles de débit massique sont calculées à partir 10 secondes. Les simulations numériques sont conformes aux résultats expérimentaux. L'ensemble des résultats suit une courbe d'évolution de pente  $5/2$  comme décrit dans la loi de Beverloo.

Dans le chapitre 3, nous avons montré que le débit massique des particules est correctement prédit avec le modèle de viscosité frictionnelle lorsque le ratio  $D/d_p$  est supérieur à 15. Nous remarquons une très bonne prédiction pour des rapports  $D/d_p$  faibles mais lorsque le ratio augmente des écarts apparaissent exceptés pour l'aluminium avec un diamètre d'ouverture de 5. L'étude du chapitre 3 se limite à un ratio de 65, au-delà il n'a pas été démontré que le modèle de viscosité frictionnelle traduisait correctement les phénomènes physiques au sein du silo.

Le coefficient de variation est le rapport entre l'écart-type et le débit massique des particules. La diminution du rapport  $D/d_p$  entraîne l'augmentation du coefficient de variation. Cette augmentation traduit une augmentation des fluctuations autour de la moyenne, la figure 6.11 permet de voir les fluctuations du débit massique des particules d'aluminium au cours du temps. De fortes fluctuations sont visibles pour de faibles  $D/d_p$  au début de la simulation pendant la période transitoire, nous remarquons que cette période a une durée de 10 secondes. Il est à

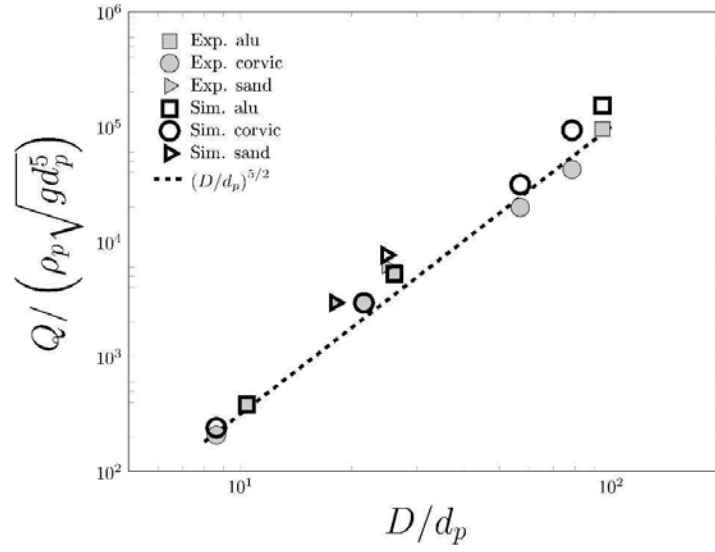


FIGURE 6.10 – Débit massique adimensionné de particules  $Q/\rho_p\sqrt{gd_p^5}$  en fonction du ratio  $D/d_p$ . La ligne en pointillés représente la pente  $(D/d_p)^{5/2}$ , les symboles sont les débits massiques expérimentaux et les simulations numériques.

rappeler que cette période n'est pas considérée dans le calcul des moyennes et des écarts types. Lorsqu'il y a des fluctuations du débit massique des particules, des fluctuations du gaz sont visibles. Lorsque le ratio est élevé il n'y a plus la présence de fluctuations en particulier pour le sable les fluctuations sont quasi-nulles.

$D/d_p$	type de Part.	$D$	$Q_{exp}$	$Q_{sim}$	$e$	$\sigma_Q$	$c_\nu$
17,24	corvic	2	0,14	0,162	13,5	0,0122	0,075
20,83	aluminium	2	0,27	0,268	0,5	0,0137	0,051
35,97	sable	13,2	66,7	66,65	0,7	0,2	0,003
43,10	corvic	5	1,96	1,98	1	0,08	0,0412
49,59	sable	18,2	138,9	173,2	19,8	0,4494	0,0025
52,08	aluminium	5	3,82	3,643	4,85	0,1075	0,030
113,79	corvic	13,2	13,4	21,18	36,7	0,37	0,0178
156,9	corvic	18,2	28,7	62,91	54,37	1,291	0,0204
189,58	aluminium	18,2	66,6±13	106,56	37,5±12	1,47	0,0137

TABLEAU 6.2 – Moyenne temporelle du débit massique, l'écart-type ( $\sigma_Q$ ) des particules en  $\text{g.s}^{-1}$  et le coefficient de variation mesurés dans les simulations numériques pour différentes poudres et différents diamètres d'orifice en mm.  $e$  représente l'erreur relative ( $|Q_{sim} - Q_{exp}|/Q_{sim}$ ) en % et  $c_\nu$  est le coefficient de variation ( $c_\nu = \sigma_Q/Q_{sim}$ ).

A l'inverse de la sortie du silo, lorsque  $D/d_p$  est grand des fluctuations du gaz sont observées au niveau des événements de la chambre de dispersion (figure 6.12) et

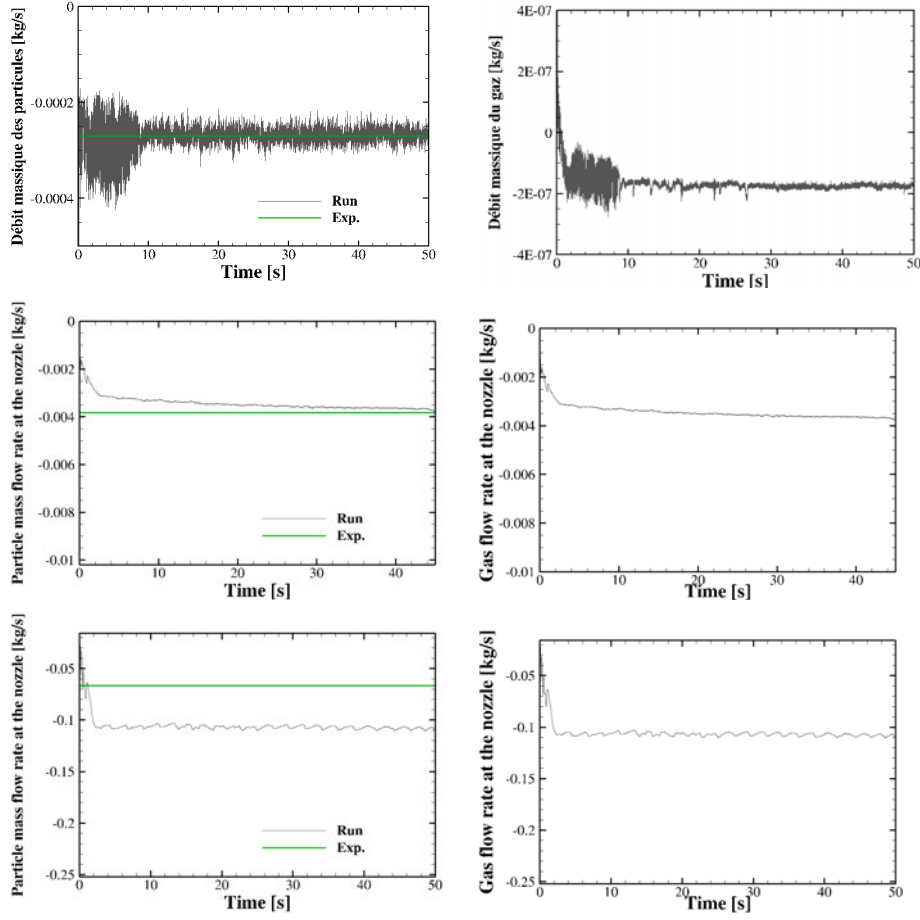


FIGURE 6.11 – Débits massiques des particules (gauche) et du gaz (droite) à la sortie du silo, pour l'aluminium et un diamètre d'ouverture de 2 mm.

inversement aucune fluctuation pour des ratios faibles. Ces dernières représentent principalement des diamètres d'orifice du silo faible signifiant que le cœur du jet à la sortie du silo est faible et sera moins influencé par la taille de la chambre.

### 6.3.2 Evolution des profils au niveau de l'injecteur

La vitesse  $U_{p,z}$  des profils radiaux à l'orifice (Figure 6.13) montrent que la vitesse diminue avec le diamètre d'orifice. Expérimentalement, Janda et al. [56] relèvent que les profils radiaux de vitesse et de fraction volumique des particules ont une forme de cloche. Dans nos cas, lorsque le ratio  $D/d_p$  est grand les profils de vitesse sont en forme de "plug". Lorsque le ratio est faible la forme de U n'est pas constatée. Dans les simulations la condition limite de type adhérence est utilisée. Elle entraîne un frottement important diminuant la vitesse près de la paroi. Lorsque l'on s'éloigne de la paroi la vitesse des particules augmente puis tend à être constante.

La moyenne des profils radiaux ( $\bar{U}_{p,z}$ ) adimensionnée est tracée en fonction du

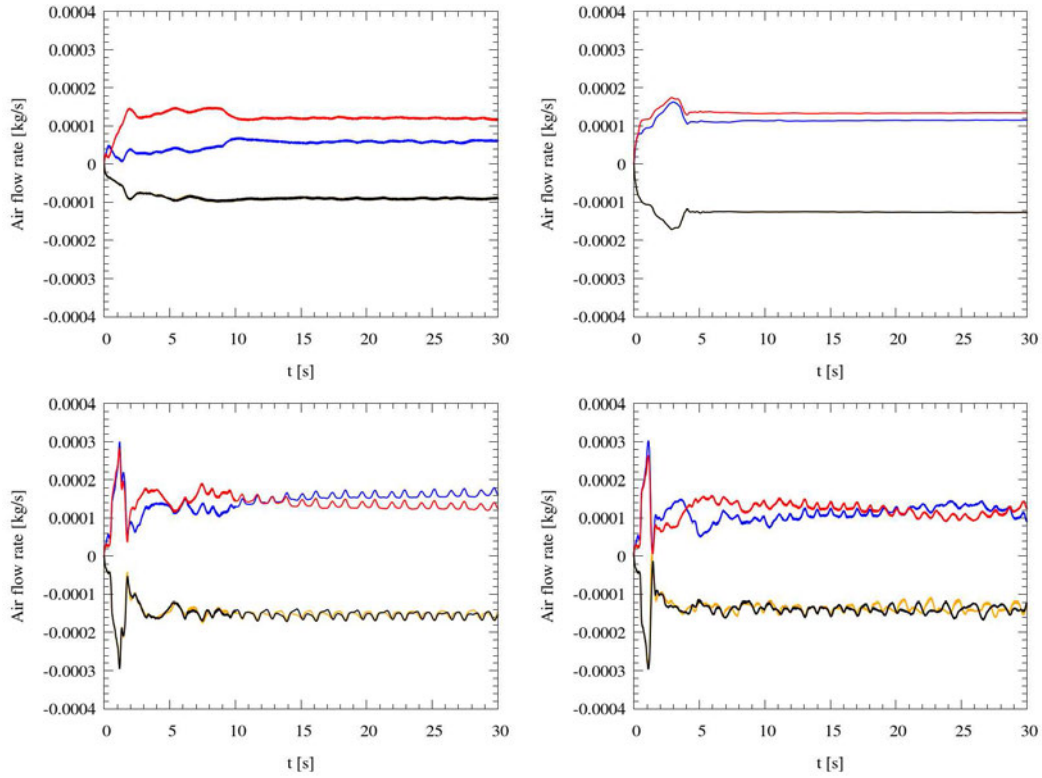


FIGURE 6.12 – Evolution du débit massique du gaz pour les événements, pour les simulations avec les particules de corvic de vinyle. En haut à gauche  $D/d_p = 17, 24$ , en haut à droite  $D/d_p = 43, 1$ , en bas à gauche  $D/d_p = 113, 79$  et en bas à droite  $D/d_p = 156, 9$ . Les lignes — — — — — représentent les événements au milieu de la chambre de dispersion et les lignes — — — — — sont les événements en bas du domaine.

rapport  $D/d_p$  (Figure 6.14). La vitesse  $\bar{U}_{p,z}$  augmente avec le rapport  $D/d_p$  et suit une droite d'évolution de  $\sqrt{2g}D/(d_p)^{5/2}$ . Nous avons une surestimation de cette vitesse lorsque les profils radiaux de la vitesse n'ont pas une forme en "U".

Les profils radiaux de la fraction volumique suivent une évolution similaire aux profils de la vitesse des particules (Figure 6.15). Pour des ratios  $D/d_p$  faibles, la fraction volumique au centre diminue fortement par exemple pour un rapport  $D/d_p \sim 21$  la fraction volumique au centre est de seulement 0,3.

Prado et al. [90] ont effectué une analyse sur le ratio  $D/d_p$  à partir d'une expérience de jet granulaire. Ils obtiennent un résultat sensiblement similaire. En effet, lorsque le rapport  $D/d_p > 20$  ils constatent que le jet tombe en masse et la fraction volumique au niveau de l'injecteur est aux alentours de 0,5. Ils observent une diminution de la fraction volumique, lorsque  $D/d_p \sim 15$ , cette diminution est aussi d'environ 0,3.

Prado et al. [90] utilisent des particules d'aluminium avec des propriétés semblables aux expériences de Liu [67]. La différence entre les deux configurations pourrait provenir de l'angle de la trémie, l'angle de la configuration de Prado et al. [90] est de  $2,5^\circ$  contrairement à celui de Liu et al. [66] qui est beaucoup plus important,

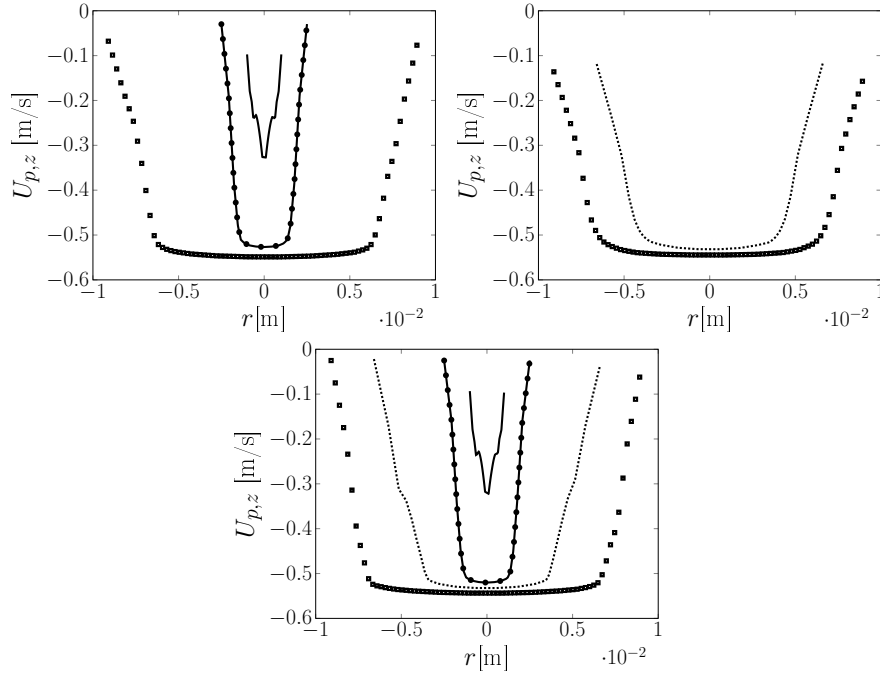


FIGURE 6.13 – Profils radiaux de la vitesse moyenne verticale des particules. A gauche particules d'aluminium, à droite particules de sable et en dessous particules de corvic de vinyle :  $D = 2$  mm — ;  $D = 5$  mm —●— ;  $D = 13,2$  mm ---- ;  $D = 18,2$  mm ■ .

il est de  $16,9^\circ$ .

L'image 6.16 représente la répartition de la fraction volumique dans le silo des particules pour le diamètre d'orifice de 2 mm. La fraction volumique diminue lorsque l'on se rapproche de la sortie du silo. Le jet est plus dilué dans le cas présent. L'image 6.17 montre le champ de la vitesse vertical moyen des particules et les lignes de courant du gaz proche de la sortie du silo. Quasiment toutes les lignes de courant du gaz s'arrêtent dans le silo lorsque le diamètre est de 2 mm. Ceci s'accorde avec la diminution de la fraction volumique observée dans la figure précédente. Un pincement de la vitesse est remarqué pour les diamètres faibles.

### 6.3.3 Fraction volumique des particules et de vitesse

Les champs qui sont présentés dans cette partie concernent un diamètre d'orifice de 2 mm. Il sera montré dans la suite que pour un diamètre d'orifice faible le jet a une plus grande ouverture et une phénoménologie riche comparable aux observations de l'expérience.

La répartition de la fraction volumique des particules d'aluminium en 3D et sur une coupe 2D sont illustrées sur la figure 6.18. Nous pouvons constater une diminution de la section du jet proche de la sortie du silo, cette diminution représente une contraction du cœur observée expérimentalement par différents auteurs (Ansart et al. [5], Cooper and Arnold [24], Liu et al. [66]). Après cette contraction le jet



s'ouvre, la concentration du cœur diminue et un halo de poussière se forme autour du cœur.

L'image 6.19 illustre les champs de la vitesse moyenne du gaz et des particules d'aluminium avec  $D = 2$  mm. Sur ce champ, nous remarquons que la vitesse se

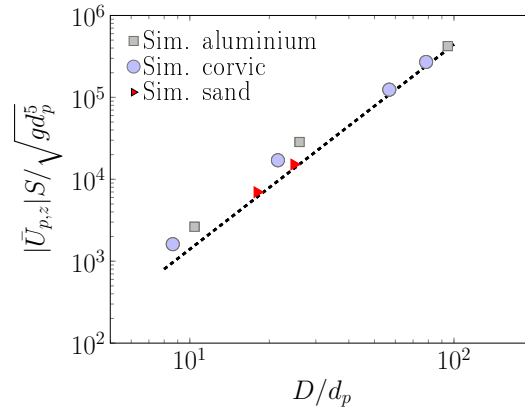


FIGURE 6.14 – Vitesse moyenne à la sortie du silo adimensionnée  $|\bar{U}_{p,z}|S/\sqrt{2gd_p^5}$  en fonction du ratio  $D/d_p$ ,  $S$  correspond à la surface de l'orifice du jet. La ligne en pointillés représente la pente  $(2gD/d_p)^{5/2}$ .

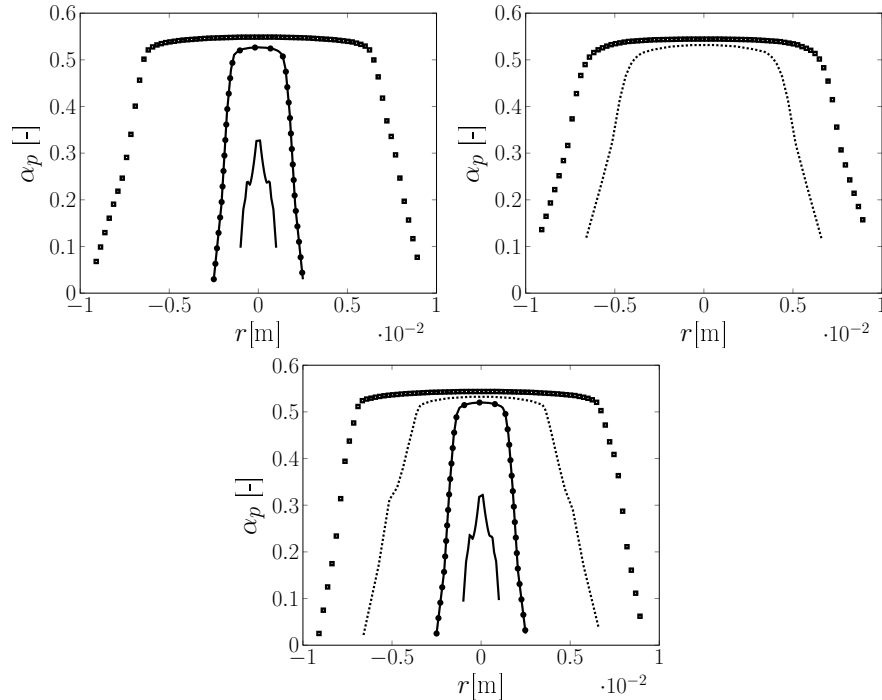


FIGURE 6.15 – Fraction volumique des particules. A gauche particules d'aluminium, à droite particules de sable et en dessous particules de corvic de vinyle.  $D = 2$  mm — ;  $D = 5$  mm —●— ;  $D = 13,2$  mm ---- ;  $D = 18,2$  mm ■ .

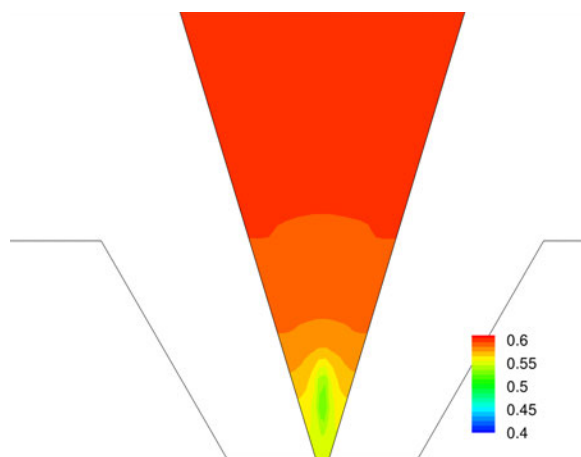


FIGURE 6.16 – Champ de fraction volumique des particules au sein du silo pour les particules de corvic de vinyle avec un diamètre d’orifice de 2 mm.

contracte au niveau de la plaque. Numériquement, il n’est alors pas exclu que la présence de la plaque modifie l’écoulement. Liu et al. [66] ont fait varier le diamètre de la plaque pour mesurer le débit d’air entraîné, ils n’ont pas notifié de changement de l’écoulement. Dans les sections suivantes, les profils axiaux et radiaux seront montrés de la sortie de l’orifice jusqu’à 5 cm au-dessus de la plaque.

#### 6.3.4 Evolution axiale

Les figures 6.20 et 6.21 comparent la vitesse des particules des simulations aux expériences et à la prédiction du modèle (2.42) de Liu et al. [66], pour un diamètre d’injecteur de 2 mm. Les mesures de vitesse de Liu et al. [66] comportent des variations importantes. En effet, le système d’acquisition de Liu et al. [66] ne lui a pas permis de relever de façon précise la vitesse des particules. Les deux profils de vitesse montrent un très bon accord des simulations numériques avec la prédiction et les résultats expérimentaux.

Nous remarquons sur les profils l’apparition de trois zones, elle a été relevée par plusieurs auteurs Ansart et al. [5], Cooper and Arnold [24], Liu et al. [66], Prado et al. [90]. Prado et al. [90] décrit que pour un jet avec un ratio  $D/d_p$  compris entre 5 et 15, il y a une diminution de la fraction volumique lors de la propagation, toutefois comme cela a été remarqué précédemment l’angle de la trémie conique est différent dans la configuration de Liu et al. [66].

Dans la première zone, le jet tombe à la vitesse d’une particule dans le vide. Puis les particules vont être freinées jusqu’à atteindre un point d’inflexion puis passé ce point la vitesse des particules décroît, ceci représente la zone 2. Après la diminution, la vitesse atteint une zone ”plateau” qui correspond à la zone 3. Cette zone est caractérisé par une faible fraction volumique, le jet est dilué dans

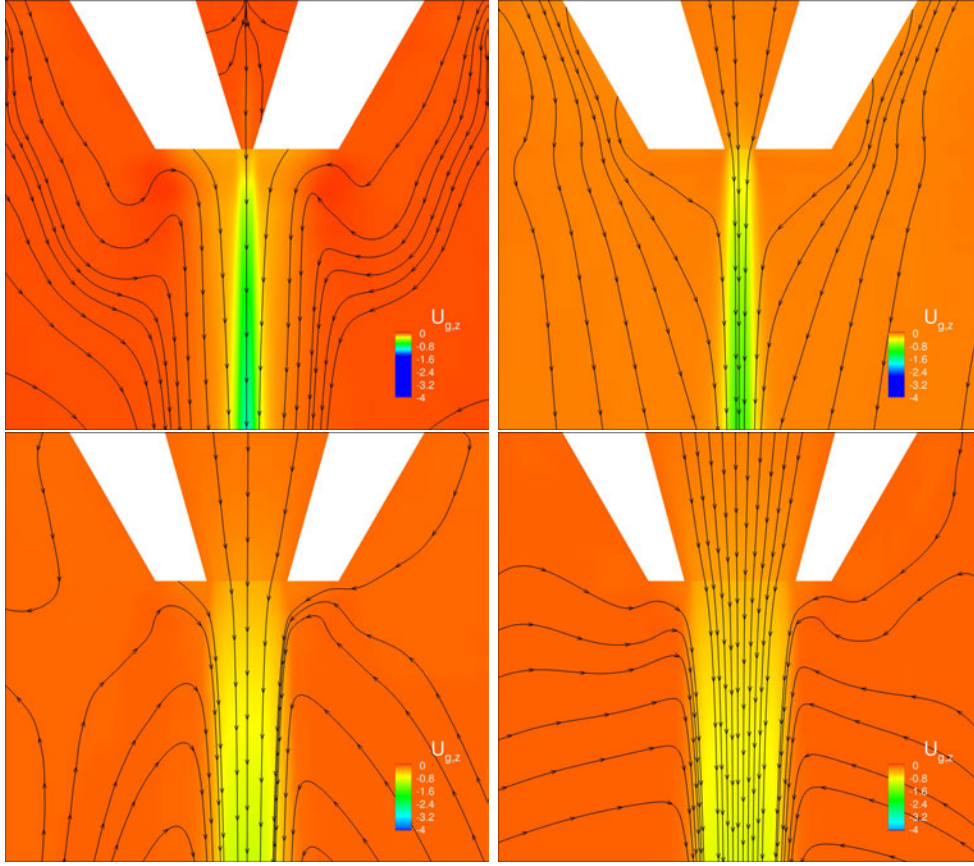


FIGURE 6.17 – Champs de vitesse verticale moyenne du gaz proche de la sortie de l'orifice avec les lignes de courant du gaz pour les simulations de corvic de vinyle : en haut à gauche  $D = 2$  mm ; en haut à droite  $D = 5$  mm ; en bas à gauche  $D = 13,2$  mm et en bas à droite  $D = 18,2$  mm.

cette zone. Comme remarquer expérimentalement par Ansart et al. [5], Liu et al. [66], Prado et al. [90], la concentration de poudre du cœur diminue au cours de la chute. A la sortie du jet le cœur est dense, puis dans la zone 3 le cœur est dilué, il est seulement composé de moins de 1% de la fraction volumique au sein du silo. Dans la zone 1, la fraction volumique décroît de façon hyperbolique pendant une dizaine de diamètres d'orifice correspondant à la vitesse des particules qui suivent la chute libre.

Les figures 6.22 et 6.23 montrent la vitesse moyenne verticale des particules pour un diamètre d'injecteur de 5 mm. Les simulations numériques surestiment la vitesse moyenne des particules le long de l'axe. Au bout d'une certaine distance un point d'inflexion est visible. Les particules sont moins ralenties que dans la prédiction proposée par Liu et al. [66]. La fraction volumique est nettement plus importante que celle des cas précédents. Le jet s'écoule de manière plus dense, la zone 3 (zone diluée) n'existe plus.

La figure 6.24 montre la vitesse des particules pour un diamètre d'injecteur de

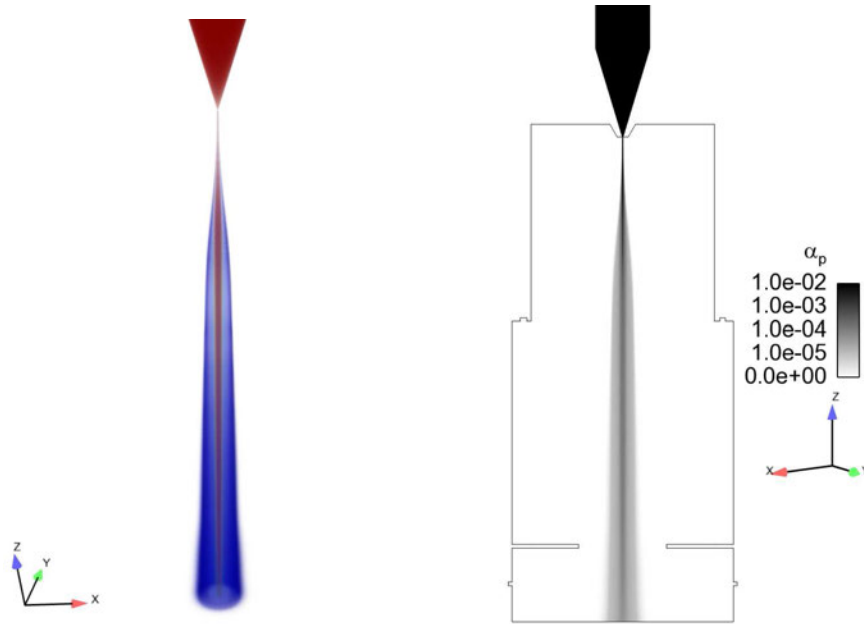


FIGURE 6.18 – Champs de fraction volumique pour l'aluminium avec  $D = 2$  mm. A gauche représentation 3D, à droite coupe dans le plan des événements.

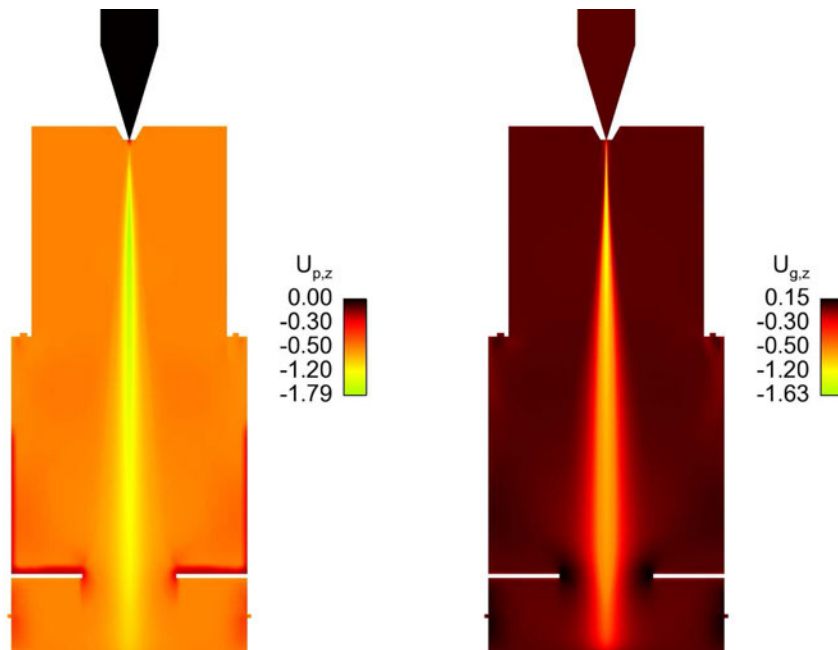


FIGURE 6.19 – Champs de vitesse des particules à gauche et du gaz à droite, pour l'aluminium avec  $D = 2$  mm, la coupe est effectuée dans le plan des événements.

13,2 mm. La simulation numérique surestime la vitesse moyenne des particules le long de l'axe. Il n'y a plus de point d'inflexion représentatif de la transition vers la zone 2. La fraction volumique, diminue faiblement au cours de la chute.

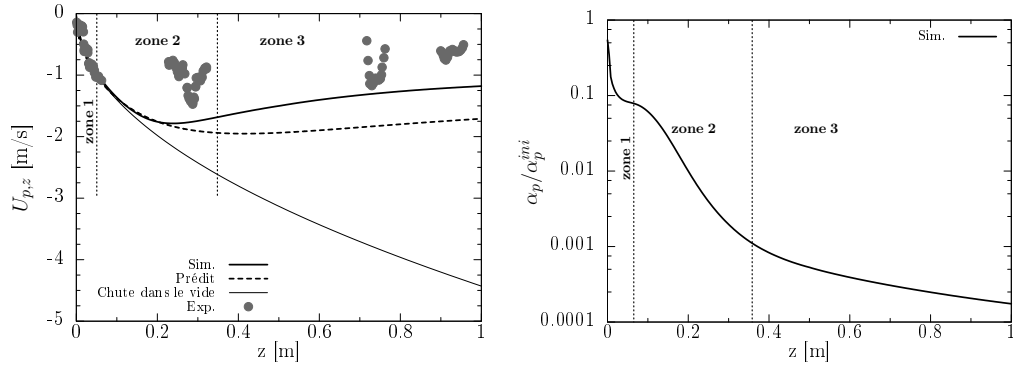


FIGURE 6.20 – Vitesse moyenne verticale des particules et fraction volumique des particules normalisée par la fraction volumique initiale dans le silo ( $\alpha_p^{ini} = 0,6$ ) le long de l'axe. La ligne continue représente le profil de simulation numérique, les points correspondent à l'expérience de Liu et al. [66], la ligne en pointillés au modèle de Liu et al. [66], particules d'aluminium,  $Q = 0,27$  g/s,  $D/d_p = 20,83$ ,  $\gamma = 0,0196$ ,  $d_p = 96 \mu\text{m}$ ,  $\rho_p = 2465 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_b = 1010 \text{ kg/m}^3$ .

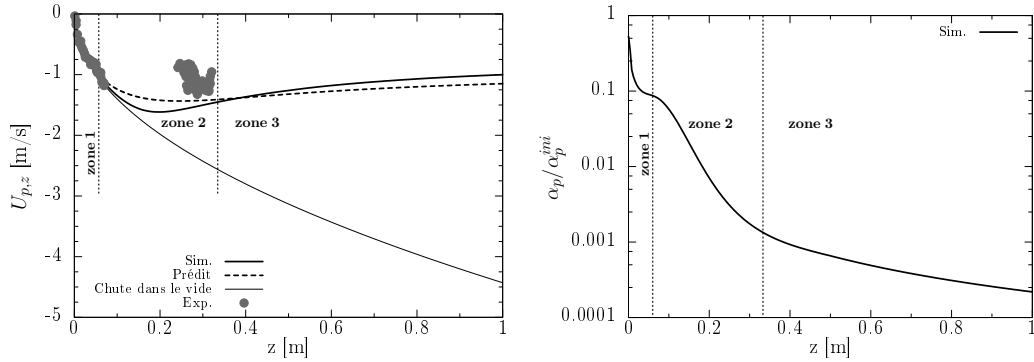


FIGURE 6.21 – Vitesse moyenne verticale et fraction volumique des particules des particules normalisée par la fraction volumique initiale dans le silo ( $\alpha_p^{ini} = 0,6$ ) le long de l'axe. La ligne continue représente le profil de simulation numérique, les points correspondent à l'expérience de Liu et al. [66], la ligne en pointillés au modèle de Liu et al. [66], particules de corvic de vinyle,  $Q = 0,14$  g/s,  $D/d_p = 17,24$ ,  $\gamma = 0,0326$ ,  $d_p = 116 \mu\text{m}$ ,  $\rho_p = 1487 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_b = 512 \text{ kg/m}^3$ .

En définitive, la vitesse moyenne des particules est directement influencée par le diamètre d'orifice (figure 6.25). Si ce dernier est faible la vitesse moyenne verticale des particules le long de l'axe est faible et réciproquement si le diamètre est élevé le jet tombe en masse avec peu d'influence de l'environnement. La fraction volumique au sein du cœur est directement liée à la diminution de vitesse de particules (figure 6.26). En effet, elle diminue de façon plus élevée lorsque le rapport  $D/d_p$  est faible.

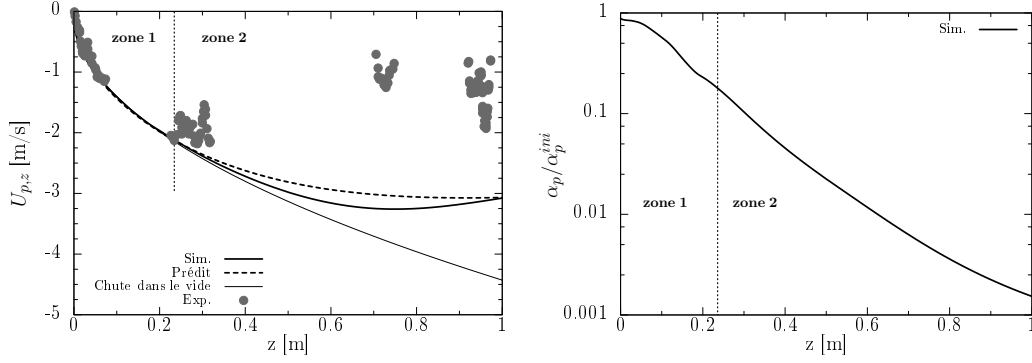


FIGURE 6.22 – Vitesse moyenne verticale et fraction volumique des particules normalisée par la fraction volumique initiale dans le silo ( $\alpha_p^{ini} = 0,6$ ) le long de l'axe. La ligne continue représente le profil de simulation numérique, les points correspondent à l'expérience de Liu et al. [66], la ligne en pointillés au modèle de Liu et al. [66], particules d'aluminium,  $Q = 3,82$  g/s,  $D/d_p = 52,08$ ,  $\gamma = 0,0196$ ,  $d_p = 96$   $\mu$ m,  $\rho_p = 2465$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_b = 1010$  kg/m<sup>3</sup>.

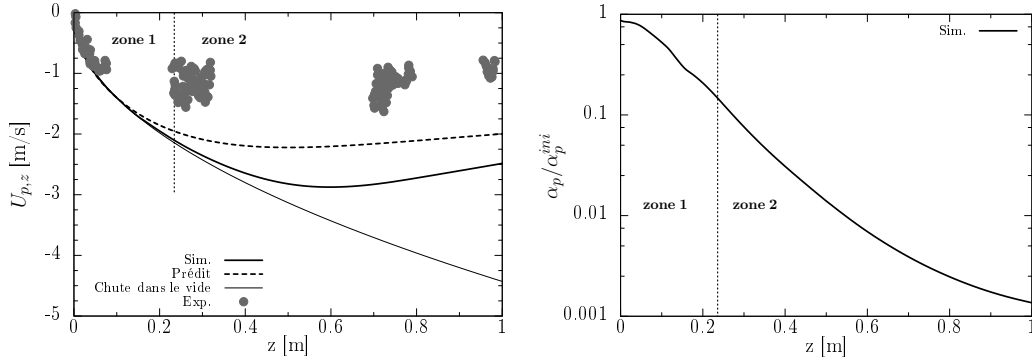


FIGURE 6.23 – Vitesse moyenne verticale et fraction volumique des particules normalisée par la fraction volumique initiale dans le silo ( $\alpha_p^{ini} = 0,6$ ) le long de l'axe. La ligne continue représente le profil de simulation numérique, les points correspondent à l'expérience de Liu et al. [66], la ligne en pointillés au modèle de Liu et al. [66], particules de corvic de vinyle,  $Q = 1,96$  g/s,  $D/d_p = 43,1$ ,  $\gamma = 0,0326$ ,  $d_p = 116$   $\mu$ m,  $\rho_p = 1487$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_b = 512$  kg/m<sup>3</sup>.

### 6.3.5 Angle d'ouverture

$L_{1/2}$  représente la demi-largeur du jet définie dans le chapitre précédent. L'évolution de la largeur du jet en fonction de la distance de l'orifice de sortie est donnée sur la figure 6.27 pour des diamètres d'orifice de 2 et 5 mm.  $L_{1/2}$  permet d'obtenir l'angle d'ouverture  $\theta_s$ , ainsi que le point d'origine  $z_0$ .

Les tableaux 6.3 et 6.4 représentent l'angle de chute du jet granulaire pour les simulations de particules d'aluminium et de particules de corvic de vinyle. Afin de s'affranchir de la diminution de section, l'évaluation de l'angle s'effectue à partir de 0,1 m jusqu'à 1 m de l'injection avec un pas d'espace selon  $z$  de 0,01 m et une

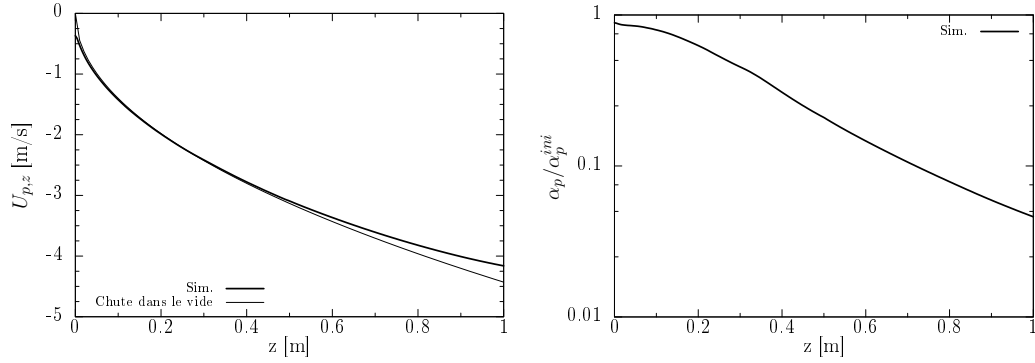


FIGURE 6.24 – Vitesse moyenne verticale et fraction volumique des particules normalisée par la fraction volumique initiale dans le silo ( $\alpha_p^{ini} = 0,6$ ) le long de l'axe. La ligne continue représente le profil de simulation numérique, la ligne en pointillés au modèle de Liu et al. [66], particules de sable,  $Q = 66,7 \text{ g/s}$ ,  $D/d_p = 35,97$ ,  $\gamma = 0,021$ ,  $d_p = 367 \mu\text{m}$ ,  $\rho_p = 2803 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_b = 1400 \text{ kg/m}^3$ .

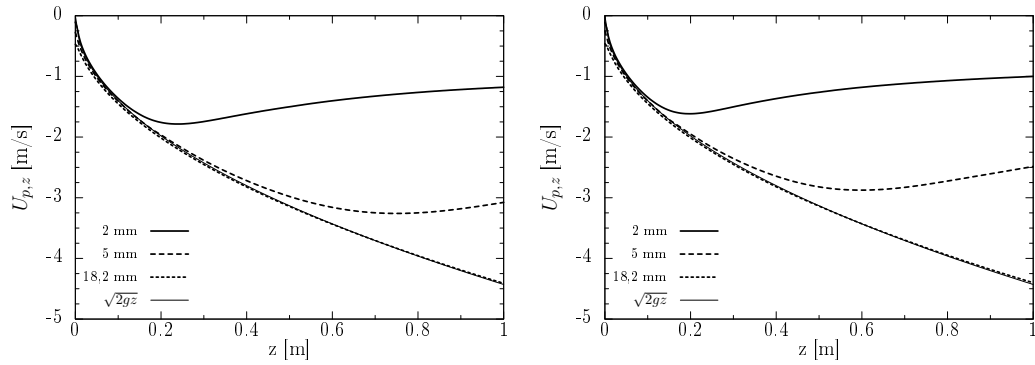


FIGURE 6.25 – Vitesse moyenne verticale des particules le long de l'axe pour différents diamètres d'orifice, à droite particules d'aluminium et à gauche particules de corvic de vinyle.

précision de 0,02 m/s pour la vitesse.

La figure 6.28 représente l'angle d'ouverture en fonction du rapport  $D/d_p$ . Pour de faibles ratios la simulation prédit un élargissement du jet élevé, cet élargissement n'est pas mesuré expérimentalement. Lorsque le ratio augmente l'angle  $\theta_s$  diminue de manière hyperbolique. Liu et al. [66] prédit un angle d'ouverture de  $\theta_s = 1.8^\circ$  pour l'aluminium et de  $\theta_s = 1.3^\circ$  pour le corvic de vinyle. La simulation numérique prédit un angle supérieur pour l'aluminium et un angle inférieur pour le corvic de vinyle. Cependant les résultats sont du bon ordre de grandeur. En effet, pour d'autres types de jet l'angle d'ouverture peut être bien supérieur, par exemple pour les jets miscibles qui ont un angle de l'ordre de  $5,7^\circ$ , (Leitch and Baines [65] Hunt and Kaye [53]).

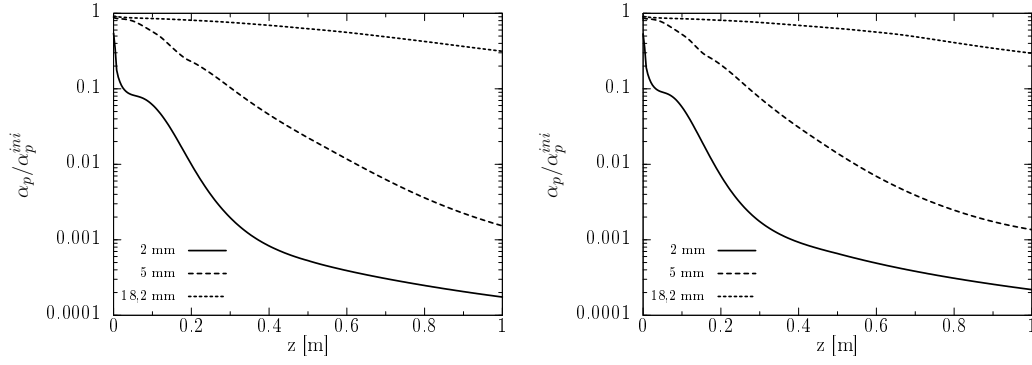


FIGURE 6.26 – Fraction volumique des particules normalisée par la fraction volumique initiale dans le silo ( $\alpha_p^{ini} = 0,6$ ) le long l'axe (figure semi-log) pour différents diamètres d'orifice, à droite particules d'aluminium et à gauche particules de corvic de vinyle.

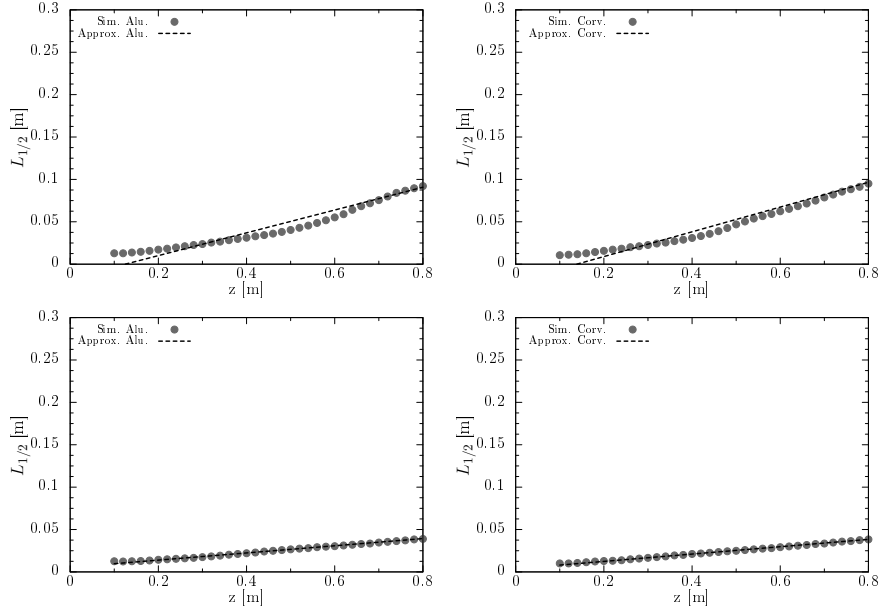
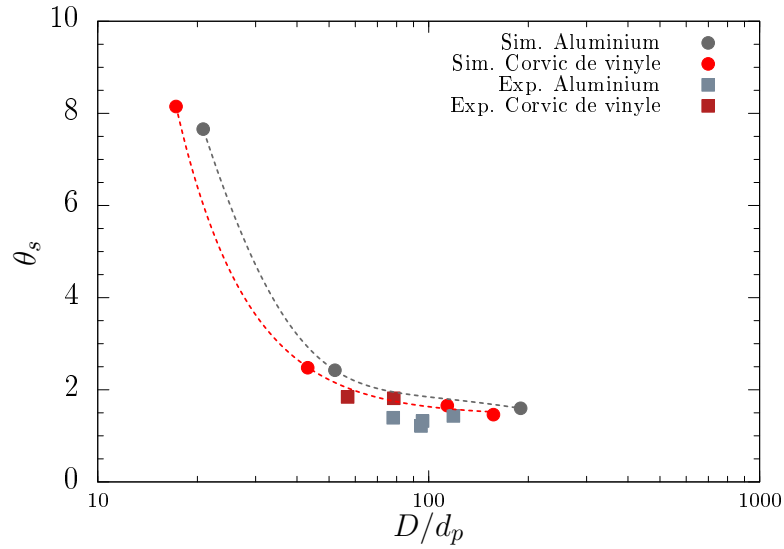


FIGURE 6.27 – Evolution de la demi-largeur (en m) en fonction de la hauteur de chute (en m), en bas pour le diamètre  $D = 2$  mm, en haut pour le diamètre  $D = 5$  mm, à droite particules d'aluminium, à gauche particules de corvic de vinyle.

### 6.3.6 Débit d'air entraîné

Les figures 6.29 et 6.30 représentent le débit d'air entraîné au sein du jet. En accord avec les différentes études du débit d'air entraîné nous remarquons que le débit d'air induit augmente avec la hauteur de chute [5, 48, 66]. Les simulations numériques prédisent le bon débit d'air entraîné pour les particules de corvic de vinyle sauf lorsque le rapport  $D/d_p = 17, 24$ . La simulation numérique surestime le débit



FIGURE 6.28 – Evolution de l'angle en fonction du rapport  $D/d_p$ .

$D$ [mm]	$L_{1/2}(z)$ [m]	$\theta_s$ [°]	$z_0$ [m]
2	$0.1344 z - 0.0168$	7.658	-0.125
5	$0.0423 z + 0.00544$	2.424	0.128
18.2	$0.0279 z + 0.01357$	1.5979	0.48669
18.2 (exp)	$0.0250 z + 0.0112$	1.432	0.448

TABLEAU 6.3 – Angle d'ouverture et origine virtuelle évalués dans les simulations numériques pour les particules d'aluminium.

$D$ (mm)	$L_{1/2}(z)$ (m)	$\theta_s$ (°)	$z_0$ (m)
2	$0.143 z - 0.019$	8.149	-0.1335
5	$0.043 z + 0.00372$	2.479	0.086
13.2	$0.0289 z + 0.0100$	1.65581	0.346
18.2	$0.0255 z + 0.0130$	1.46	0.5136
13.2 (exp)	$0.0322 z + 0.0117$	1.844	0.363
18.2 (exp)	$0.0317 z + 0.0158$	1.816	0.498

TABLEAU 6.4 – Angle d'ouverture et origine virtuelle évalués dans les simulations numériques pour les particules de corvic de vinyle.

d'air par rapport à la prédiction proposée par Liu et al. [66]. Il est possible que cette surestimation de la prédiction provienne de la constante d'entraînement. Liu et al. [66] ont obtenu des angles constants pour des rapports  $D/d_p$ , il propose donc une constante d'entraînement qui dépendant dans son cas d'un angle constant et de la poudre utiliser. Il est à noter que l'angle d'ouverture du jet n'est pas mesuré par Liu

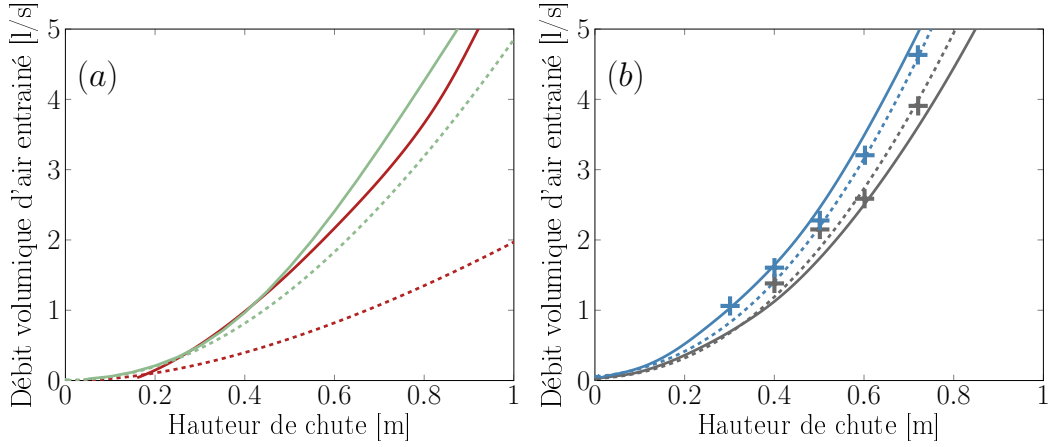


FIGURE 6.29 – Débit d'air entraîné en fonction de la hauteur de chute, particules de corvic de vinyle. Les lignes continues correspondent à la simulation, les tirets au modèle de Liu et al. [66] et les  $+$  représentent les valeurs expérimentales.

(a) :  $D = 2$  mm — ;  $D = 5$  mm —.

(b) :  $D = 13,2$  mm — ;  $D = 18,2$  mm —.

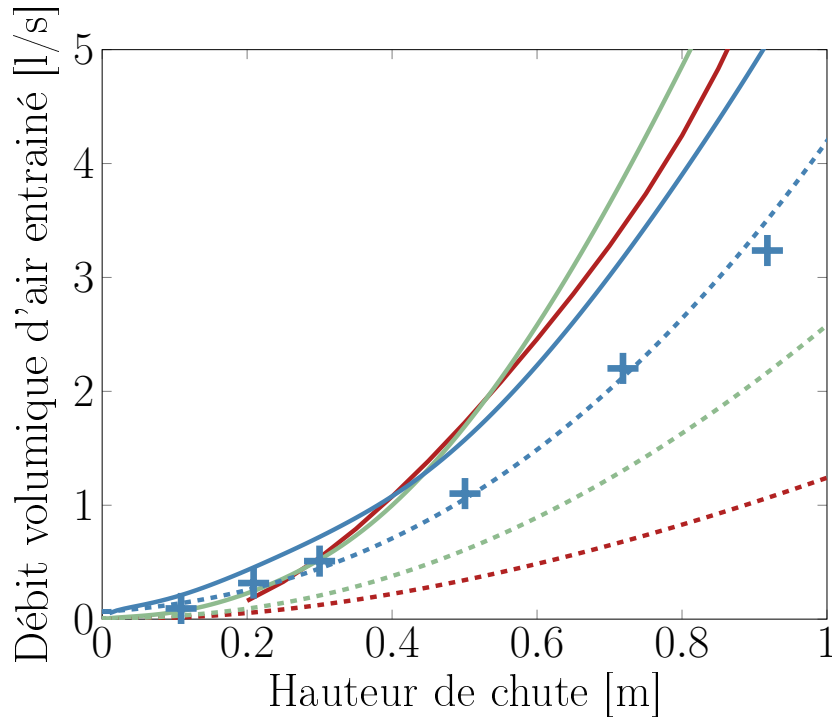


FIGURE 6.30 – Débit d'air entraîné en fonction de la hauteur de chute, particules d'aluminium. Les lignes continues correspondent à la simulation, les tirets au modèle de Liu et al. [66] et les  $+$  les valeurs expérimentales,  $D = 2$  mm — ;  $D = 5$  mm — ;  $D = 13,2$  mm —.

et al. [66] pour des rapports  $D/d_p$  faibles contrairement à nos simulations où nous remarquons une augmentation de l'angle du jet. Pour les particules d'aluminium le débit volumique d'air entraîné est surestimé. L'angle d'ouverture obtenue pour les particules d'aluminium est supérieur à celui obtenu par Liu et al. [66].

### 6.3.7 Evolution radiale

La figure 6.31 représente la vitesse de l'air entraînée des particules à différentes hauteurs, pour un diamètre d'orifice de 13,2 mm. Les points expérimentaux sont issus du débit d'air induit, la distribution gaussienne est celle donnée par Liu et al. [66]. Nous pouvons constater que nous avons une gaussienne pour la simulation numérique. A une hauteur de 0,4 m, la largeur est sensiblement proche de celle de Liu et al. [66] puis avec augmentation de la hauteur de chute le jet s'ouvre plus dans les simulations numériques. Liu et al. [66] déduit la valeur maximale par un fit gaussien, ce qui ne nous permet pas de comparer de manière équivalente la vitesse maximale verticale du gaz. Le débit d'air calculé pour le corvic de vinyle avec un diamètre  $D = 13,2$  mm correspond au débit mesuré par Liu et al. [66], toutefois lorsque l'on regarde les profils de vitesse verticale du gaz sur les simulations numériques un écart est constaté par rapport à la vitesse verticale du gaz estimé par Liu et al. [66]. Nous pouvons noter que Liu et al. [66] n'a pas de renseignement sur la vitesse verticale du gaz au centre du jet.

Les figures 6.32 et 6.33 montrent les profils radiaux de la vitesse moyenne verticale des particules. La vitesse des particules augmente avec la hauteur de chute. Pour un même profil la vitesse maximale des particules est plus grande pour le diamètre d'ouverture le plus grand. Cette vitesse est maximale sur l'axe et décroît lorsque l'on s'éloigne radialement de l'axe du jet. En normalisant la vitesse entre 0 et 1 il est aisé de voir l'ouverture du jet croître plus rapidement pour le profil avec un diamètre de 2 mm.

### 6.3.8 Analyse avec le nombre de Stokes

Le temps de relaxation cinématique des différentes poudres est de,  $\tau_{p,alu} = 0,068$  s,  $\tau_{p,sable} = 1,1337$  s et de  $\tau_{p,corv} = 0,060$  s.  $\tau_1$  est calculé en fonction de la largeur du jet à partir des profils de la vitesse du gaz. Il est à noter que cette largeur est plus faible que celle obtenue avec les vitesses moyennes de particules. La figure 6.34 représente l'évolution du nombre de Stokes avec la hauteur de chute. Contrairement aux simulations obtenues dans le chapitre précédent sur l'expérience d'Ansart et al. [5], le nombre de Stokes est supérieure à 1. Ce qui signifie que le jet sur l'axe central est moins influencé par la phase continue. Nous pouvons remarquer comme dans le chapitre précédent que lorsque le jet a une grande ouverture, le nombre de Stokes décroît de façon hyperbolique. Lorsque le jet a une faible expansion la décroissance du nombre de Stokes est faible et linéaire.

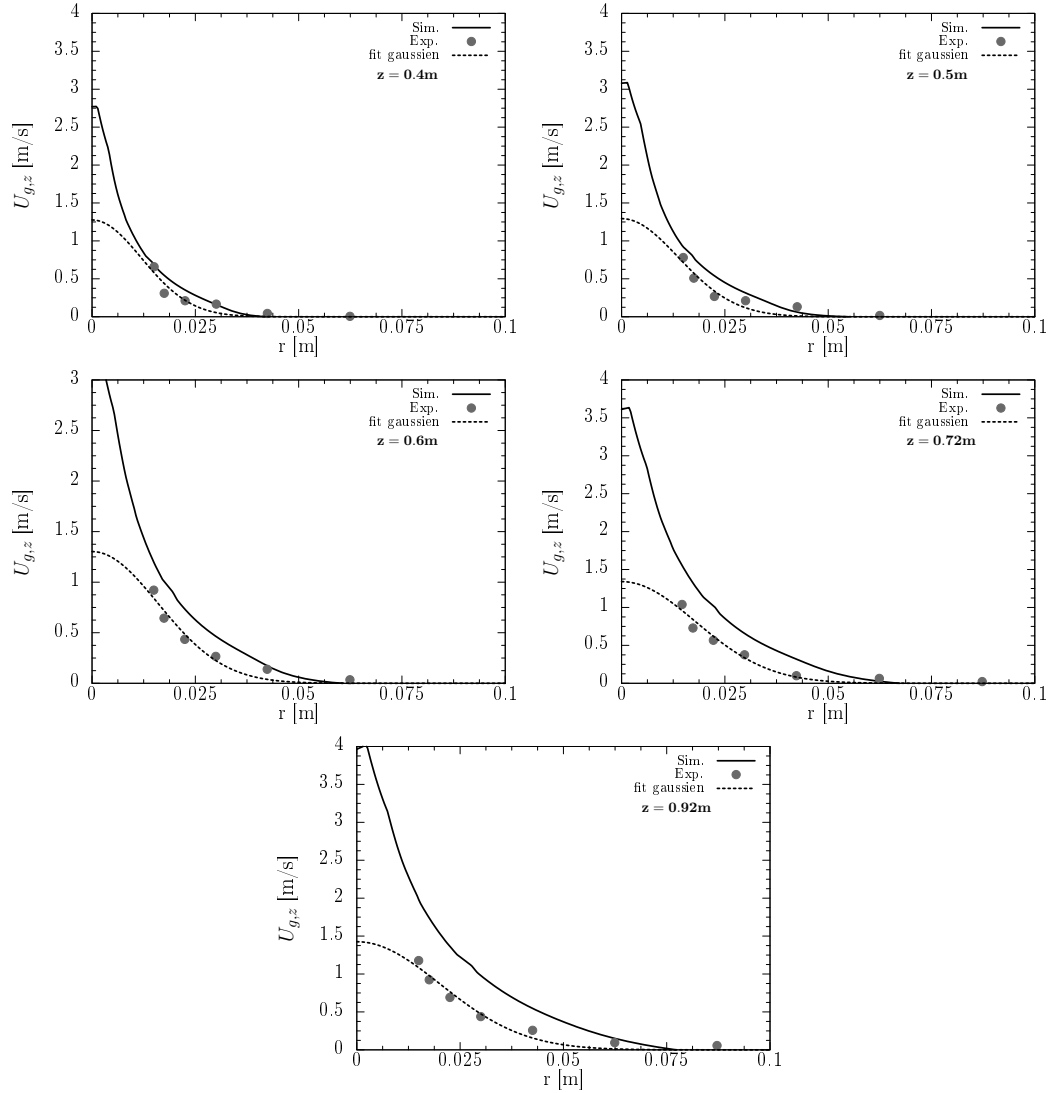


FIGURE 6.31 – Profils radiaux de la vitesse moyenne du gaz à différentes hauteurs,  $z = \{0,4; 0,5; 0,6; 0,72 \text{ et } 0,92\}$  m, pour le corvic de vinyle et un  $D = 13,2$  mm. Les points expérimentaux sont issus du débit d'air induit, la distribution gaussienne est celle donnée par Liu et al. [66] à savoir pour les différentes hauteurs.

## 6.4 Conclusion

Dans les simulations numériques sur l'expérience d'Ansart et al. [5], le couplage du silo avec la chambre a été mis en évidence dans la simulation numérique. De faibles fluctuations du débit d'air du gaz à l'injecteur provoquent la dispersion latérale du jet. Il a été montré qu'il est important de reproduire de manière détaillée la géométrie de l'expérience. Avec la dispersion, les vitesses moyennes verticales de particules sont freinées par le gaz interstitiel rentrant dans le cœur du jet. En revanche cette expansion est trop faible comparée aux résultats expérimentaux. Ce

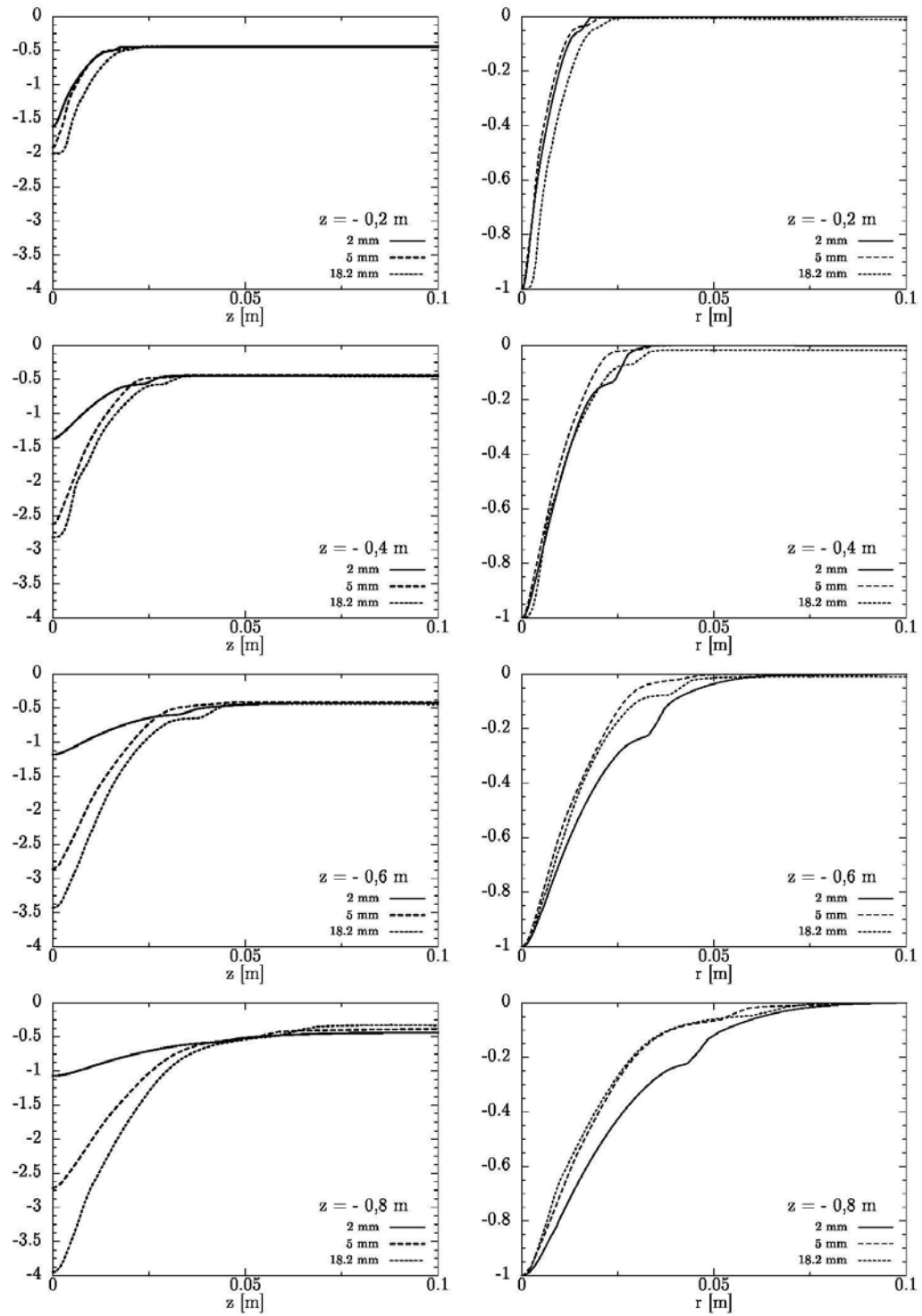


FIGURE 6.32 – À gauche profils radiaux de  $U_{p,z}$  et à droite profils radiaux normalisés entre 0 et 1 de  $U_{p,z}$  à différentes hauteurs 0,2 ; 0,4 ; 0,6 et 0,8 m, pour les particules de corvic de vinyle.

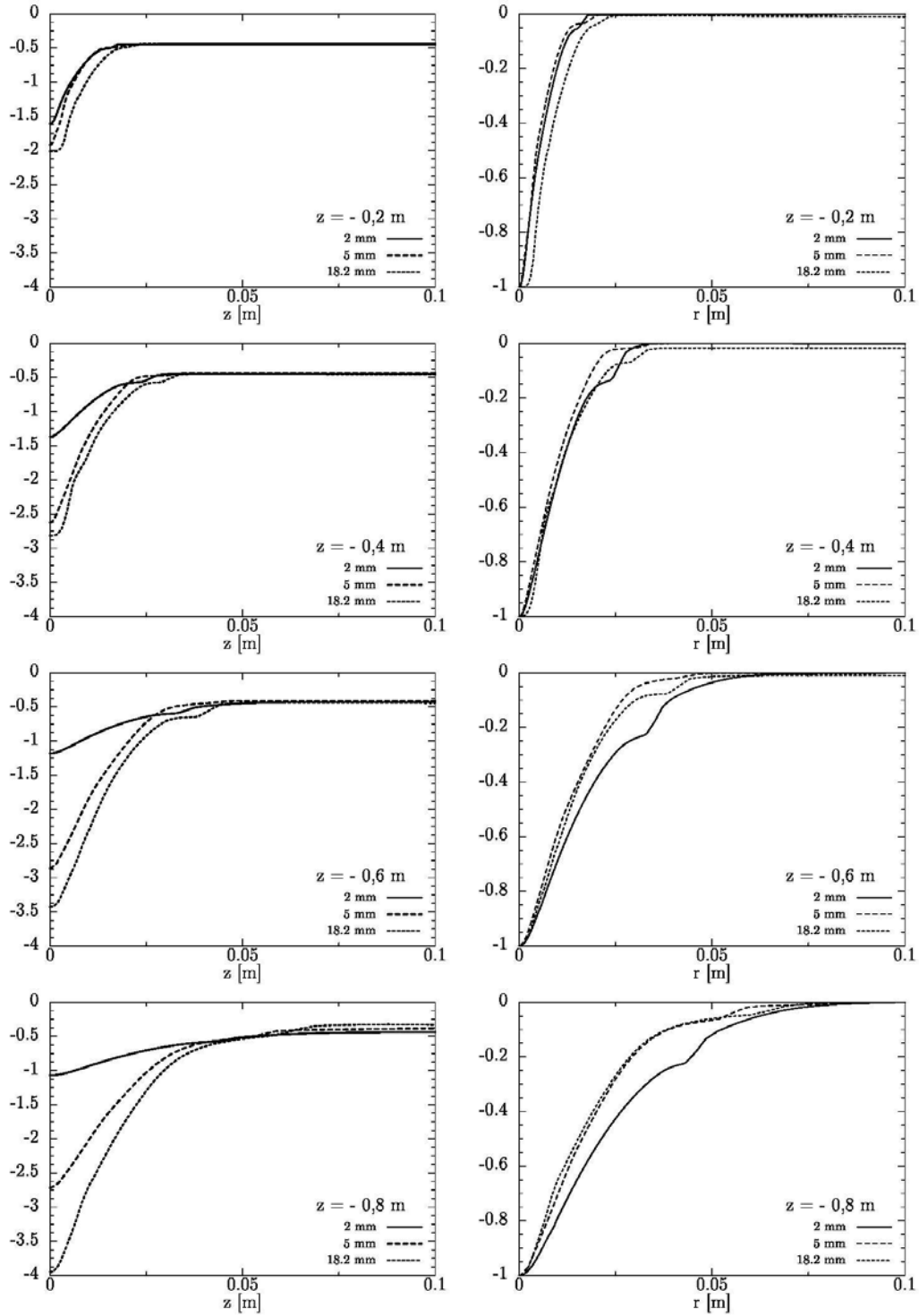


FIGURE 6.33 – A gauche profils radiaux de  $U_{p,z}$  et à droite profils radiaux normalisés entre 0 et 1 de  $U_{p,z}$  à différentes hauteurs 0,2;0,4;0,6 et 0,8 m, pour les particules d'aluminium.

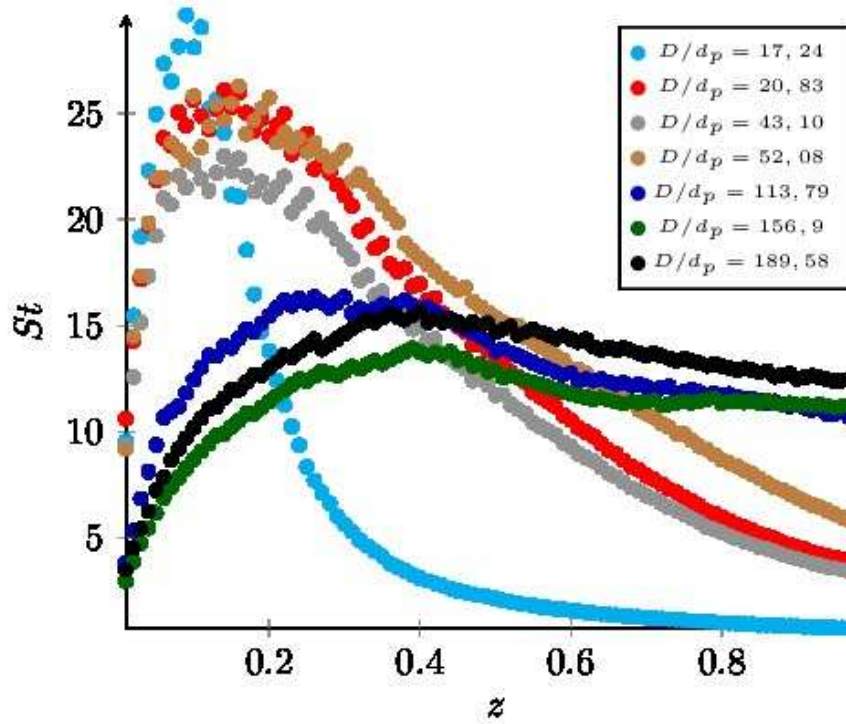


FIGURE 6.34 – Evolution du nombre de Stokes avec la hauteur de chute pour différents rapports  $D/d_p$ .

phénomène peut être dû à un manque de prise en compte des effets physiques. En effet, l'écoulement lent au sein du silo est contrôlé par des effets frictionnels et des contacts longs entre les particules. Le modèle de viscosité frictionnelle est un modèle semi-empirique basé sur les concepts de la mécanique des sols, lorsque le milieu est au repos. Dans le cas de vidange la transition est rapide entre les différents états (quasi-statique, dense et dilué). De plus au sein du silo il y a la formation et la brisure d'arche pouvant modifier l'écoulement dans le silo. Le modèle nous permet de capturer de manière globale le débit massique des particules à la sortie du silo, mais les effets décrits ne sont pas pris en compte dans le modèle actuel.

Les différences constatées peuvent aussi être dues à la géométrie, en effet dans l'expérience Ansart et al. [5] un tube est présent au sein du silo. Le tube a pour objectif d'aider l'écoulement, il est à une hauteur de seulement quelques millimètres de la sortie du silo. Or dans les chapitres précédents, il existe une zone de chute libre au sein du silo proche de la sortie de l'orifice. La présence du tube peut alors altérer la circulation des particules dans cette zone. Le volume d'injection serait alors de manière effective moins grand que celui simulé. Des études préliminaires sur la présence du tube n'ont toutefois pas montré de grandes différences, il serait intéressant de modéliser de manière fine cette présence avec les effets d'arches et d'hystérésis par des méthodes de type Méthode aux Eléments Discrets (DEM).

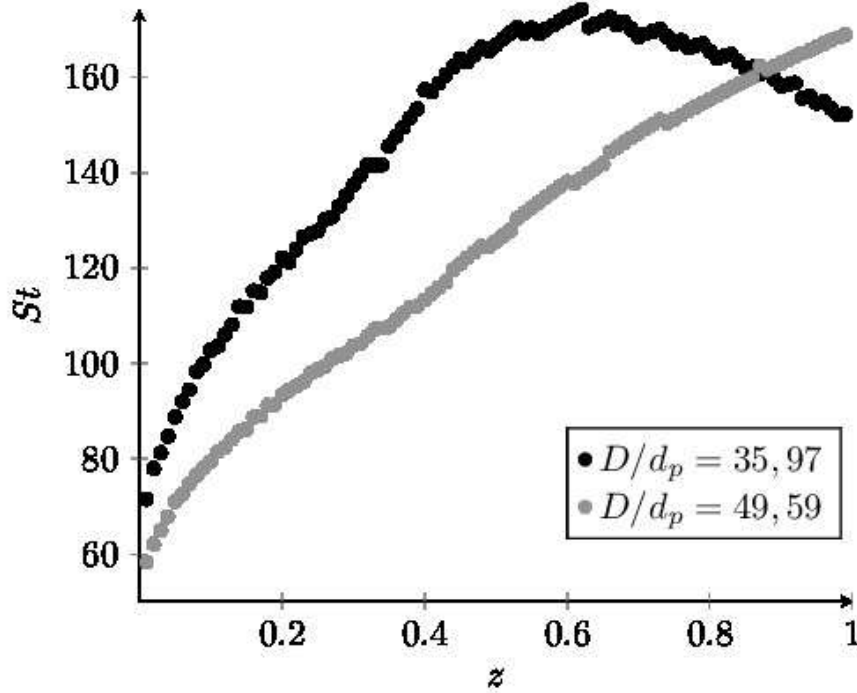


FIGURE 6.35 – Evolution du nombre de Stokes avec la hauteur de chute pour des particules de sables avec différents rapports  $D/d_p$ .

Dans la seconde partie, les simulations numériques sur la configuration de Liu et al. [66], nous ont permis de valider l'outil numérique sur d'autres types de configuration. L'influence du rapport  $D/d_p$  a été étudiée. En effet, lorsque le ratio est faible les simulations numériques capturent de manière précise les débits massiques expérimentaux, ce qui est en accord avec les résultats obtenus dans le chapitre 3. Pour des ratios élevés  $D/d_p > 100$  la simulation numérique surestime le débit massique des particules. Les simulations montrent que pour des ratios  $D/d_p < \sim 21$  il existe une diminution de la vitesse des particules ainsi que de la fraction volumique des particules au niveau de la sortie du silo. Cet effet a été obtenu expérimentalement par Prado et al. [90] lorsque le ratio est compris entre  $5 < D/d_p < 15$ . Notre configuration utilise des particules similaires à son expérience toutefois le demi-angle interne du silo est supérieur dans nos simulations ( $16,9^\circ$  dans nos simulations contre  $2,5^\circ$  dans son expérience), ce qui suggère que le rapport  $D/d_p$  ainsi que l'angle d'ouverture du silo influent sur le comportement à la sortie du silo.

Pour ces ratios faibles, nous constatons un ralentissement de la vitesse des particules similaire à celui de l'expérience de Liu et al. [66] et de son modèle. Ce ralentissement de vitesse provoque l'apparition de trois zones, relevé par plusieurs auteurs Ansart [4], Cooper and Arnold [24], Prado et al. [90]. Le long de l'axe ce ralentissement se traduit de la manière suivante :

- dans la première zone le jet tombe à la vitesse d'une particule dans le vide,



la fraction volumique décroît de façon hyperbolique, la section du cœur diminue,

- puis dans la zone 2, les particules ne suivent plus la vitesse d'une particule dans le vide, en effet la décroissance est inférieure. La fraction volumique stagne. Ces effets sont caractéristiques de la contraction du jet. Puis la vitesse des particules atteint un point d'inflexion, la chute des particules ralentit, la fraction volumique décroît de façon plus prononcée et le halo de poussière se forme.
- Lorsque la vitesse des particules atteint une zone "plateau" cela correspond à la zone 3, la fraction volumique continue de décroître, signifiant que le cœur nourrit le halo de poussière environnant. Le cœur du jet devient dilué et correspond à moins de 1% de la fraction volumique initiale.

L'augmentation du ratio  $D/d_p$  fait que le jet tombe de manière plus dense, le découpage en zones n'est alors plus valable.



## Chapitre 7

# Conclusions générales et Perspectives

### 7.1 Bilan de l'étude

Le travail de cette thèse s'inscrit dans le contexte des écoulements diphasiques. Il concerne plus particulièrement l'étude de la dispersion de poussière à travers la caractérisation de l'interaction gaz-particule dans les jets granulaires denses.

Les différentes spécificités de l'écoulement des jets granulaires ont été décrites dans le chapitre 1. Cette étude nous a permis de relever dans un premier temps l'existence de phénomènes complexes (formation de voûte, submergence, ségrégation, ...) au sein du silo, ainsi que l'existence d'une zone de chute libre. Cette zone de chute, qui trouve sa justification à travers l'existence de réseau de forces (contact intra-grain) au sein du silo, est à la base de l'étude effectuée dans le chapitre 4. Dans le chapitre 1, suite à l'évaluation du comportement au sein du silo, une revue a été effectuée sur les différents dispositifs expérimentaux de la littérature, permettant d'évaluer le jet tombant dans un milieu au repos. Il a été déterminé que le jet peut avoir trois comportements distincts (figure 7.1) :

- le jet tombe en masse, il n'y a pas de dispersion radiale,
- le jet tombe en masse sur une faible distance, puis se contracte et se disperse. Après cette dispersion le jet est composé d'un cœur dense entouré d'un halo de poussière dilué,
- le jet se disperse en panache dès la sortie de l'orifice.

L'apparition de ces comportements dépend principalement du rapport entre le diamètre d'orifice et le diamètre des particules  $D/d_p$ . La diminution de ce rapport entraîne l'ouverture du jet. Il est remarqué expérimentalement que l'apport de l'air extérieur permet au jet de s'ouvrir et ainsi de provoquer une expansion radiale du jet (Cooper and Arnold [24] Liu et al. [66] Ansart et al. [5]). Nous pouvons remarquer que d'autres sources peuvent être à l'origine de l'ouverture du jet telles que : l'agitation des particules, la turbulence du gaz ainsi qu'une instabilité transverse ou il est probable qu'une instabilité de type Rayleigh-Plateau perturbe le jet.

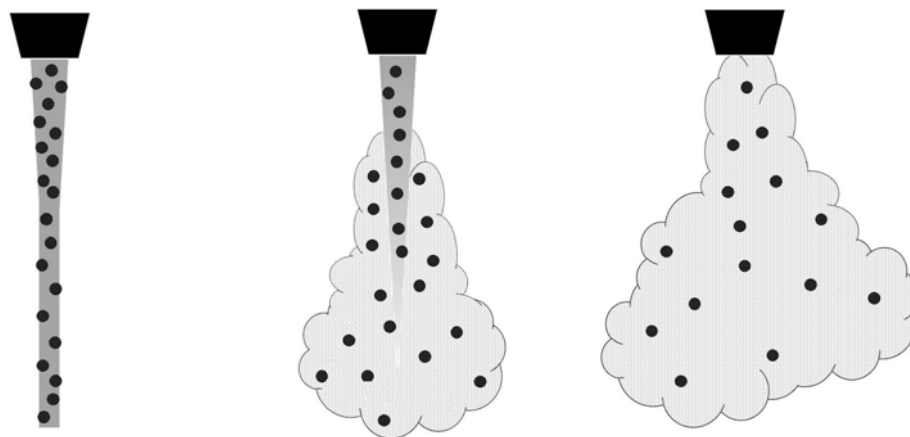


FIGURE 7.1 – Schéma représentant les effets lors de la vidange d'un silo, évolution de la décroissante du rapport  $D/d_p$  sur le comportement du jet.

Dans le chapitre 2, nous avons effectué une description de la modélisation des écoulements gaz-particule avec une méthode Euler-Euler. Suite à cette description, les études antérieures nous ont amenées à étudier le rôle de la modélisation du tenseur des contraintes frictionnelles, dont la prise en compte de ce tenseur a pour objectif d'effectuer une simulation numérique complète, c'est à dire, la prise en compte du silo avec la chambre de dispersion. Cette analyse nous amène à considérer le rôle des effets frictionnels dans l'équation de l'énergie d'agitation des particules. Un modèle de dissipation par friction de l'énergie cinétique macroscopique a été proposé et évalué. Il permet d'améliorer nettement les résultats pour des écoulements lents et rapides, dans des régimes quasi-statiques ou denses. Les principaux résultats sont :

- une meilleure prédiction de l'angle de talus lors de l'effondrement de particules et ce même pour des temps longs, cependant le tas final obtenu a la forme d'un cône et non d'un cône tronqué comme celui visualisé expérimentalement, la différence pourrait venir de l'initialisation numérique ;
- une très bonne prédiction des débits massiques de particules dans le cas de la vidange d'un silo avec différentes tailles de particules.

L'expérience d'Ansart et al. [5] et les études antérieures nous font remarquer l'importance de phénomènes physiques au sein du silo en particulier proche de la sortie du silo. Expérimentalement, il a été remarqué que des bulles d'air peuvent remonter dans le système. Cette remontée d'air perturbe le débit à l'injection. Il est alors primordial de faire attention à ce qui se passe proche de la sortie du silo. Nous avons alors fait le choix dans cette thèse d'effectuer deux études complémentaires : (i) la première a été d'effectuer une analyse de l'injection d'un jet granulaire dans la chambre de dispersion ; (ii) la deuxième a été la modélisation de l'ensemble de l'écoulement, à savoir, le silo et la chambre de dispersion. Comme analysé dans le chapitre 2, les effets frictionnels jouent un rôle important dans la vidange d'un silo. Ils sont nécessaires pour prédire la bonne quantité de solide s'écoulant dans la

chambre. L'ajout du modèle de viscosité dans l'équation de quantité de mouvement avec des paramètres standards a été suffisant pour l'ensemble des études de la décharge de poudre.

Au préalable de nos études, Belt and Simonin [12] et Zeren et al. [115] ont mené des simulations numériques 2D et 3D. Les simulations 2D écartent la possibilité que l'agitation des particules ainsi que la polydispersion soit suffisante pour déstabiliser le jet, toutefois une dispersion radiale faible est remarquée. Dans les simulations 3D, lorsque la fraction volumique est considérée équivalente à celle dans le silo, le jet tombe en masse, l'air environnant ne parvient pas à rentrer dans le jet granulaire pour provoquer l'ouverture.

Fort de ces études, et de l'analyse acquise avec la bibliographie, il nous a été nécessaire d'évaluer l'impact de la zone de chute libre présente au sein et en amont de la sortie silo relevée par Hagen [46] et Brown and Richards [17]. Cette considération permet d'évaluer la vitesse des particules. Le débit massique des particules est connu expérimentalement, il est alors aisé de remonter à la fraction volumique des particules. Ce jeu de paramètre seul n'est pas suffisant pour déstabiliser le jet, une étude de perturbation a alors été entreprise. Deux types de perturbations aléatoires sont générées : (i) une à partir d'un tirage uniforme et (ii) une par un schéma de Langevin.

La première perturbation est complètement décorrélée temporellement tandis que la deuxième est faiblement corrélée temporellement. Nous pouvons imaginer physiquement ces deux perturbations de différentes manières :

- elles peuvent représenter la formation et la brisure d'arche au sein du silo entraînant des lâchers de particules à différentes vitesses. La première perturbation estime qu'il n'y a pas de cohérence dans le lâcher et la deuxième estime que le milieu se réorganise lors du lâcher, comme un effet mémoire du milieu granulaire au sein du silo.
- Une autre manière de l'imaginer est qu'expérimentalement il y a la présence d'une petite masse qui tape périodiquement sur le silo afin de faciliter l'écoulement. Cette masse peut provoquer des brisures d'arches et modifier l'organisation du milieu granulaire. Une fréquence caractéristique de 25 Hz a été relevée sur les spectres de la perte de masse expérimentale. Toutefois expérimentalement, l'intensité de la perturbation provoquée par la masselotte n'a pas été indiquée.

Les résultats suivants ont été mis en évidence pour la perturbation aléatoire générée par un tirage uniforme :

- elle nécessite une fluctuation de vitesse importante afin d'avoir une diminution faible de la vitesse des particules et de provoquer une faible dispersion radiale,
- l'étude de différents couples vitesse/fraction volumique des particules n'a pas montré de différences notables sur le comportement du jet,

La perturbation aléatoire générée par un schéma de Langevin permet d'éviter les changements brusques de la vitesse. Deux études ont été effectuées : (i) la première sur la modulation du temps : basé sur la fréquence caractéristique de 25 Hz correspond à  $4 \tau_p$  et plusieurs temps plus faibles afin de tendre vers le comportement

de la perturbation précédente (tirage uniforme) ; (ii) la deuxième est une évaluation de la variance de la vitesse de la perturbation.

Les principaux résultats de la première étude (i) sont :

- l'écart type du débit massique des particules à la sortie est similaire pour des temps faibles et modérés. De plus, cet écart type est semblable aux perturbations aléatoires générées par un tirage uniforme alors que le comportement du jet est bien différent. En effet le jet s'élargit pour l'ensemble des résultats avec le schéma de Langevin ;
- un  $\tau$  faible est suffisant pour déstabiliser le jet, plus le temps est fort et plus le jet s'élargit ;
- la vitesse verticale moyenne des particules est correctement prédite en particulier pour un temps correspondant au temps caractéristique, toutefois pour ce cas la dispersion radiale est trop élevée ;

et celle de la deuxième étude (ii) :

- Une intensité faible est suffisante à déstabiliser le jet, plus l'intensité est forte et plus le jet s'élargit ;
- la vitesse verticale moyenne des particules est correctement prédite en particulier pour une intensité élevée ;
- Une intensité modérée ( $\langle u'^2 \rangle = 0,015 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$ , correspondant à 50% de la vitesse verticale) et un temps correspondant à la fréquence caractéristique permet de capturer l'élargissement du jet, bien que la vitesse axiale soit surestimée par rapport à celle expérimentalement ;
- une augmentation du débit volumique d'air entraîné est remarquée pour de fortes fluctuations.

En définitive, la perturbation aléatoire générée par un schéma de Langevin permet de capturer soit l'élargissement du jet soit la diminution de la vitesse verticale des particules sur l'axe.

La chapitre 6 a étudié le couplage du silo avec la chambre de dispersion. Deux configurations ont été étudiées, celle d'Ansart et al. [5] et de Liu et al. [66]. Une attention particulière a été portée à la représentation minutieuse des expériences, ainsi que sur les différentes conditions aux limites en pression. La représentation de l'ensemble de la géométrie, avec le silo, permet d'observer l'évolution du jet à travers la transition d'un état quasi-statique vers les états denses puis dilués. La première partie des résultats basés sur l'expérience d'Ansart et al. [5] compare les résultats avec ou sans la prise en compte du silo. L'étude a mis en évidence les points suivants.

- Le débit massique des particules est correctement prédit par les simulations numériques.
- Il existe un fort couplage entre le silo et la chambre à travers les débits massiques d'air et de particules.
- Les vitesses moyennes verticales de particules sont freinées par le gaz interstitiel rentrant dans le cœur du jet.
- Une expansion latérale très faibles comparée aux résultats expérimentaux.

L'expérience de Liu et al. [66] permet d'étendre la portée de nos simulations numériques sur d'autres points de fonctionnement. Ces simulations nous ont permis d'étudier l'influence du rapport du diamètre d'orifice sur le diamètre des particules,  $D/d_p$ .

- Pour  $D/d_p < 100$ , les débits massiques des particules sont semblables aux débits expérimentaux, ce qui est en accord avec les résultats obtenus dans le chapitre 3.
- Pour des ratios élevés  $D/d_p > 100$ , la simulation numérique surestime le débit massique des particules, ceci n'a pas été évalué dans le chapitre 3.
- Pour  $D/d_p < 21$  il existe une diminution de la vitesse et de la fraction volumique des particules à la sortie de l'orifice. Prado et al. [90] remarquent expérimentalement cette diminution pour un rapport  $D/d_p \sim 15$ , les particules utilisées sont similaires ce qui laisse présager que l'angle de la trémie conique a une influence.
- L'ensemble des vitesses moyennes des particules le long de l'axe est bien prédit par rapport aux expériences.
- Lorsque  $D/d_p$  est faible, le régime intermédiaire d'écoulement décrit dans la figure 7.1 est observé. Nous pouvons constater dans ce régime que le cœur devient dilué après une certaine distance de l'injecteur.
- Pour  $D/d_p$  compris entre 43 et 52, nous n'avons plus que deux zones.
- Pour  $D/d_p > 100$  le jet tombe en masse.
- L'angle d'ouverture est plus grand pour  $D/d_p$  faible et tend à être constant pour  $D/d_p$  grand. La valeur constante est proche des résultats expérimentaux.
- Le débit volumique d'air entraîné est bien prédit pour  $D/d_p$  grand. Toutefois, il est surestimé par rapport à la prédiction de Liu et al. [66] pour des  $D/d_p$  faibles.

Finalement, l'ensemble des résultats montre que la vitesse des particules le long de l'axe, le débit d'air entraîné et l'angle d'ouverture du jet sont correctement prédits sur les simulations numériques basées sur l'expérience de Liu et al. [66] et ce pour une large gamme de  $D/d_p$ . Les simulations indiquent des informations supplémentaires par rapport aux expériences, car en effet la mesure de la vitesse des particules a une forte disparité et n'est effectuée que pour  $D/d_p$  faibles, le débit d'air entraîné et l'angle d'ouverture sont évalués seulement pour des rapports  $D/d_p$  élevés.

Notre étude a permis de mettre en évidence par rapport aux expériences que lorsque  $D/d_p$  est faible l'angle d'ouverture est sans doute plus grand que celui supposé par Liu et al. [66] en extrapolant les mesures réalisées pour des rapports  $D/d_p$  élevés. Nos simulations montrent que l'angle est constant si le jet tombe en masse, l'angle dépend principalement du type de poudre utilisée. Tandis que pour un écoulement intermédiaire l'angle évolue en fonction du rapport  $D/d_p$  et du type de poudre. Suite au fait que l'angle est constant dans ces expériences, Liu et al. [66] a postulé que la constante d'entraînement serait constante et qu'elle est une propriété de la poudre. Toutefois Ansart et al. [5] et nos simulations numériques montrent que l'angle évolue et diffère lorsque l'on change le rapport  $D/d_p$ .

## 7.2 Perspectives

L'ensemble des études montre l'importance du comportement de l'écoulement à la sortie silo. Nous avons le bon débit global, mais localement des perturbations peuvent provenir de la formation et de la brisure d'arche pouvant modifier l'écoulement dans le silo. Ce raisonnement nous a conduit à considérer l'hypothèse de zone de chute libre qui peut-être remise en question. En effet, Crewdson et al. [26] montrent que le débit massique pour de fines particules peut-être piloté en partie par le gradient de pression entre la sortie du silo et a un diamètre au-dessus. Il serait alors intéressant d'étudier l'impact de ce type de considération qui nous mènera à considérer de nouveaux couples de vitesse des particules et de fraction volumique de particule. Les poudres étudiées dans les simulations numériques sur l'expérience d'Ansart et al. [5] sont des poudres concassées. Des études menées dans le groupe préconisent d'utiliser le diamètre  $d_{32}$  ( $\sim 40\mu m$ ) au lieu du diamètre  $d_{50}$  ( $\sim 60\mu m$ ) pour prendre en compte la non-sphéricité des particules et leur polydispersion.

Il est possible que les effets poly-disperse aient un impact sur la disparition de la dispersion du jet. Les modèles utilisés prennent en compte cette polydispersion au niveau de l'équation de quantité de mouvement et de l'agitation particulaire (Fotovat et al. [36]). Toutefois, des travaux récents (Simonin et al. [104]) montrent l'intérêt de prendre en compte cet effet dans la loi de trainée. Des études supplémentaires sont nécessaires et devraient constituer un axe d'amélioration des simulations numériques d'écoulement gaz-particules.

Des travaux effectués au sein de l'IMFT sur la modélisation d'un lit fluidisé dense avec de fines particules peuvent être intéressants dans cette étude. Ces travaux montrent l'apparition de structure granulaire dans un lit fluidisé lorsqu'un maillage très raffiné est utilisé. Pour un maillage grossier, ces structures disparaissent. Parmentier et al. [83] ont développé un modèle de sous-maille pour obtenir les structures dans les simulations numériques grossières. Dans le cas du jet tombant, il est possible que le maillage ne soit pas suffisamment fin pour obtenir les structures granulaires correspondant à un jet raffiné, en particulier proche de la sortie du silo.

L'approche eulérienne n'est pas la plus adaptée pour capturer le comportement au sein du silo. Il serait intéressant de modéliser de manière fine le comportement au sein du silo par des méthodes de type Méthode aux Eléments Discrets (DEM) ou une approche Lagrangienne Capecelatro and Desjardins [19].



# Annexe A Modèle mathématique

## Contents

---

<b>A.1</b>	<b>Equations de transport pour les fractions volumiques . . .</b>	<b>140</b>
<b>A.2</b>	<b>Equation de transport de quantité de mouvement . . . . .</b>	<b>140</b>
A.2.1	Transfert gaz $\leftrightarrow$ particules . . . . .	141
A.2.2	Transfert particules $\leftrightarrow$ particules . . . . .	143
<b>A.3</b>	<b>Modèle <math>k - \varepsilon</math> adapté aux écoulements gaz-particules poly-</b>	
	<b>dispersés . . . . .</b>	<b>145</b>
A.3.1	Equation de transport de l'agitation du gaz $k = 1/2 \langle u'_{f,i} u'_{f,i} \rangle$	145
A.3.2	Equation de transport de la dissipation $\varepsilon$ . . . . .	146
<b>A.4</b>	<b>Modèle <math>q_p^2 - q_{fp}</math> . . . . .</b>	<b>146</b>
A.4.1	Equation sur l'agitation des particules $q_p^2 = 1/2 \langle u'_{p,i} u'_{p,i} \rangle_p$ . .	146
A.4.2	Equation sur la covariance gaz-particules $q_{fp} = \langle u'_{f,i} u'_{p,i} \rangle$ . .	149

---



---

## Résumé

Cette annexe est dédiée au modèle théorique développé au sein de l'IMFT (Boëlle et al. [15] Balzer et al. [8] Simonin [102]) Batrak et al. [9] Gourdel et al. [44]).

Dans la suite lorsque  $k = f$  nous faisons référence à la phase gazeuse et  $k = p$  ou  $q$  à la phase particulaire.

Nous utilisons également les notations suivantes :

$$\sum_{k=f,p} \text{ ou } \sum_{k'=f,p}$$

pour des sommations sur la phase gazeuse **et** les phases particulières.

Les notations

$$\sum_p \text{ ou } \sum_q$$

sont réservés aux sommations sur les phases particulières **uniquement**. Enfin,

$$\sum_{p \neq q}$$

indique une sommation sur toutes les **autres** phases particulières (i.e. qui sont différentes de  $p$ ).

## A.1 Equations de transport pour les fractions volumiques

L'équation de transport de la fraction volumique s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_k \rho_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \alpha_k \rho_k U_{k,j} = 0 \quad (\text{H.1})$$

où  $\alpha_k$  est la fraction volumique de la phase  $k$ ,  $\rho_k$  sa masse volumique et  $U_{k,i}$  la  $i^{\text{ème}}$  composante de la vitesse moyenne. Dans l'équation (H.1) le membre de droite est égal à zéro car les transferts de masse ne sont pas pris en compte (pas d'évaporation par exemple).

Il doit être noté que  $\alpha_k \rho_k$  ( $k=p,q$ ) représente  $n_k m_k$ , où  $n_k$  représente la densité en nombre des particules  $k$  centrées et  $m_k$  est la masse de la particule  $k$ . L'écriture de  $\alpha_p = \frac{n_p m_p}{\rho_p}$  est une approximation locale de la fraction volumique de la phase dispersée  $k$ . Par conséquent, la somme de la fraction volumique du gaz et des particules doit satisfaire  $\alpha_p + \alpha_f = 1$ .

## A.2 Equation de transport de quantité de mouvement

L'équation de transport de la  $i^{\text{ème}}$  composante de la quantité de mouvement de la phase  $k$  s'écrit

$$\begin{aligned} \alpha_k \rho_k \left[ \frac{\partial U_{k,i}}{\partial t} + U_{k,j} \frac{\partial U_{k,i}}{\partial x_j} \right] = & - \alpha_k \frac{\partial P_f}{\partial x_i} + \alpha_k \rho_k g_i \\ & + \sum_{k'=f,p} I_{k' \rightarrow k,i} - \frac{\partial \Sigma_{k,ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (\text{H.2})$$

Dans l'équation (H.2),  $P_f$  la pression moyenne du gaz,  $g_i$  la  $i^{\text{ème}}$  composante de la gravité. Le troisième terme de droite est le transfert de quantité de mouvement. Ce transfert tient compte de deux mécanismes : le frottement du fluide sur les particules (transfert gaz  $\leftrightarrow$  particules) et les échanges de quantité de mouvement par collisions (transfert particules  $\leftrightarrow$  particules Gourdel et al. [45]). Ce dernier mécanisme n'est présent que lorsque la phase particulière est polydisperse. Le tenseur effectif des contraintes  $\Sigma_{k,ij}$  possède deux contributions

$$\Sigma_{k,ij} = \alpha_k \rho_k \langle u'_{k,i} u'_{k,j} \rangle + \Theta_{k,ij}$$

où  $u'_{k,i}$  est la fluctuation de vitesse,  $\langle u'_{k,i} u'_{k,j} \rangle$  sont les contraintes cinétiques et  $\Theta_{k,ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses pour le gaz et les contraintes collisionnelles et frictionnelles pour une phase particulaire.

### A.2.1 Transfert gaz $\leftrightarrow$ particules

Le terme de transfert de quantité de mouvement entre le gaz et une phase particulaire  $p$  s'écrit :

$$I_{f \rightarrow p,i} = -\frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_{fp}^F} V_{r,i} \quad \text{avec} \quad I_{p \rightarrow f,i} = -I_{f \rightarrow p,i} \quad (\text{H.3})$$

La vitesse relative moyenne est donnée par

$$V_{r,i} = U_{p,i} - U_{f,i} - V_{d,i}$$

où la vitesse de dérive  $V_{d,i}$  est modélisée avec

$$V_{d,i} = -D_{fp,ij} \left[ \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial x_j} - \frac{1}{\alpha_f} \frac{\partial \alpha_f}{\partial x_j} \right] \quad \text{et} \quad D_{fp,ij} = \frac{1}{3} \tau_{fp}^t q_{fp} \delta_{ij} \quad (\text{H.4})$$

où  $\tau_{fp}^t$  est le temps caractéristique de la turbulence vue par les particules (incluant les phénomènes de croisement de trajectoires) et  $q_{fp} = \langle u'_{f,i} u'_{p,i} \rangle$  est la covariance gaz-particules.

### Modélisation de la traînée

En supposant que la masse volumique des particules est grande devant celle du gaz, le temps de relaxation s'écrit :

$$\frac{1}{\tau_{fp}^F} = \frac{3}{4} \frac{\rho_f}{\rho_p} \frac{\langle |\mathbf{v}_r| \rangle}{d_p} C_d \quad (\text{H.5})$$

où la moyenne de la norme de la vitesse relative est approchée par

$$\langle |\mathbf{v}_r| \rangle \approx \sqrt{\langle \mathbf{v}_r^2 \rangle} = \sqrt{V_{r,i} V_{r,i} + \langle v'_{r,i} v'_{r,i} \rangle}$$

La variance de vitesse relative gaz-particule s'écrit

$$\langle v'_{r,i} v'_{r,i} \rangle = 2q_p^2 + 2k - 2q_{fp}$$

où  $q_p^2 = 1/2 \langle u'_{p,i} u'_{p,i} \rangle$  est l'agitation des particules, et  $k = 1/2 \langle u'_{f,i} u'_{f,i} \rangle$  celle du gaz.

Dans l'équation (H.5),  $C_d$  est le coefficient de traînée. Pour les lits fluidisés Gobin et al. [43] et Simonin et al. [104] proposent de calculer le coefficient de traînée avec

$$C_d = \begin{cases} C_{d,WY} & \text{si } \alpha_p \leq 0.3 \\ \min[C_{d,WY}, C_{d,Erg}] & \text{si } \alpha_p > 0.3 \end{cases}$$

Les coefficients de traînée d'Ergun [31] et de Wen & Yu [114] sont donnés par :

$$C_{d,Erg} = 200 \frac{\alpha_p}{Re_p} + \frac{7}{3}$$

$$C_{d,WY} = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} \left(1 + 0.15 Re_p^{0.687}\right) \alpha_g^{-1.7} & Re_p < 1000 \\ 0.44 \alpha_f^{-1.7} & Re_p \geq 1000 \end{cases}$$

où le nombre de Reynolds particulaire moyen s'écrit :

$$Re_p = \alpha_f \frac{\rho_f \langle |\mathbf{v}_r| \rangle d_p}{\mu_f}. \quad (\text{H.6})$$

### Effet de croisement de trajectoire

L'effet de croisement de trajectoire correspond à la modification de la turbulence "vue" par les particules lorsqu'il y a une vitesse relative moyenne entre le gaz et les particules. Dans ce cas le temps caractéristique de la turbulence "vue",  $\tau_{fp}^t$ , est relié au temps caractéristique de la turbulence,  $\tau_f^t$ , par la relation la relation :

$$\tau_{fp}^t = \frac{\tau_f^t}{\sqrt{1 + C_\beta \xi_r^2}} \quad \text{avec} \quad \xi_r^2 = \frac{V_{r,i} V_{r,i}}{2/3k} \quad (\text{H.7})$$

La constante est fixée à  $C_\beta = 1.8$  et le temps caractéristique de la turbulence  $\tau_f^t$  est donné par le modèle de turbulence.

### Prise en compte de la non-sphéricité des particules dans la loi de traînée

Le modèle de Loth [69] est utilisé afin de prendre en compte la non-sphéricité des particules dans la loi de traînée. Le modèle possède deux paramètres  $f_{shape}$  et  $C_{shape}$ . Le Reynolds particulaire est modifié avec la relation :

$$Re_p^* = \frac{C_{shape}}{f_{shape}} Re_p$$

où  $Re_p$  est le nombre de Reynolds particulaire d'une particule sphérique (H.6). Le coefficient de traînée est alors calculé sous la forme :

$$C_d = C_{shape} \frac{24}{Re_p^*} \left(1 + 0.15 Re_p^{*0.687}\right) \alpha_f^{-1.7}.$$

Dans les simulations numériques ce coefficient de traînée est utilisé à la place de la corrélation de Wen & Yu lorsque  $Re_p^* < 1000$ . Lorsque  $f_{shape} = C_{shape} = 1$  le modèle redonne le coefficient de traînée d'une particule sphérique. En revanche,  $f_{shape} > 1$  et  $C_{shape} > 1$  donne une force de traînée supérieure pour une particule non-sphérique par rapport à une particule sphérique ayant la même vitesse relative par rapport au gaz.

### A.2.2 Transfert particules $\leftrightarrow$ particules

Le terme de transfert de quantité de mouvement par collision entre des particules  $p$  et  $q$  s'écrit (Gourdel et al. [45]) :

$$I_{q \rightarrow p, i} = -\frac{m_p m_q}{m_p + m_q} \frac{1 + e_c}{2} \frac{n_p}{\tau_{pq}^c} H_1(z) (U_{p, i} - U_{q, i}) \quad (\text{H.8})$$

où  $m_p$  et  $m_q$  sont les masses des particules  $p$  et  $q$ ,  $e_c$  le coefficient de restitution,  $\tau_{pq}^c$  le temps caractéristique des collisions  $p - q$  et  $H_1(z)$  une fonction du modèle. Le rôle de cette fonction est de traiter le basculement d'un régime de collision piloté par le glissement moyen entre les particules, vers un régime contrôlé par l'agitation relative.

#### Temps de collision

La théorie nous donne pour la fréquence de collision

$$\frac{1}{\tau_{pq}^c} = g_0 4\pi n_q d_{pq}^2 \sqrt{\frac{2}{3\pi}} q_r H_0(z)$$

où  $n_p$  et  $n_q$  sont les densités de nombre de particules (avec  $\alpha_p \rho_p = n_p m_p$ ),  $g_0$  la fonction d'encombrement,  $d_{pq} = (d_p + d_q)/2$  la distance entre les particules au moment de la collision,  $q_r$  est l'agitation relative des particules et  $H_0(z)$  est une fonction du modèle.

L'agitation relative des particules s'exprime de façon générale à partir des agitations de chaque classe de particules

$$q_r = \frac{1}{2} \left( q_p^2 + q_q^2 - 2\sqrt{q_p^2 q_q^2 \zeta_p \zeta_q} \right)$$

Les coefficients  $\zeta_p$  et  $\zeta_q$  permettent de prendre en compte l'effet de la turbulence sur la corrélation de vitesse de particules qui entrent en collision (Vermorel et al. [111]). Dans le modèle de collision corrélée les coefficients  $\zeta_p$  et  $\zeta_q$  s'écrivent

$$\zeta_p = \frac{q_{fp}^2}{4q_p^2 k} \quad , \quad \zeta_q = \frac{q_{fq}^2}{4q_q^2 k}$$

où  $k$  est l'agitation du gaz. Avec un modèle de collision de type "chaos moléculaire", l'effet de la turbulence sur les particules qui entrent en collision est négligé, et nous avons

$$\zeta_p = \zeta_q = 0$$

La fonction  $H_0(z)$  possède une forme analytique qui dépend du paramètre  $z$ , (Patino [84])

$$z = \frac{V_{pq, i} V_{pq, i}}{8/3 q_r} \quad \text{où} \quad V_{pq, i} = U_{p, i} - U_{q, i}$$

qui compare la vitesse relative moyenne à l'agitation relative moyenne. Cette fonction possède une forme analytique complexe qui peut être approchée par :

$$H_0(z) = \sqrt{1 + \frac{\pi z}{4}}$$

En utilisant cette approximation, la fréquence de collision se réécrit alors comme

$$\frac{1}{\tau_{pq}^c} = g_0 n_q \pi d_{pq}^2 g_r \quad (\text{H.9})$$

où  $g_r$  est la moyenne de la vitesse relative d'impact de particules d'espèces différentes donnée par

$$g_r = \sqrt{\frac{16}{\pi} \frac{2}{3} q_r + V_{pq,i} V_{pq,i}} \quad (\text{H.10})$$

### Fonction d'encombrement

La fonction d'encombrement  $g_0$  est calculée à partir d'une extension de forme proposée par Lun & Savage. Cette fonction tend vers l'infini lorsque  $\alpha \rightarrow \alpha_{max}$  (où  $\alpha_{max}$  est la fraction volumique maximale). Pour des raisons numériques la fonction d'encombrement est calculée différemment lorsque  $\alpha \rightarrow \alpha_{max}$ .

On définit une nouvelle fraction volumique max comme

$$\alpha_{max}^* = (1 - \Lambda) \alpha_{max}$$

où  $\Lambda$  est un coefficient proche de 0. A titre d'exemple, au moment de l'écriture de ce rapport nous avons  $\Lambda = 0.001$  dans le code. La fonction d'encombrement est alors donnée par :

$$g_0 = \left[ 1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_{max}} \right]^{-2.5\alpha_{max}} \quad \text{si} \quad \alpha_s < \alpha_{max}^* \quad (\text{H.11})$$

où  $\alpha_s = \sum_p \alpha_p$  est la fraction volumique de solide (somme sur toutes les espèces de particules).

Lorsque  $\alpha_s \geq \alpha_{max}^*$  on utilise la forme quadratique suivante

$$g_0^* = g_0(\alpha_{max}^*) + (\alpha_s - \alpha_{max}^*) \left( \frac{\partial g_0}{\partial \alpha} \right)_{\alpha_{max}^*} + \frac{(\alpha_s - \alpha_{max}^*)^2}{2} \left( \frac{\partial^2 g_0}{\partial \alpha^2} \right)_{\alpha_{max}^*}$$

Les dérivées première et seconde de cette expression se calculent analytiquement car la fonction donnée par (H.11) est simple :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial g_0}{\partial \alpha} \right)_{\alpha_{max}^*} &= 2.5 \varepsilon^{-2.5\alpha_{max}-1} \\ \left( \frac{\partial^2 g_0}{\partial \alpha^2} \right)_{\alpha_{max}^*} &= 2.5 \frac{(2.5\alpha_{max} + 1)}{\alpha_{max}} \varepsilon^{-2.5\alpha_{max}-2} \end{aligned}$$

### Fonction de transfert

La fonction  $H_1(z)$  de l'équation (H.8) est approchée par la forme suivante

$$H_1(z) = \frac{8 + 3z}{6 + 3z}$$

### A.3 Modèle $k - \varepsilon$ adapté aux écoulements gaz-particules polydisperses

#### A.3.1 Equation de transport de l'agitation du gaz $k = 1/2 \langle u'_{f,i} u'_{f,i} \rangle$

L'équation de transport de l'agitation du gaz s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha_f \rho_f \left[ \frac{\partial k}{\partial t} + U_{f,j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_f \rho_f \frac{\nu_f^t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ & - \langle u'_{f,i} u'_{f,j} \rangle \frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} \\ & - \alpha_f \rho_f \varepsilon \\ & + \sum_p \Pi_{p \rightarrow f}^k \end{aligned}$$

Le premier terme de droite est le transport par les fluctuations de vitesse du gaz. Le deuxième terme représente la production de turbulence par les gradients de vitesse moyenne du gaz. Le troisième terme est la dissipation. Quant au quatrième terme il représente l'effet des particules sur l'agitation turbulente. Notons que pour ce dernier terme on suppose que la production d'agitation par le sillage des particules est négligeable devant l'agitation turbulente à grande échelle.

#### Modélisation des contraintes de Reynolds

Rappelons que le tenseur effectif des contraintes de Reynolds s'écrit :

$$\Sigma_{f,ij} = \alpha_f \rho_f \langle u'_{f,i} u'_{f,j} \rangle + \Theta_{f,ij}$$

où la première contribution représente les contraintes turbulentes et la deuxième le tenseur de viscosité moléculaire. Les contraintes de Reynolds turbulentes sont modélisées avec l'hypothèse de Boussinesq,

$$\langle u'_{f,i} u'_{f,j} \rangle = -\nu_f^t \left[ \frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} \left[ k + \nu_f^t \frac{\partial U_{f,k}}{\partial x_k} \right] \delta_{ij}$$

où la viscosité turbulente est donnée par

$$\nu_f^t = \frac{2}{3} k \tau_f^t \left[ 1 + \sum_p C_{12} \frac{\alpha_p \rho_p}{\alpha_f \rho_f} \frac{\tau_{fp}^t}{\tau_{fp}^F} \left( 1 - \frac{q_{fp}}{2k} \right) \right]^{-1}$$

et  $C_{12} = 0.34$ . Le signe somme indique que la viscosité turbulente est modifiée par toutes les espèces de particules.

Le temps caractéristique de la turbulence est modélisé de façon classique par

$$\tau_f^t = C_\mu \frac{3}{2} \frac{k}{\varepsilon} \quad (\text{H.12})$$

où  $C_\mu = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1$  et  $\sigma_\varepsilon = 1.3$ .

### Modélisation des transferts gaz $\leftrightarrow$ particules

Le terme de couplage inverse entre le gaz et les particules  $p$  s'écrit

$$\Pi_{p \rightarrow g}^k = \frac{\alpha_p \rho_p}{\alpha_g \rho_g} \frac{1}{\tau_{fp}^F} [q_{fp} - 2k + V_{d,i} V_{r,i}] \quad (\text{H.13})$$

#### A.3.2 Equation de transport de la dissipation $\varepsilon$

L'équation de transport de la dissipation du gaz s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha_f \rho_f \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_{f,j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] = & - \alpha_f \rho_f \frac{\varepsilon}{k} \left[ C_{\varepsilon,1} \langle u'_{f,i} u'_{f,j} \rangle \frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + C_{\varepsilon,2} \varepsilon \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_f \rho_f \frac{\nu_f^t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \sum_p \Pi_{p \rightarrow f}^\varepsilon \end{aligned}$$

Le terme de couplage inverse s'écrit :

$$\Pi_{p \rightarrow f}^\varepsilon = C_{\varepsilon,3} \frac{\varepsilon}{k} \Pi_{p \rightarrow f}^k \quad (\text{H.14})$$

avec  $C_{\varepsilon,3} = 1.2$ .

### A.4 Modèle $q_p^2 - q_{fp}$

Pour chaque espèce de particules  $p$  on résout deux équations de transport, une pour l'agitation des particules et une pour la covariance gaz-particule.

#### A.4.1 Equation sur l'agitation des particules $q_p^2 = 1/2 \langle u'_{p,i} u'_{p,i} \rangle_p$

L'équation de transport de l'agitation des particules  $p$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \left[ \frac{\partial q_p^2}{\partial t} + U_{p,j} \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_p \rho_p K_p^{gr} \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] \\ & - \Sigma_{p,ij}^{gr} \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} - \frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_{fp}^F} [2q_p^2 - q_{fp}] \\ & + \sum_q \varepsilon_{pq} + \sum_q \chi_{pq} \end{aligned} \quad (\text{H.15})$$

Le premier terme représente le transport turbulent, le deuxième terme la production par les gradients de vitesse moyenne, le troisième le transfert d'agitation de la turbulence du gaz vers l'agitation des particules. Le quatrième terme est la dissipation par chocs inélastiques et le dernier contient à la fois les transferts d'agitation entre les espèces et la production par glissement moyen.



### Modélisation du tenseur effectif des contraintes particulières

Le tenseur effectif des contraintes est donné par

$$\Sigma_{p,ij} = \Sigma_{p,ij}^{gr} + \Sigma_{p,ij}^{fr} \quad (\text{H.16})$$

où le tenseur des contraintes granulaires est donné par

$$\Sigma_{p,ij}^{gr} = \left[ P_p - \lambda_p \frac{\partial U_{p,k}}{\partial x_k} \right] \delta_{ij} - \mu_p \left[ \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_{p,k}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (\text{H.17})$$

et le tenseur des contraintes frictionnels s'écrit (Fede et al. [34]),

$$\Sigma_{p,ij}^{fr} = P_p^{fr} \delta_{ij} - 2\mu_p^{fr} D_{p,ij} \quad (\text{H.18})$$

avec  $D_{p,ij}$  le tenseur des déformations,

$$D_{p,ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_i} \right] - \frac{1}{3} D_{p,kk} \delta_{ij}.$$

La viscosité particulaire possède deux contributions

$$\mu_p = \alpha_p \rho_p \left( \nu_p^{kin} + \nu_p^{col} \right)$$

La viscosité cinétique est modélisée par

$$\nu_p^{kin} = \left[ \frac{1}{3} q_{fp} \tau_{fp}^t + \frac{1}{2} \tau_{fp}^F \frac{2}{3} q_p^2 (1 + \hat{\alpha}_p g_0 \Phi_c) \right] \times \left[ 1 + \frac{\tau_{fp}^F}{2} \frac{\sigma_c}{\hat{\tau}_p^c} \right]^{-1}$$

la viscosité collisionnelle

$$\nu_p^{col} = \frac{4}{5} \hat{\alpha}_p g_0 (1 + e_c) \left[ \nu_p^{kin} + \hat{d}_p \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_p^2}{\pi}} \right]$$

et la viscosité frictionnelle

$$\nu_p^{fr} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2} P_p^{fr} \sin(\phi)}{2 \sqrt{D_p : D_p + 2/3} \frac{q_p^2}{d_p^2}} & \text{si } \alpha_p > \alpha_p^{\min} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{H.19})$$

où  $\phi$  est l'angle de friction interne, qui est une propriété intrinsèque des particules. Les coefficients du modèles sont

$$\Phi_c = \frac{2}{5} (1 + e_c) (3e_c - 1) \quad ; \quad \sigma_c = \frac{1}{5} (1 + e_c) (3 - e_c)$$

La pression granulaire est définie par

$$P_p = \alpha_p \rho_p [1 + 2\hat{\alpha}_p g_0 (1 + e_c)] \frac{2}{3} q_p^2$$

et

$$\lambda_p = \alpha_p \rho_p \frac{4}{3} \hat{\alpha}_p g_0 (1 + e_c) \hat{d}_p \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_p^2}{\pi}}$$

la pression frictionnelle s'exprime de la manière suivante,

$$P_p^{fr} = \begin{cases} Fr \frac{(\alpha_p - \alpha_p^{\min})^r}{(\alpha_p^{\max} - \alpha_p)^s} & \text{si } \alpha_p > \alpha_p^{\min} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{H.20})$$

où  $Fr$ ,  $r$ ,  $s$  sont des paramètres ajustables en fonction du type de particule, par défaut  $Fr = 0,05 Pa$ ,  $r = 2$ ,  $s = 5$  et  $\alpha_{p_{max}}^p$  est la fraction volumique en particules en situation de compacité maximale.

Le modèle polydisperse modifie, la fraction volumique effective du solide, le diamètre effectif de collision et la fréquence de collision par :

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_p &= \sum_q \alpha_q \frac{2m_q}{m_p + m_q} \left[ \frac{d_{pq}}{d_q} \right]^3 \\ \hat{d}_p &= \frac{1}{\hat{\alpha}_p} \sum_q \alpha_q \frac{d_{pq}^4}{d_q^3} \frac{2m_q}{m_p + m_q} \\ d_{pq} &= \frac{d_p + d_q}{2} \\ \frac{1}{\hat{\tau}_p^c} &= \sum_q \frac{2m_q}{m_p + m_q} \frac{1}{\tau_{pq}^c} \end{aligned}$$

### Coefficients de diffusivité

Le coefficient de diffusivité cinétique de la phase particulaire  $p$  s'écrit

$$K_p^{kin} = \left[ \frac{1}{3} q_{fp} \tau_{fp}^t + \frac{2}{3} q_p^2 \frac{5}{9} \tau_{fp}^F (1 + \hat{\alpha}_p g_0 \phi_c) \right] \times \left[ 1 + \frac{5}{9} \tau_{fp}^F \frac{\xi_c}{\hat{\tau}_p^c} \right]^{-1}$$

avec

$$\phi_c = \frac{3}{5} (1 + e_c)^2 (2e_c - 1) \quad ; \quad \xi_c = \frac{(1 + e_c)(49 - 33e_c)}{100}$$

La diffusivité collisionnelle s'écrit

$$K_p^{col} = \hat{\alpha}_p g_0 (1 + e_c) \left[ \frac{6}{5} K_p^{kin} + \frac{4}{3} \hat{d}_p \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_p^2}{\pi}} \right]$$

### Dissipation par collisions inélastiques

Le terme de dissipation par chocs inélastiques s'écrit :

$$\varepsilon_{pq} = -m_p \left( \frac{2m_q}{m_p + m_q} \right)^2 \frac{1 - e_c^2}{4} \frac{n_p}{\tau_{pq}^c} \frac{2}{3} (q_p^2 + q_q^2)$$

### Production et échange d'agitation particules $\leftrightarrow$ Particules

Ces deux mécanismes sont pris en compte dans le terme :

$$\chi_{pq} = \frac{m_p m_q}{m_p + m_q} \frac{1 + e_c}{2} \frac{n_p}{\tau_{pq}^c} \left[ \frac{m_q}{m_p + m_q} \frac{1 + e_c}{2} (U_{p,i} - U_{q,i})^2 H_1(z) - \frac{8}{3} \frac{m_p q_p^2 - m_q q_q^2}{m_p + m_q} \right]$$

La première partie représente la production d'agitation par glissement moyen entre les espèces de particules et le deuxième terme à l'échange d'agitation par collision.

#### A.4.2 Equation sur la covariance gaz-particules $q_{fp} = \langle u'_{f,i} u'_{p,i} \rangle$

L'équation de transport de la covariance gaz-particule s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \left[ \frac{\partial q_{fp}}{\partial t} + U_{p,j} \frac{\partial q_{fp}}{\partial x_j} \right] = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_p \rho_p \frac{\nu_{fp}^t}{\sigma_k} \frac{\partial q_{fp}}{\partial x_j} \right] \\ & - \alpha_p \rho_p \langle u'_{f,i} u'_{p,j} \rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} - \alpha_p \rho_p \langle u'_{f,j} u'_{p,i} \rangle_p \frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} \\ & + \Pi_{q_{fp}} - \alpha_p \rho_p \varepsilon_{fp} \end{aligned} \quad (\text{H.21})$$

#### Modélisation des corrélations gaz-particules

Les corrélations gaz-particules sont modélisées avec l'hypothèse de Boussinesq,

$$\langle u'_{f,i} u'_{p,j} \rangle_p = -\nu_{fp}^t \left[ \frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_i} \right] + \frac{1}{3} \left[ q_{fp} + \nu_{fp}^t \frac{\partial U_{f,k}}{\partial x_k} + \nu_{fp}^t \frac{\partial U_{p,k}}{\partial x_k} \right] \delta_{ij}$$

où la viscosité turbulente,  $\nu_{fp}^t$ , est donnée par

$$\nu_{fp}^t = \frac{1}{3} q_{fp} \tau_{fp}^t$$

Dans l'équation (H.21), le terme de destruction de la covariance par le frottement avec le fluide est modélisé par

$$\varepsilon_{fp} = \frac{q_{fp}}{\tau_{fp}^t}$$

#### Modélisation du couplage inverse dans l'équation de $q_{fp}$

Le terme de couplage inverse est calculé avec

$$\Pi_{q_{fp}} = -\frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_{fp}^F} \left[ \left( 1 + \frac{\alpha_p \rho_p}{\alpha_f \rho_f} \right) q_{fp} - 2k - 2 \frac{\alpha_p \rho_p}{\alpha_f \rho_f} q_p^2 \right]$$



# Annexe B : Drag force modelling in dilute to dense particle-laden flows with mono-disperse or binary mixture of solid particles

L'annexe B est une publication effectuée au sein de l'ICMF-2016-9th International Conference on Multiphase Flow, 2016 sur les modèles de force de traînée mono-disperse et bi-disperse.

La modélisation du transfert de la quantité de mouvement fluide-particule est un problème fondamental soulevé dans les simulations de lit fluidisé gaz-particule. Dans la littérature, il existe de nombreuses corrélations empiriques pour la prédiction de la force de traînée, mais elles ne sont en général pas satisfaisantes pour toutes les différentes conditions d'écoulement : régime dilué et dense, valeurs de nombre de Reynolds de particules faibles et élevées, mélange de poudre mono- ou poly-disperse. Jusqu'à présent, dans les écoulements denses de particules, la validation de ces corrélations n'a été effectuée que par comparaison avec des expériences en utilisant des mesures de la perte de charge moyenne, de la fluidisation ou de la vitesse de sédimentation ainsi que des solutions analytiques dans certains cas limites (Écoulement de Stokes). De nos jours, le développement de technique numérique de particules résolues, comme la Méthode Lattice Boltzmann (LBM), permet d'effectuer la Simulation Numérique Directe (DNS) de l'écoulement à travers un réseau fixe de particules denses et diluées. De telles simulations permettent de calculer directement les forces agissant sur les particules qui permettent alors de valider ou développer de nouvelle corrélation de force de traînée. Dans l'article présentées à l'ICMF 2016, nous avons montré qu'une corrélation de traînée simple proposée par Gobin et al. (2003) [43], et déjà largement utilisée pour la simulation numérique de lit fluidisé circulant et dense, est en très bon accord avec les résultats de Tenneti et al. (2011) [108] ainsi qu'avec l'approche DNS body-fitted menée par Massol (2004) Massol [73]. Une extension de cette corrélation est également proposée dans le cadre d'écoulement poly-disperse basé sur les résultats LBM de Beetstra et al. (2007) [10].

**Mots-clés :** Loi de traînée ; Lit fluidisée dense ; Ecoulement gaz-particule ; Polydisperse.

# Drag force modelling in dilute to dense particle-laden flows with mono-disperse or binary mixture of solid particles

Olivier Simonin, Solène Chevrier, François Audard, Pascal Fede

*Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), Université de Toulouse, CNRS, INPT, UPS, Toulouse FRANCE*

## Abstract

Fluid-particle momentum transfer modelling is a key issue for the simulation of gas-solid fluidized beds. In the literature, many empirical correlations can be found for the prediction of the drag force but these correlations are generally not satisfactory for all the flow conditions found in fluidized bed: dilute and dense regime, low and high particle Reynolds number values, mono- or poly-disperse solid mixture. Up to now, in dense particulate flows, the validation of such correlations were performed only by comparison with experiments using mean pressure drop, fluidization or settling velocity measurements and analytical solutions in some limit cases (Stokes flow). Nowadays, the development of particle resolved numerical techniques, like Lattice Boltzmann Method (LBM), allows to perform Direct Numerical Simulation (DNS) of the flow across dilute and dense particle arrays. Such simulations allow to compute directly the forces acting on the particles which may be used to validate or develop drag force correlations. In the present paper, we show that the simple drag correlation proposed by Gobin et al. (2003) [6], and already used extensively for circulating and dense fluidized bed simulation, is in very good agreement with the particle-resolved immersed boundary-method results of Tenneti et al. (2011)[15] and with the body-fitted DNS results of Massol [10]. An extension of the correlation is also proposed for poly-disperse mixture based on the LBM results of Beetstra et al. (2007)[1].

**Keywords:** Drag law, Dense fluidized bed, Gas-particles flows, Polydisperse

## 1. Introduction

Multiphase flow reactors are commonly used in many industrial processes such as chemical polymerization reactors or fluid catalytic cracking unit. Due to computational limitations, the effective modelling approach used for industrial scale reactor simulations is usually considering the fluid and particle phases as continuous and interacting media governed by locally averaged equations (Euler-Euler approach). For applications with a limited number of particles, or using the Monte-Carlo method, it is also possible to track the positions and the velocities of discrete particles by coupling with a continuous averaging approach for the fluid (Eulerian-Lagrangian approach). In those approaches, constitutive relations are used to take into account unknown terms appearing from the averaging, fluid-particle drag, lift, history, added-mass force. For gas-solid flows, the fluid-particle drag force has a dominant influence on the hydrodynamic behaviour of the flow and the simulation accuracy is strongly dependant on the fluid-particle drag constitutive relation. Therefore, closures for the fluid-particle drag force have been investigated since the 20<sup>th</sup> century. Empirical correlation [3, 18] are the most widely used to close the fluid-solid drag force. Theoretically some authors [7, 11] have demonstrated models in specific configuration for periodic fixed sphere, for low volume fraction and low Reynolds number. However their domains of validity are very limited and those models cannot be used to model the industrial-scale reactors. There is also a further difficulty when the polydispersion effect has to be taken into account. Recently, the development of numerical techniques, such as body-fitted CFD, fictitious domain approach, Lattice Boltzmann Method (LBM) and Immersed Boundary Method (IBM), allows to perform DNS of the flow across dilute and dense particle arrays. Such simulations lead to compute directly the forces acting on the particles which may be used to validate or develop drag force correlations.

This article focuses on a comparison between fluid-particle drag prediction for monodisperse flows and for polydisperse flows found in the literature. In monodisperse cases, an analysis

is done on models found in the literature [3, 18, 6, 1, 19] correlation and the DNS data of Ref. [8, 9, 16, 1, 12] and the body-fitted CFD data of Ref. [10]. In polydisperse cases, an analysis is done on the extension developed by Beetstra et al. and Yin et al. and an extension is proposed based on the LBM results of Beetstra et al.

## 2. Modelling of momentum transfer into gas-particle flow

Let us define  $F_{fp,i}$  the local average force exerted by the fluid on the particles of section  $p$  in polydisperse powder. In the frame of the Euler-Euler approach for gas-particle flows [14], such a force is usually written as the sum of two contributions: the drag force,  $F_{fp,i}^D$  and the buoyancy force,

$$F_{fp,i} = F_{fp,i}^D - V_p \frac{\partial P_f}{\partial x_i} \quad (1)$$

where  $\partial P_f / \partial x_i$  is the mean fluid pressure gradient, and  $V_p = \pi d_p^3 / 6$  is the volume of the particle of diameter  $d_p$ . Then, the fluid momentum transport equation writes:

$$\begin{aligned} \alpha_f \rho_f \frac{\partial U_{f,i}}{\partial t} + \alpha_f \rho_f U_{f,j} \frac{\partial U_{f,i}}{\partial x_j} = & - \alpha_f \frac{\partial P_f}{\partial x_i} \\ & + \alpha_f \frac{\partial \Sigma_{f,ij}}{\partial x_j} \\ & + \alpha_f \rho_f g_i \\ & - \sum_q n_q F_{fq,i}^D \end{aligned} \quad (2)$$

where  $\sum_q$  means that the summation is performed over all particulate diameter distribution. For steady flow through arrays of fixed particles, and without gravity, the equation becomes

$$-\alpha_f \frac{\partial P_f}{\partial x_i} - \sum_q n_q F_{fq,i}^D = 0 \quad (3)$$

Let us introducing the following quantities

$$x_p = \frac{\alpha_p}{\alpha_s} \quad \text{and} \quad y_p = \frac{d_p}{d_s}, \quad (4)$$

where  $\alpha_s$  is the whole particle volume fraction ( $\alpha_s = \sum_q \alpha_q$ ) and  $d_s$  is the Sauter's diameter given by

$$d_s = \left[ \sum_p \frac{x_p}{d_p} \right]^{-1}. \quad (5)$$

Then the total force measured in fully-resolved simulation can be related to the drag force by equating Eqn (3) & (4) as

$$F_{fp,i} = F_{fp,i}^D + \frac{\alpha_s}{\alpha_f} y_p^3 \sum_q \frac{x_q}{y_q^3} F_{fq,i}^D. \quad (6)$$

For the monodisperse case,  $x_p = 1$  and  $y_p = 1$ , the expression becomes

$$F_{fp,i} = \frac{1}{\alpha_f} F_{fp,i}^D. \quad (7)$$

In Ref. [1, 16, 12] the mean force exerted by the fluid on the particle is measured from LBM simulations allowing to derive several fluid force correlations. Finally, in the following, we will evaluate drag force correlations derived using various DNS approaches for dense suspension of monodisperse and polydisperse solid mixture.

### 3. Drag force in a fixed array of mono-sized spherical solid particles

The mean drag force in a fixed array of mono-sized solid spheres may be written,

$$F_{fp,i}^D = -\rho_f \frac{\pi d_p^2}{8} C_D |\mathbf{V}_r| V_{r,i} \quad (8)$$

with  $d_p$  the particle diameter,  $\rho_f$  the fluid density,  $\mathbf{V}_r = \mathbf{U}_p - \mathbf{U}_f$  the mean fluid-particle relative velocity and  $C_D \equiv C_D(Re_p)$  the drag coefficient. The drag coefficient depends on the particle Reynolds number  $Re_p$  that is defined by

$$Re_p = \frac{|\mathbf{V}_r| d_p}{\nu_f}. \quad (9)$$

For a single particle ( $\alpha_f = 1$ ) the drag force in the Stokes limit ( $Re_p \ll 1$ ) is written,

$$F_{fp,i}^D = -3\pi\rho_f\nu_f d_p V_{r,i}. \quad (10)$$

Then the drag coefficient  $C_D$  in the Stokes regime is given by,

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \quad (11)$$

Practical correlations of the drag coefficient may be found in the literature such as the one proposed by Schiller & Naumann [13] which is extensively used in gas-solid flow simulation.

By analogy with the form of a single particle drag force, Eqn (8), the drag force in dense particle laden flows is written as

$$F_{fp,i}^D = -\rho_f \frac{\pi d_p^2}{8} C_D^* |\mathbf{V}_r| V_{r,i} \quad (12)$$

where the drag coefficient  $C_D^* \equiv C_D^*(Re_p^*, \alpha_f)$  is a given function of the particle Reynolds number  $Re_p^*$  and of  $\alpha_f$  the fluid volume fraction.

$$Re_p^* = \frac{\alpha_f |\mathbf{V}_r| d_p}{\nu_f}. \quad (13)$$

The semi-empirical popular correlations given by Ergun [3] and Wen & Yu [18] are evaluated in this section for mono-sized particles. Ding & Gidaspow [2] proposed a correlation with a transition from the Wen & Yu to the Ergun correlations for  $\alpha_s > 0.2$ . However this correlation leads to discontinuous transition and overestimation of the drag force for  $\alpha_s > 0.2$  and for the particle Reynolds number  $> 100$  encountered in gas phase olefin polymerization reactor. This leads to Gobin & al. [6] propose a continuous transition given in Tab. 1 according to the DNS results of Massol [10]. Recently, new forms for the monodisperse drag force correlation were derived from DNS results such as the ones proposed by Beetstra et al. [1] and Tenneti et al. [15], given in Tab. [1]. Table [1] shows the different correlation proposed by the different author in the literature. For all results presented the drag force are normalized by the Stokes drag force,

$$F^D(\alpha_f, Re_p^*) = \frac{|\mathbf{F}_{fp}^D|}{3\pi\mu_f d_p |\mathbf{V}_r|} \quad (14)$$

Figure 1, shows the dimensionless drag force for low particle Reynolds number ( $Re_p^* = 1$ ) as a function of the solid volume fraction, the line represent the correlations given in Table [1] and the black symbols are the LBM numerical results from [8]. For volume fraction larger than 0.1, LBM results are found in good agreement with theoretical developments made by [7, 11], Gobin et al. correlation (ie. Wen & Yu and Ergun) leads to an underestimation of the drag force with respect to the LBM results of Hill et al.

This theoretical developments are valid for fixed bed, in cubic arrays configuration (simple, body-centered and face-centered), Hill et al. [8, 9] shown this theory are valid for random array. In contrast when the particles are not frozen, the behaviour of flow could be changed, and the drag force acting on the particle are not strictly equivalent to a fixed bed.

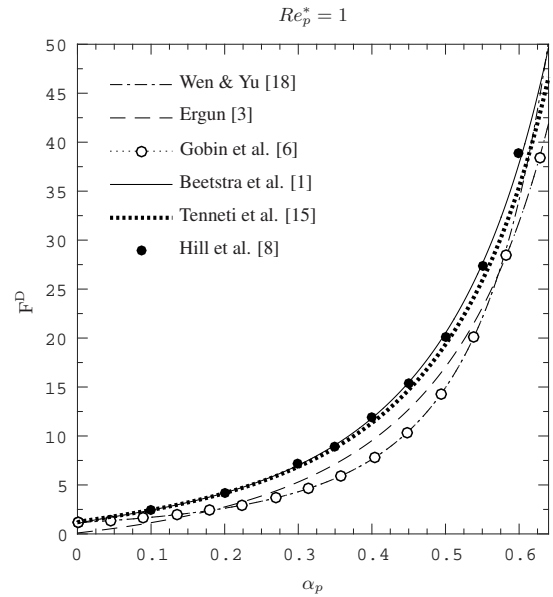


Figure 1: Comparison between the LBM and the different equations of dimensionless drag force apply in a fixed array of mono-sized spherical solid particles (see Tab. [1]) (without the pressure gradient) as a function of the particle volume fraction  $\alpha_p$  for  $Re_p^* = 1$ .

Figure 2, shows the dependence of the dimensionless drag force on the solid volume fraction for several particle Reynolds numbers  $Re_p$ , comparing the predictions of the correlation functions given Table [1] and the DNS results with a body fitted mesh by Massol [10]. Results using Tenneti et al. correlation [15] and

Table 1: Relations for the normalized drag force of a monodisperse system, as function of gas volume fraction and Reynolds number  $Re_p^* = \alpha_f |\mathbf{V}_r| d_p / \nu_f$

Author	Drag force
Ergun 1952 [3]	$F_{Erg}^D = \frac{150}{18} \frac{1 - \alpha_f}{\alpha_f^2} + \frac{7}{4} \frac{1}{18} \frac{Re_p^*}{\alpha_f^2}$
Wen and Yu 1965 [18]	$F_{WY}^D = (1 + 0.15 Re_p^{*0.687}) \alpha_f^{-3.65}$
Gobin et al. 2003 [6]	$F_{Gob}^D = \begin{cases} F_{WY}^D & \text{if } \alpha_p \leq 0.3 \\ \min(F_{WY}^D, F_{Erg}^D) & \text{otherwise} \end{cases}$
Beetstra, Van der Hoef & Kuipers 2007 [1]	$F_{BVK}^D = 10 \frac{1 - \alpha_f}{\alpha_f^2} + \alpha_f^2 (1 + 1.5 \sqrt{1 - \alpha_f}) + \frac{0.413}{\alpha_f^2} \frac{Re_p^*}{24} \left[ \frac{\alpha_f^{-1} + 3\alpha_f(1 - \alpha_f) + 8.4 Re_p^{*-0.343}}{1 + 10^{3(1 - \alpha_f)} Re_p^{*-0.5 - 2(1 - \alpha_f)}} \right]$
Tenneti et al. 2011 [15]	$F_{TGS}^D = F_{WY}^D(Re_p^*) \alpha_f^{1.65} + \alpha_f F_1(\alpha_f) + \alpha_f F_2(\alpha_f, Re_p^*)$ $F_1(\alpha_f) = \frac{5.81(1 - \alpha_f)}{\alpha_f^3} + 0.48 \frac{(1 - \alpha_f)^{1/3}}{\alpha_f^4}$ $F_2(\alpha_f, Re_p^*) = (1 - \alpha_f)^3 Re_p^* \left[ 0.95 + \frac{0.61(1 - \alpha_f)^3}{\alpha_f^2} \right]$

DNS results from Massol [10] are very closed. We can notice that Tenneti et al correlations are fitted from DNS results obtained using immersed boundary methods (IBM).

Gobin et al. [6] drag force correlation predictions, are really closed to the Massol DNS results for the whole range of particle Reynolds number and particle volume fraction shown. In particular, the proposed transition model from Wen & Yu to Ergun correlations allows to predict accurately the drag force in dense particle-laden flows for large particle Reynolds number values :  $Re_p^* \geq 100$ . Hence, to develop a correlation for polydisperse systems, a simple polydispersed correlation based Gobin et al. [6] mono-sized drag force will be presented and evaluated.

#### 4. Drag force in a fixed array of polydisperse spherical solid particles

Some authors, like Van der Hoef [16] and Yin and Sundaresan [19], developed polydisperse models using the monodisperse force applied to a mean diameter corrected by a function of the particle mixture properties. Van der Hoef et al. [16] propose the following form for the normalized by Stokes force drag force for particle type p,

$$F_{V_{BK},poly}^D = f_{poly}(\alpha_f, y_p) F_{BVK}^D(\alpha_f, Re_s^*) \quad (15)$$

with  $f_{poly}(\alpha_f, y_p)$  written as,

$$f_{poly}(\alpha_f, y_p) = \alpha_f y_p + (1 - \alpha_f) y_p^2$$

$Re_s^*$  is the Reynolds number using the Sauter's diameter, written:

$$Re_s^* = \frac{\alpha_f |\mathbf{V}_r| d_s}{\nu_f}. \quad (16)$$

Yin and Sundaresan 2009[19] propose the following form,

$$F_{YS,poly}^D = C_1 + f_{poly}(\alpha_f, y_p) F_{BVK}^D(\alpha_f, Re_s^*) \quad (17)$$

$$f_{poly}(\alpha_f, y_p) = \alpha y_p + (1 - a) y_p^2$$

$$a = 1 - 2.660(1 - \alpha_f) + 9.096(1 - \alpha_f)^2 - 11.338(1 - \alpha_f)^3$$

$$C_1 = \frac{1}{\alpha_f} + \frac{1}{\alpha_f} [a y_p + (1 - a) y_p^2]$$

The monodisperse force  $F_{BVK}^D$  corresponds to the correlation developed by Van der Hoef et al. [16],

$$F_{BVK}^D = 10 \frac{1 - \alpha_f}{\alpha_f^2} + \alpha_f^2 (1 + 1.5 \sqrt{1 - \alpha_f}) \quad (18)$$

The Gobin et al. drag force correlation was already used for Euler-Euler numerical simulation of laboratory and industrial scale gas-solid polydisperse fluidized bed [4, 5]. The corresponding dimensionless drag force takes the following form,

$$F_{Gob,poly}^D = y_p F_{Gob}^D(\alpha_f, y_p Re_s^*) \quad (19)$$

A second form more complex, accounting the separate dependence on the diameter ratio  $y_p$  and the gas volume fraction  $\alpha_f$  is proposed. The function is determined by a fitting with the LBM data using the least-squares methods,

$$F_{2,Gob,poly}^D = f_{poly}(\alpha_f, y_p) F_{Gob}^D(\alpha_f, y_p Re_s^*) \quad (20)$$

The function is determined by a fitting with the LBM data using the least-squares methods,

$$f_{poly} = y_p + 0.1(y_p - 1)((y_p^{1.5} - 1) + \alpha_f(1.25 - 5\alpha_f)).$$

This correlation focus only on the range [0:100] of particle Reynolds number.

Figure 3, shows the normalized polydisperse drag force divided by the normalized monodisperse drag force. These monodisperse force for each case has been calculated with the Reynolds number depending on the Sauter's diameter  $Re_s^*$ . The Figure shows the dependence of the normalized polydisperse drag force coefficient on the particle diameter ratio  $y_p$ , for given values of the Reynolds number  $Re_s^*$  and of the gas volume fraction  $\alpha_f$ . The different line corresponds to the correlations by the Eqn (15), (17), (19) & (20). The point represents the LBM numerical data given by these different authors [1, 12].  $F_{Gob,poly}^D$



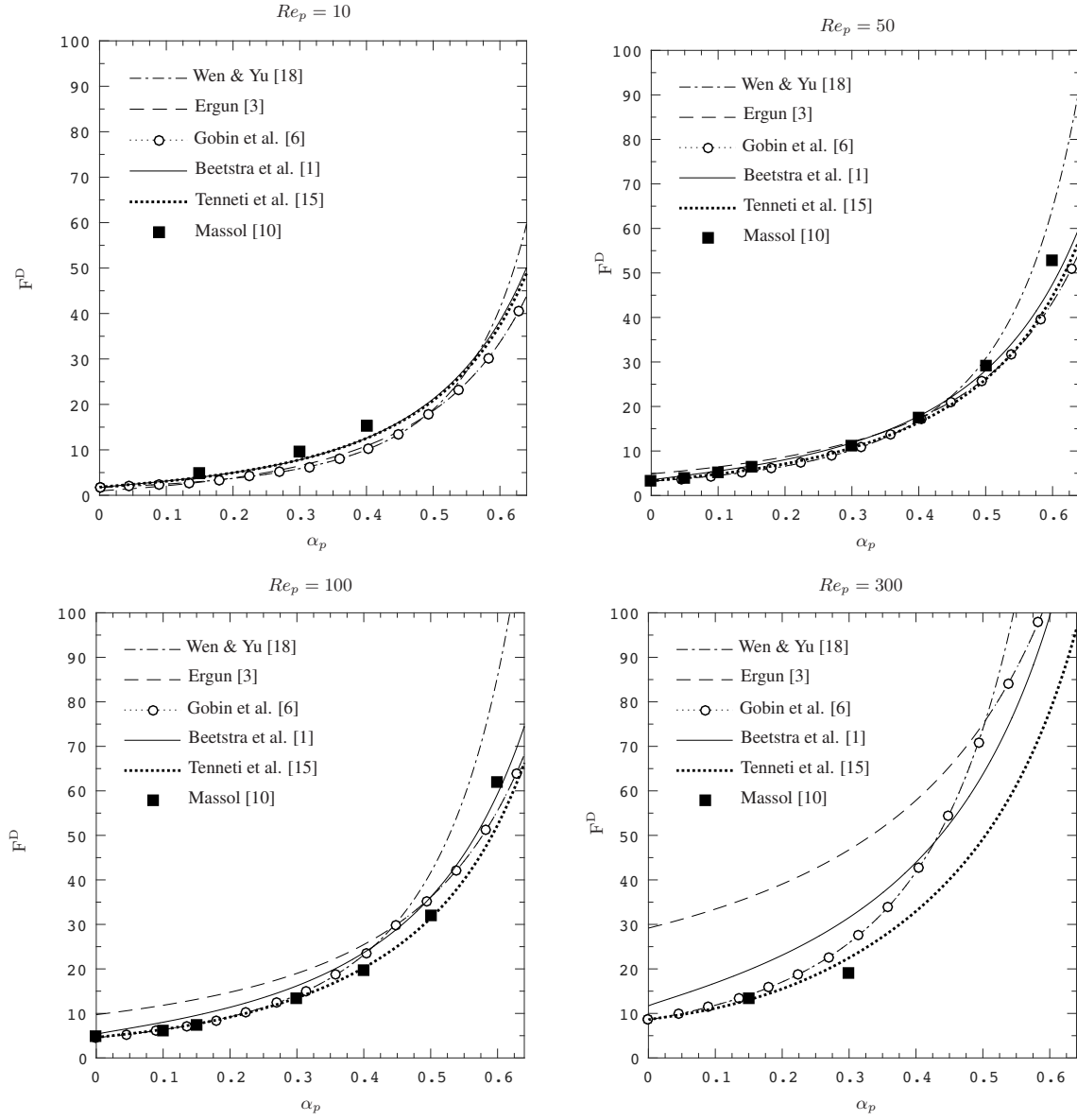


Figure 2: Comparison between the DNS and the different equations of dimensionless drag force (see Tab. [1]) (without the pressure gradient) as a function of the gas volume fraction  $\alpha_f$  for different Reynolds number  $Re_p$  apply in a fixed array of mono-sized spherical solid particles.

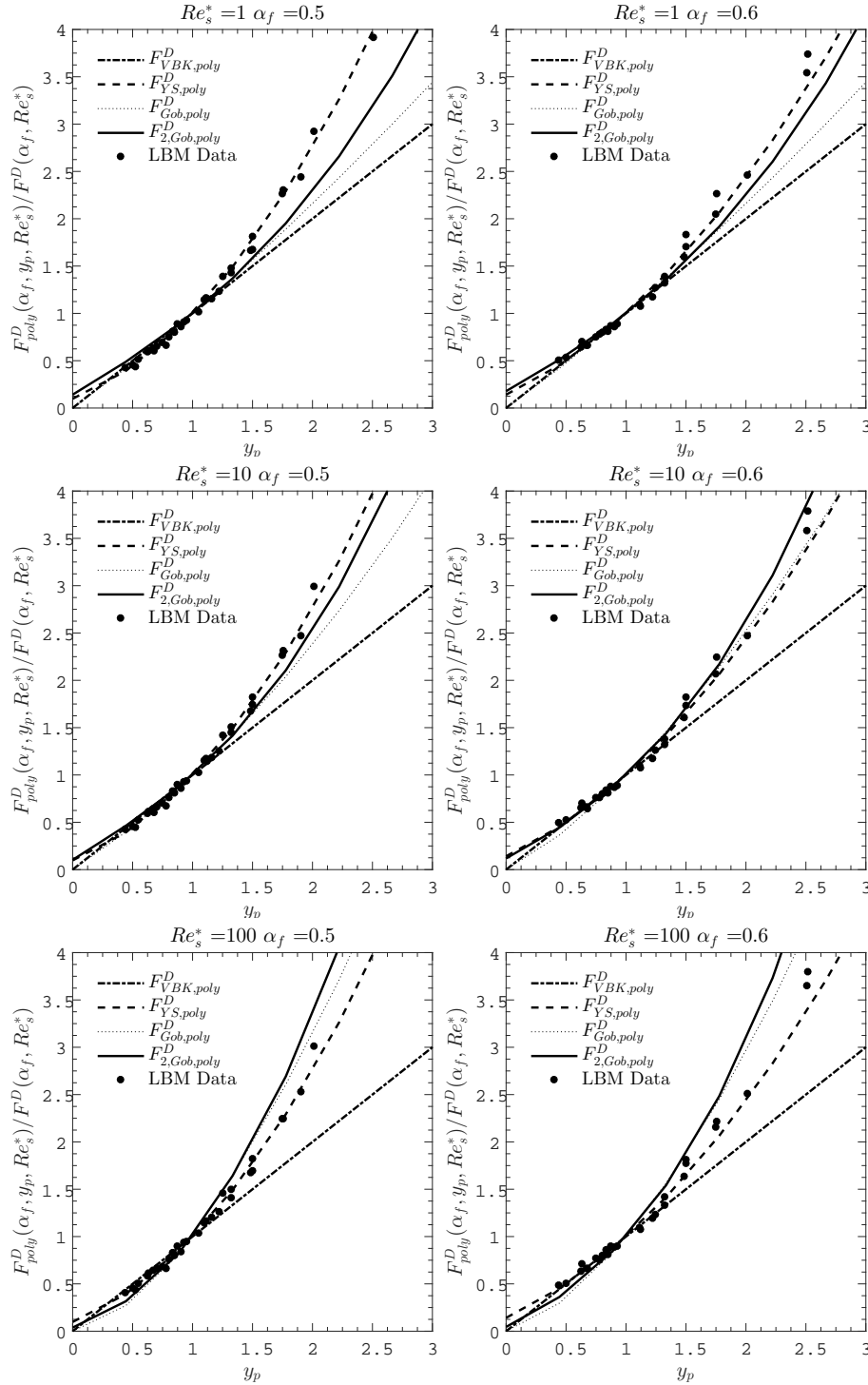


Figure 3: Comparison between LBM data [1] [12] and the correlations and the new correlation written in section 4. The vertical axis corresponds to the dimensionless drag force normalized by the dimensionless monodisperse drag force using the Reynolds number based on mean Sauter diameter  $Re_s^*$ ; the horizontal axis is the dimensionless particle size ratio  $y_p$ .

and  $F_{2,Gob,poly}^D$  represent the models given in Eqn (19) and (20). All correlation are equal to the monodisperse drag force when the diameter is equal to the Sauter's diameter,  $y_p = 1$ . For low  $Re_s^* = 1$ , The simple Gobin et al. correlation corresponding to  $F_{Gob,poly}^D$ , shows a good agreement with the LBM data. In con-

trast, the results for higher  $Re_s^*$  shows an underestimation by this simple model.

## 5. Conclusion

The drag force correlations developed from DNS results using Lattice Boltzmann Method (LBM) [1] and semi-empirical functions found in the literature (Ergun [3], Wen & Yu et al. [18], Gobin et al. [6], were compared for monodisperse flows. The correlation of Gobin et al. [6] provides satisfactory predictions and maximum discrepancies are measured for low Reynolds number values. For polydisperse flows several correlations may be found in the literature to take into account the dependence on the particle diameter ratio, the particle Reynolds number and the solid volume fraction, like the ones of Van der Hoef [16] and of Yin and Sundaresan [19]. The different authors proposed for polydisperse drag force to multiply the monodisperse drag force calculated with the Sauter mean diameter by a function depending on particle size ratio  $y_p$  and gas volume fraction. The results provided by a polydisperse application of the Gobin et al. [6] correlation tend to slightly underestimated the drag force compared to the LBM results of Beetstra [1] and to the others correlation developed for polydisperse flows [16, 19] for low Reynolds  $Re_s^* \leq 10$ . An overestimation of the drag force is observed for large Reynolds number value  $Re_s^* = 100$ . LBM data represent frozen particle suspension in a steady gas flow, but the gas-solid suspensions are usually unstable. The particle-particle relative motion and particle-turbulence interactions should modify the drag force correlation modelling. So, additional numerical studies using unsteady particle resolved simulation allowing separate particle motion [17] are needed to improve the drag force modelling accuracy in fluidized beds.

## References

- [1] R. Beetstra, M.A. Van der Hoef, and J.A.M. Kuipers. Drag force of intermediate reynolds number flow past mono- and bidisperse arrays of spheres. *AIChE Journal*, 53:489–501, 2007.
- [2] J. Ding and D. Gidaspow. A bubbling fluidization model using kinetic theory of granular flow. *AIChE Journal*, 36(4):523–538, 1990.
- [3] S. Ergun. Fluid flow through packed columns. *Chemical Engineering Progress*, 48:89–94, 1952.
- [4] P. Fede, O. Simonin, and I. Ghouila. 3d numerical simulation of polydisperse pressurized gas-solid fluidized bed. In *ASME-JSME-KSME 2011 Joint Fluids Engineering Conference*, pages 3199–3210. American Society of Mechanical Engineers, 2011.
- [5] F. Fotovat, R. Ansart, M. Hemati, O. Simonin, and J. Chaouki. Sand-assisted fluidization of large cylindrical and spherical biomass particles: Experiments and simulation. *Chemical Engineering Science*, 126:543–559, 2015.
- [6] A. Gobin, H. Neau, O. Simonin, J. R. Llinas, V. Reiling, and J. L. Sélo. Fluid dynamic numerical simulation of a gas phase polymerisation reactor. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 43:1199–1220, 2003.
- [7] H. Hasimoto. On the periodic fundamental solutions of the stokes equations and their application to viscous flow past a cubic array of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 5(02):317–328, 1959.
- [8] R.J. Hill, D.L. Koch, and A. J.C. Ladd. The first effects of fluid inertia on flows in ordered and random arrays of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 448:213–241, 2001.
- [9] R.J. Hill, D.L. Koch, and A.J.C. Ladd. Moderate-reynolds-number flows in ordered and random arrays of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 448:243–278, 2001.
- [10] A. Massol. *Simulations numériques d'écoulements à travers des réseaux fixes de sphères monodisperses et bidisperses, pour des nombres de Reynolds modérés*. PhD thesis, INPT - CERFACS, 2004.
- [11] A.S. Sangani and A. Acrivos. Slow flow through a periodic array of spheres. *International Journal of Multiphase Flow*, 8(4):343–360, 1982.
- [12] S. Sarkar, M.A. Van der Hoef, and J.A.M. Kuipers. Fluid-particle interaction from lattice boltzmann simulations for flow through polydisperse random arrays of spheres. *Chemical Engineering Science*, 64(11):2683–2691, 2009.
- [13] L. Schiller and A. Nauman. A drag coefficient correlation. *V.D.I. Zeitung*, 77:318–320, 1935.
- [14] O. Simonin. Combustion and turbulence in two-phase flows. In *Lecture Series 1996-02*. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1996.
- [15] S. Tenneti, R. Garg, and S. Subramaniam. Drag law for monodisperse gas–solid systems using particle-resolved direct numerical simulation of flow past fixed assemblies of spheres. *International journal of multiphase flow*, 37(9):1072–1092, 2011.
- [16] M.A. Van der Hoef, R. Beetstra, , and J.A.M. Kuipers. Lattice-boltzmann simulations of low-reynolds-number flow past mono- and bidisperse arrays of spheres: results for the permeability and drag force. *Journal of Fluid Mechanics*, 528:233–254, 4 2005.
- [17] S. Vincent, J.C.B. De Motta, A. Sarthou, J.L. Estivalezes, O. Simonin, and E. Climent. A lagrangian vof tensorial penalty method for the dns of resolved particle-laden flows. *Journal of Computational Physics*, 256:582–614, 2014.
- [18] Y.C. Wen and Y.H. Yu. Mechanics of fluidization. *Chemical Engineering Symposium Series*, 62:100–111, 1965.
- [19] X. Yin and S. Sundaresan. Fluid-particle drag in low-reynolds-number polydisperse gas-solid suspensions. *AIChE Journal*, 55:1352–1368, 2009.



# Annexe C : Analytical and practical analysis of frictional-kinetic model for dense and dilute gas-solid flows

L'annexe C a été l'objet d'une publication au sein de l'ICMF-2016-9th International Conference on Multiphase Flow, 2016.

Dans les milieux granulaires, lorsque la fraction volumique de solide est élevée, le comportement des particules est contrôlé par les effets frictionnels. Théoriquement, ces effets ne sont pas pris en compte dans l'approche Eulérienne, basée sur la théorie cinétique des milieux granulaires, dus aux contacts longs entre les particules. Toutefois, dans la littérature plusieurs modèles empiriques ont été proposés, ils introduisent une viscosité et une pression frictionnelles. Dans le papier présenté au sein de l'ICMF-2016-9th, nous avons effectué dans un premier temps une comparaison entre les différents modèles dans le cas simple d'un cisaillement dense dans le but d'analyser le comportement individuel de chaque modèle. Dans un second temps, les modèles ont été implémentés dans un solveur Eulérien et des simulations numériques ont été effectuées sur la décharge d'un silo Benyamine et al. [13]. Les résultats montrent que pour un large diamètre, le débit massique des particules est correctement prédit, mais il est systématiquement sous-estimé lorsque le ratio entre le diamètre de l'orifice et le diamètre des particules est faible.

**Mots-clés :** Viscosité frictionnelle ; Modèle multi-fluide ; Ecoulement granulaire.

# Analytical and practical analysis of frictional-kinetic model for dense and dilute gas-solid flows

Pascal Fede<sup>1</sup>, François Audard<sup>1</sup>, Emmanuel Belut<sup>2</sup>, Jean-Raymond Fontaine<sup>2</sup>, Olivier Simonin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), Université de Toulouse, CNRS, INPT, UPS, FR-31400 Toulouse FRANCE

<sup>2</sup>INRS - Laboratoire d'Ingénierie Aéronautique, FR-54500 Vandœuvre, France

## Abstract

In granular flows, when the solid volume fraction is large, the dynamic behaviour of particles becomes controlled by frictional effects. Theoretically these effects can not be taken into account in an Eulerian approach, based on the kinetic theory of granular flows, because the inter-particle contact times are long. However, in the literature several empirical models have been proposed which introduce a frictional pressure and viscosity. In the paper, these models are first compared on a simple case of sheared dense granular flows in order to analyze the individual behavior of each model. Second, the models have been implemented in an Eulerian solver and numerical simulations have been performed of an experiment of bin discharge [3]. The results show that for large diameter, the solid mass flow rate is well predicted, while it is systematically underestimated when the ratio between the injector diameter and the diameter of particles is small.

**Keywords:** Frictional viscosity ; Multi-fluid model ; Granular flow

## 1. Introduction

Granular flows are encountered in many practical applications such as fluidized beds in chemical process (Fluid Catalytic Cracking, polypropylene production), production of electricity (circulating fluidized bed combustion, pyrolysis of biomass), powder handling (silo discharge, pneumatic conveying), or geophysical flows (sand dune motion, ripple formation, volcano eruption). In these applications the granular flows exhibit different regimes which can be sorted according to the particle volume fraction,  $\alpha_p$ . In dilute flows ( $\alpha_p < 0.01\%$ ), the particle motion is mainly controlled by the interaction with the turbulence. A kinetic regime can be defined for  $0.01\% < \alpha_p < 10\%$ . In such a regime the solid phase transport properties is due to the particle fluctuating (random or turbulent) velocity with a mixing length scale controlled by inter-particle collisions and/or fluid-particle interactions. The two-way coupling (i.e. the modification of the fluid flow by the particle) may be present if the particle mass loading is sufficiently large. Finally for  $\alpha_p > 10\%$  takes place a dense gas-particle regime with two sub-regimes:

- Rapid granular flows (short inter-particle contact time) or collisional regime: solid phase transport properties due to inter-particle exchanges by collision (negligible effect of the interstitial gas).
- Slow granular flows (long inter-particle contact time) or frictional regime: solid phase rheology due to inter-particle friction.

Basically, the numerical simulation of granular flows can be performed in a Lagrangian or an Eulerian way. However the Lagrangian approach can not be used for a practical application because of the huge number of particles that must be tracked. In contrast, an Eulerian approach is much more adapted for complex and large-scale geometries but the Eulerian approach needs closures law for inter-particle collisions and high-order terms.

Eulerian approaches are based on the kinetic theory of granular flow (KTGF) [14, 4, 19] with additional terms taking into account the effects of interstitial fluid. From a theoretical point of view, such an approach is valid for dilute regime and also dense regime but only for the sub-regime called "Rapid granular flows" because the KTGF is based on the idea that the inter-

particle collision are instantaneous. The present paper focuses on the modelling of "Slow granular flow" in the frame of Eulerian approach. In the following section several models from the literature are introduced. These models are compared on a simple case of sheared granular flows in order to understand the main differences between the models. Finally the predictions of the models are compared with experimental data for the case of a bin discharge [3].

## 2. Gas-particle mathematical model

The mathematical model is given in appendix. All details of the mathematical model can be found in [4, 19, 6]. The momentum equation of the particle phase reads

$$\alpha_p \rho_p \left[ \frac{\partial U_{p,i}}{\partial t} + U_{p,j} \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} \right] = - \alpha_p \frac{\partial P_g}{\partial x_i} + \alpha_p \rho_p g_i + I_{g \rightarrow p,i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Sigma_{p,ij}^{coll} + \Sigma_{p,ij}^{fr} \right] \quad (1)$$

where,  $\rho_p$  is particle density,  $U_{p,i}$  is the  $i^{th}$ -component of the mean velocity,  $P_g$  the mean gas pressure, and  $g_i$  is the gravity. The third term on the right-hand-side is the mean gas-particle momentum transfer.

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \left[ \frac{\partial q_p^2}{\partial t} + U_{p,j} \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] = & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_p \rho_p \left( K_p^{kin} + K_p^{col} \right) \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] \\ & - \Sigma_{p,ij}^{coll} \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} \\ & - \frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_{gp}^F} (2q_p^2 - q_{gp}) \\ & - \alpha_p \rho_p \frac{1}{3} \frac{1 - e_c^2}{\tau_c} q_p^2. \end{aligned} \quad (2)$$

The transport equations are derived by phase ensemble averaging for the continuous phase and in the frame of kinetic theory

of granular flows [14] for the dispersed phase but extended to account for interstitial fluid effects and particle-turbulence interaction [2]. The fluid-particle momentum transfers are taken into account by the model proposed by [9]. The turbulence of the gas phase is computed using the  $k - \epsilon$  model, and particle agitation is treated by the  $q_p^2 - q_{gp}^2$  model. It is assumed that the particle agitation is purely decorrelated [20]. In fact these hypotheses are legitimate due to inertia of particle. The complete description of the mathematical model can be found in [4, 9, 19]. As explained in introduction, the particulate flow regime passes from quasi-static to dilute flows. Then the frictional effects have to be taken into account in the modelling approach, especially in the silo.

In the present study, a frictional contribution has been added to the particle kinetic stress tensor in the momentum equation. The model for frictional effects has been proposed by Johnson and Jackson [11] for the pressure and Srivastava and Sundaresan [21] for the viscosity. Frictional effects are assumed to be directly dissipated into heat without affecting the agitation. The frictional contribution doesn't appear in the particle agitation equation, in particular the friction effect has been neglected.

### 3. Model for frictional effects

In the present section several models for taking into account the frictional effect are introduced. These models are essentially extensions of soil mechanics [17]. Basically, the frictional stress tensor,  $\Sigma_{p,ij}^{fr}$ , is given in term of frictional pressure,  $P_{fr}$ , viscosity,  $\mu_{fr}$  as

$$\Sigma_{p,ij}^{fr} = P_{fr}\delta_{ij} - 2\mu_{fr}\tilde{D}_{p,ij} \quad (3)$$

where  $\tilde{D}_{p,ij}$  is the strain rate tensor given in the appendix.

#### 3.1. Johnson & Jackson model (1990) [11]

Johnson & Jackson [11] proposed the following model for the frictional pressure

$$P_{fr}^{JJ} = \begin{cases} Fr \frac{(\alpha_p - \alpha_p^{\min})^r}{(\alpha_p^{\max} - \alpha_p)^s} & \text{if } \alpha_p > \alpha_p^{\min} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

where  $Fr$ ,  $r$  and  $s$  are empirical material constants. For glass beads these constants can be chosen such as  $Fr = 0.05$ ,  $r = 2$ ,  $s = 5$  and the threshold particle volume fraction  $\alpha_p^{\min}$  is set to 0.5.

#### 3.2. Srivastava & Sundaresan (2003) (SS model)[21]

At the critical state the granular material deforms without any volume change ( $\nabla \cdot \mathbf{U}_p = 0$ ). Srivastava & Sundaresan [21] proposed to model the frictional viscosities as

$$\mu_{fr}^{SS} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}P_{fr}^{JJ} \sin(\phi)}{2\sqrt{\tilde{D}_p : \tilde{D}_p} + \frac{2}{3}\frac{q_p^2}{d_p^2}} & \text{if } \alpha_p > \alpha_p^{\min} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

where  $\phi$  is the angle of internal friction, set to  $28.5^\circ$ .

#### 3.3. Schneiderbauer et al. (2012) (SAP model) [18]

In 2012, Schneiderbauer et al. [18] proposed a model for the frictional pressure and viscosity based on the  $\mu(I)$ -rheology. The granular pressure reads

$$P_{fr}^{SAP} = 4\rho_p \frac{\left(bd_p\sqrt{\tilde{D}_p : \tilde{D}_p}\right)^2}{(\alpha_p^{\max} - \alpha_p)^2} \quad (6)$$

where  $b \approx 0.2$  is a model constants [8]. The frictional viscosity is given by

$$\mu_{fr}^{SAP} = \frac{P_{fr}^{SAP}}{2\sqrt{\tilde{D}_p : \tilde{D}_p}} \mu_i(I) \quad (7)$$

where  $\mu_i(I)$  is a function. From experiments, Jop et al. (2006) [12] proposed

$$\mu_i(I) = \mu_i^{st} + \frac{\mu_i^c - \mu_i^{st}}{I_0/I_s + 1} \quad (8)$$

with  $I_0 = 0.279$ ,  $\mu_i^{st} = 0.382$  and  $\mu_i^c = 0.6435$ . In Eq.(8),  $I_s$  is the inertial number that is computed by:

$$I_s = \frac{2\sqrt{\tilde{D}_p : \tilde{D}_p}d_p}{\sqrt{P_{fr}^{SAP}/\rho_p}}. \quad (9)$$

## 4. Simple sheared granular flows

This section is dedicated to the analysis of the frictional models on a simple configuration of sheared granular flows. In such a configuration only the equation of the particle agitation Eq. (2) has been solved. The production by the mean shear is balanced by the dissipation due to non-elastic inter-particle collisions. The gas is air with a density of  $\rho_f = 1.224 \text{ kg/m}^3$  and a viscosity of  $\mu_f = 1.78 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m.s}$ . The particle density is set to  $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$  and the particle diameter is  $d_p = 487 \mu\text{m}$ .

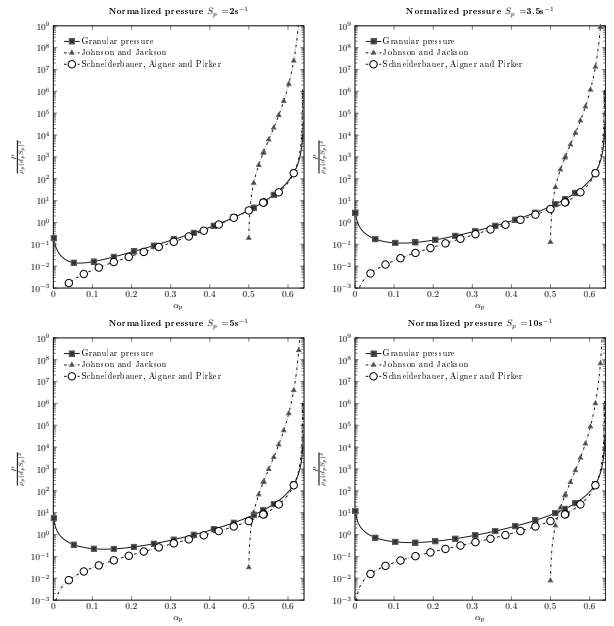


Figure 1: Normalized pressure by  $\rho_p(d_p S_p)^2$  with respect to the particle volume fraction  $\alpha_p$  for several values of the mean shear  $S_p$ .

Figures 1 and 2 shows the normalized pressure and normalized viscosity with respect to the particle volume fraction for different value shear stress ( $S_p$ ). For low volume fractions, the flow is lead by the competition between the collisions and fluid flow. This regime corresponds to the kinetic one. When the volume fraction increases a transition to the collisional regime is observed. For higher volume fraction the frictional pressure and viscosity is increased. This comes from the long long contact times and the frictional interaction between particles. The

Johnson and Jackson frictional pressure model [11] presents a rapid transition from the dilute to the dense regime. This passage will take place after the threshold particle volume fraction. One may note that the pressure in Schneiderbauer et al.'s model [18] corresponds to the intermediate pressure proposed by [5], without the quasi-static contribution. The intermediate pressure links the dilute and dense regimes. Adding the frictional contribution proposed by [18] shows a smooth transition from the kinetic-collisional regime to the frictional regime. As will be seen below, the SAP model [18] allows a smoother transition to the frictional regime.

The granular and frictional pressures are shown by Figure 1. As expected the frictional pressure acts at large solid volume fractions.

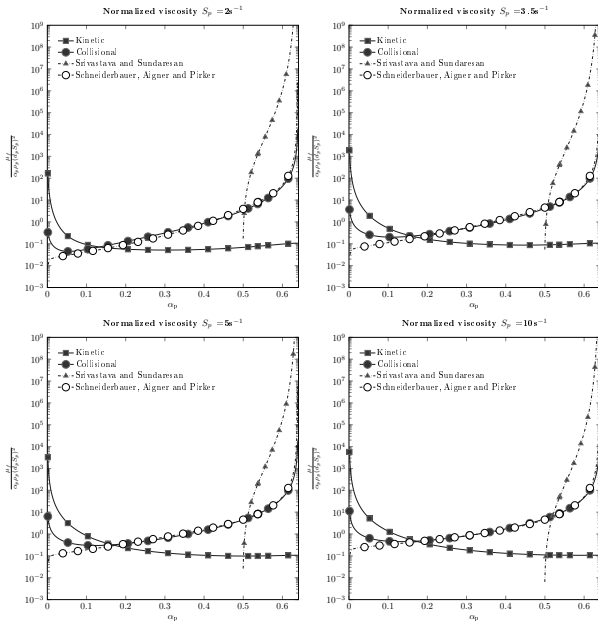


Figure 2: Normalized viscosity by  $\alpha_p \rho_p (d_p S_p)^2 / S_p$  with respect to the particle volume fraction  $\alpha_p$  for several values of the mean shear  $S_p$ .

## 5. Simulations and experiments

In this section, numerical simulations of a silo discharge are performed. The modelling of the frictional term is performed with the data base given by [3]. Figure 3 shows the experimental geometry. The geometry consists of a rectangular bin 60 mm x 3.5 mm and x 500 mm height. The mesh contains 25000 hexahedral cells with a grid resolution of  $\Delta x \sim 1$  mm,  $\Delta y = 0.875$  mm and  $\Delta z = 3.125$  mm. A region below the bin (0.1m) has been added which allows the granular media to pass through the orifice. Computations on a refined mesh have been performed and showed no sensitivity on the results. The different meshes are not shown in this paper. The particles are glass beads of density  $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$ . Different particle diameters have been considered and are summarized in table 1. The air characteristics are the same as those of the previous section.

Table 1: Monodisperse data base made by [3] on rectangular configuration  $L \cdot W \cdot H = 0.06 \cdot 0.0035 \cdot 0.5$  m. The bin outlet has length  $D = 0.00739$  m, and a thickness  $W = 0.0035$ .

$D/d_p$	$Q \cdot 10^3 (\text{kg/s})$	$v_f \cdot 10^2 (\text{m/s})$	$\phi(-)$
64.825	9.4	3.014	0.594
64.825	9.3	2.932	0.594
36.049	9.2	2.959	0.592
36.049	9.1	2.850	0.592
22.394	8.1	2.598	0.582
22.394	7.9	2.521	0.582
15.175	7.8	2.336	0.616
15.175	7.9	2.399	0.616
10.264	7.1	2.514	0.607
6.837	4.9	1.617	0.573
6.837	4.9	1.539	0.573
5.685	4.5	1.537	0.605
5.685	4.5	1.687	0.605

The author [10] find a good agreement for the particle mass flow rate ( $Q$ ) with Beverloo's law expressed in this form, for a rectangular configuration:

$$Q = C \rho \phi \sqrt{g} W (D - k d_p)^{3/2}. \quad (10)$$

with the coefficient found  $C = 0.91$  et  $k = 1.36$ .

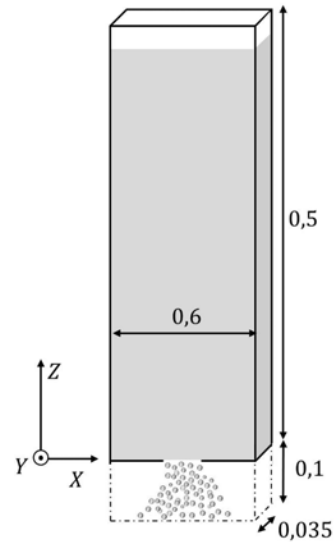


Figure 3: Bin discharge geometry based on [3].

Three dimensional numerical simulations have been performed using an Eulerian multi-fluid modelling approach for gas and solid interaction developed and implemented by IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse) in the NEPTUNE\_CFD. NEPTUNE\_CFD is a multiphase flow software developed in the framework of the NEPTUNE project, financially supported by CEA (Commissariat à l'Energie Atomique), EDF (Electricité de France), IRSN (Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire) and AREVA-NP. The numerical solver has been developed for High Performance Computing [16, 15]. Each numerical simulation has been performed for 10 seconds and time-averaged statistics are computed during the last 6 seconds. Test performed with and without turbulence gas model, and no significant effect was observed.



## 6. Comparisons

Figure 4 shows the temporal mass flow rate evolution for the different frictional models. Stabilization of the mass flow rate around the mean values takes 4 seconds for all numerical simulations. Small fluctuations have been observed around a mean value. Table 6 shows the results with the different frictional models described in section 3. For each simulation an underestimation of the mean flow rate is observed. The figure 5 compares the experimental and Beverloo law to the numerically predicted dimensionless mass flow rate. A good shape is predicted and the model better captures the mass flow rate for high  $D/d_p$  ratios. The results with the SS model show a better agreement with the experimental value. In contrast the frictional models have some difficulty to correctly predict the particle mass flow rate when  $D/d_p$  is small.

The simulation with the SS model, high fluctuations for low particle diameters have been observed (see Figure 6). This is provoked by the penetration of air into the system. These fluctuations help the mixing at the injector and create more shearing and agitation. This can reduce the effect of frictional viscosity.

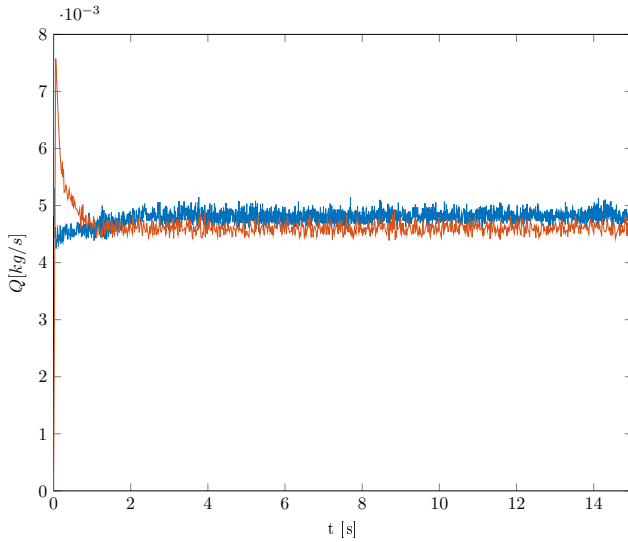


Figure 4: Temporal evolution of the solid mass flow rate for a particle diameter  $d_p = 487 \mu\text{m}$ . Blue line represent the SS model [21], and the red line represent the [18] model.

Table 2: Time-averaged particle mass flow rates (in  $\text{gr.s}^{-1}$ ) measured in numerical simulations,  $e$  represent the relative error  $(|Q_{sim} - Q_{exp}|/Q_{sim})$  in %.

$D/d_p$	Exp.	SS model	$e_{SS}$	SAP model	$e_{SAP}$
64.82	9.4	7.91	15.85	6.53	30.53
36.04	9.2	7.53	18.15	6.47	29.67
22.39	8.1	6.09	24.81	5.61	30.74
15.17	7.8	4.80	38.46	4.60	41.02
10.26	7.1	3.77	46.90	3.66	48.45
6.83	4.9	2.80	42.85	2.79	43.06
5.68	4.5	2.64	41.33	2.46	45.33

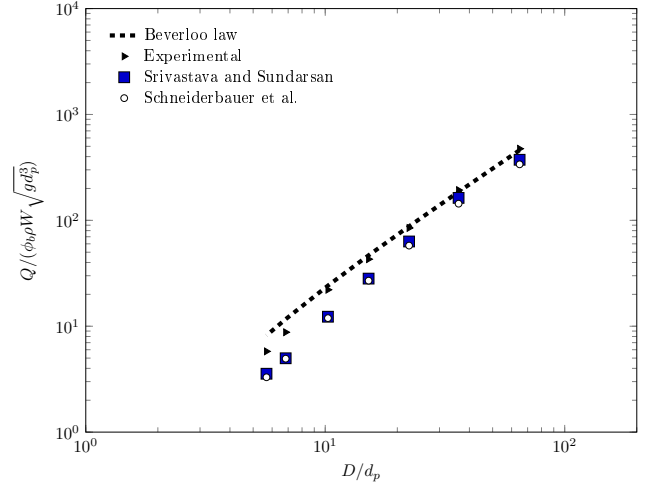


Figure 5: Dimensionless mass flow rate  $Q / \rho \phi_b W \sqrt{g d_p^3}$ . Dash line represent the Beverloo law eq. 10, symbol represent the experimental value given by [3], and numerical simulation with the different correlation show in section 3

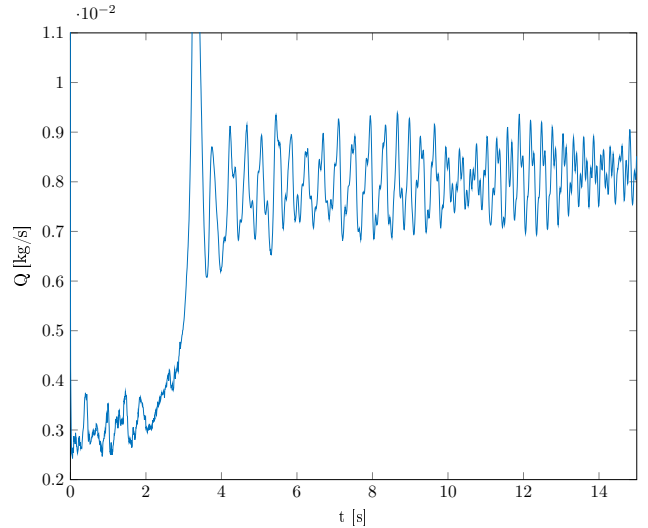


Figure 6: Temporal evolution of the particle mass flow rate for the SS model [21].

7 shows the velocity profile at the injector for the different diameters, for the case with the SS model and JJ model. Free fall arch hypothesis near to the injector suggests that particles fall like a solid in vacuum ( $\sqrt{gD}$ ). When we compare the mean particle velocity to the numerical results a good agreement is obtained for high  $D/d_p$  ratio. However when this ratio is reduced the particle mean velocity decreases.

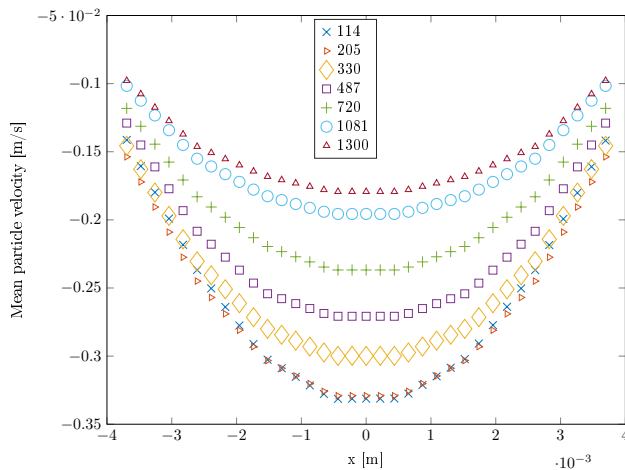


Figure 7: Mean particle velocity profiles at the injector (centered on the middle) with the Sundaresan & Srivastava model, for different particle diameter.

## 7. Conclusion

The results show that the frictional viscosity model captures the shape of the beverloo law. A better agreement to the experimental value has been found for the particle mass flow rate at high  $D/d_p$  ratio. As for the high ratio the velocity follows the free fall arch assumption, the velocity fall like particle in vacuum. When the ratio becomes low (corresponding to only a few particles passing through the bin outlet orifice) the different models have some difficulty to correctly predict the mass flow rate. Moreover recent development on rotating drum show an underestimation of the slope of the particle bed free surface. For the Srivastava & Sundaresan model, some numerical simulations (not shown) suggest this underestimation could be due to the  $q_p^2$  term (see equation 5) in the frictional viscosity. Frictional effects do not explicitly appear in the kinetic agitation equation and only appear through the effect on the momentum equation. As a matter of fact, frictional effects should induced an additional dissipation of the random kinetic energy which is not accounted for in the actual modelling approach and required further investigations. In recent development by Chialvo & et al. propose to consider an intermediate and quasi-static transition. This is under consideration in forthcoming work.

## References

- [1] G. Balzer. Gas-solid flow modelling based on the kinetic theory of granular media: validation, applications and limitations. *Powder Technology*, 113:299 – 309, 2000.
- [2] G. Balzer, A. Boëlle, and O. Simonin. Eulerian gas-solid flow modeling of dense fluidized bed. In *FLUIDIZATION VII, Proc International Symposium of the Engineering Foundation*, pages 1125–1134, 1995.
- [3] M Benyammine, M Djermane, B Dalloz-Dubrujeaud, and P Aussillous. Discharge flow of a bidisperse granular media from a silo. *Physical Review E*, 90(3):032201, 2014.
- [4] A. Boëlle, G. Balzer, and O. Simonin. Second-order prediction of the particle-phase stress tensor of inelastic spheres in simple shear dense suspensions. In *Gas-Particle Flows*, volume 228, pages 9 – 18. ASME FED, 1995.
- [5] S. Chialvo, J. Sun, and S. Sundaresan. Bridging the rheology of granular flows in three regimes. *Physical Review E*, 85(2):021305, 2012.
- [6] P. Fede, O. Simonin, and A. Ingram. 3D numerical simulation of a lab-scale pressurized dense fluidized bed focussing on the effect of the particle-particle restitution coefficient and particle-wall boundary conditions. *Chemical Engineering Science*, 142:215–235, 2016.
- [7] G. Ferschneider and P. Mège. Dilute gas-solid flow in a riser. *Chemical Engineering Journal*, 87:41 – 48, 2002.
- [8] Y. Forterre and O. Pouliquen. Flows of dense granular media. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 40:1–24, 2008.
- [9] A. Gobin, H. Neau, O. Simonin, J. R. Llinas, V. Reiling, and J. L. Sélo. Fluid dynamic numerical simulation of a gas phase polymerisation reactor. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 43:1199–1220, 2003.
- [10] A Janda, Iker Zuriguel, A Garcimartin, Luis A Pugnoloni, and Diego Maza. Jamming and critical outlet size in the discharge of a two-dimensional silo. *EPL (Europhysics Letters)*, 84(4):44002, 2008.
- [11] P.C. Johnson, P. Nott, and R. Jackson. Frictional-collisional equations of motion for particulate flows and their application to chutes. *Journal of Fluid Mechanics*, 210:501–535, 1990.
- [12] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094):727–730, 2006.
- [13] C.K.K. Lun and S.B. Savage. The effects of an impact velocity dependent coefficient of restitution on stresses developed by sheared granular materials. *Acta Mechanica*, 63:539–559, 1986.
- [14] C.K.K. Lun, S.B. Savage, D.J. Jeffrey, and N. Chepurmy. Kinetic theories for granular flow : inelastic particles in couette flow and slightly inelastic particles in a general flowfield. *J. Fluid Mech.*, 140:223–256, 1984.
- [15] H. Neau, P. Fede, J. Laviéville, and O. Simonin. High performance computing (hpc) for the fluidization of particle-laden reactive flows. In *The 14th International Conference on Fluidization - From Fundamentals to Products*, 2013.
- [16] H. Neau, J. Laviéville, and O. Simonin. NEPTUNE\_CFD high parallel computing performances for particle-laden reactive flows. In *7th International Conference on Multiphase Flow, ICMF 2010, Tampa, FL, May 30 - June 4, 2010*.
- [17] D.G. Schaeffer. Instability in the evolution equations describing incompressible granular flow. *Journal of differential equations*, 66(1):19–50, 1987.
- [18] S. Schneiderbauer, A. Aigner, and S. Pirker. A comprehensive frictional-kinetic model for gas-particle flows: Analysis of fluidized and moving bed regimes. *Chemical Engineering Science*, 80:279–292, 2012.
- [19] O. Simonin. Combustion and turbulence in two-phase flows. In *Lecture Series 1996-02*. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1996.
- [20] O. Simonin, P. Février, and J. Laviéville. On the spatial distribution of heavy particle velocities in turbulent flow : From continuous field to particulate chaos. *Journal of Turbulence*, 3(040):1 – 18, 2002.
- [21] A. Srivastava and S. Sundaresan. Analysis of a frictional-kinetic model for gas-particle flow. *Powder Technology*, 129:72–85, 2003.

## A. Appendix: Mathematical model

In the following when subscript  $k = g$  we refer to the gas and  $k = p$  to the particulate phase. The mass balance equation (without interphase mass transfer) is written

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_k \rho_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \alpha_k \rho_k U_{k,j} = 0$$

where  $\alpha_k$  is the volume fraction of the phase  $k$ ,  $\rho_k$  the material density and  $U_{k,i}$  the  $i^{th}$  component of the  $k$ -phase mean velocity.

The mean momentum transport equation is written

$$\begin{aligned} \alpha_k \rho_k \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_{k,j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right] U_{k,i} = & - \alpha_k \frac{\partial P_g}{\partial x_i} \\ & + \alpha_k \rho_k g_i \\ & + I_{k,i} \\ & - \frac{\partial \Sigma_{k,ij}}{\partial x_j} \end{aligned}$$

where  $P_g$  is the mean gas pressure,  $g_i$  the gravity acceleration,  $\Sigma_{k,ij}$  the effective stress tensor, and  $I_{k,i}$  the mean gas-particle interphase momentum transfer without the mean gas pressure contribution. According to the large particle to gas density ratio, only the drag force is acting on the particles. The mean gas-particle interphase momentum transfer term is written as:

$$I_{p,i} = -\alpha_p \rho_p \frac{V_{r,i}}{\tau_{gp}^F} \quad \text{and} \quad I_{g,i} = -I_{p,i}.$$

The particle relaxation time scale is written

$$\frac{1}{\tau_{gp}^F} = \frac{3}{4} \frac{\rho_g}{\rho_p} \frac{\langle |\mathbf{v}_r| \rangle}{d_p} C_d$$

where  $C_d$  is the drag coefficient given by [9]. The mean fluid-particle relative velocity,  $V_{r,i}$ , is given in terms of the mean gas and solid velocities:  $V_{r,i} = U_{p,i} - U_{f,i} + V_{d,i}$ . With  $V_{d,i}$  is the turbulent gas-particle drift velocity without the subgrid effect. The solid stress tensor is written

$$\Sigma_{p,ij}^{coll} = \alpha_p \rho_p \langle u'_{p,i} u'_{p,j} \rangle + \Theta_{p,ij}$$

where  $u'_{p,i}$  is the fluctuating part of the instantaneous solid velocity and  $\Theta_{p,ij}$  the collisional particle stress tensor. The solid stress tensor is expressed as [4, 7, 1],

$$\Sigma_{p,ij}^{coll} = [P_p - \lambda_p D_{p,mm}] \delta_{ij} - 2\mu_p \tilde{D}_{p,ij}$$

where the strain rate tensor is defined by

$$\tilde{D}_{p,ij} = D_{p,ij} - \frac{1}{3} D_{p,mm} \delta_{ij} \quad \text{with} \quad D_{p,ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_i} \right]$$

The granular pressure, viscosities and model coefficients are

given by

$$\begin{aligned} P_p &= \frac{2}{3} \alpha_p \rho_p q_p^2 [1 + 2\alpha_p g_0 (1 + e_c)] \\ \lambda_p &= \frac{4}{3} \alpha_p^2 \rho_p d_p g_0 (1 + e_c) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_p^2}{\pi}} \\ \mu_p &= \alpha_p \rho_p (\nu_p^{kin} + \nu_p^{col}) \\ \nu_p^{kin} &= \left[ \frac{1}{3} q_{gp} \tau_{gp}^t + \frac{1}{2} \tau_{gp}^F \frac{2}{3} q_p^2 (1 + \alpha_p g_0 \zeta) \right] / \left[ 1 + \frac{\sigma}{2} \frac{\tau_{gp}^F}{\tau_c} \right] \\ \nu_p^{col} &= \frac{4}{5} \alpha_p g_0 (1 + e_c) \left[ \nu_p^{kin} + d_p \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_p^2}{\pi}} \right] \\ \zeta &= \frac{2}{5} (1 + e_c) (3e_c - 1) \\ \sigma &= \frac{1}{5} (1 + e_c) (3 - e_c). \end{aligned}$$

Decorrelated collision model is used, the collision time scale  $\tau_c$  is given by

$$\frac{1}{\tau_c} = 4\pi g_0 n_p d_p^2 \sqrt{\frac{2}{3\pi}} q_p^2$$

where the radial distribution function,  $g_0$ , is computed according to [13] as

$$g_0(\alpha_p) = \left[ 1 - \frac{\alpha_p}{\alpha_{max}} \right]^{-2.5\alpha_{max}}$$

where  $\alpha_{max} = 0.64$  is the closest random packing.

The solid random kinetic energy transport equation is written:

$$\begin{aligned} \alpha_p \rho_p \left[ \frac{\partial q_p^2}{\partial t} + U_{p,j} \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] = & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_p \rho_p (K_p^{kin} + K_p^{col}) \frac{\partial q_p^2}{\partial x_j} \right] \\ & - \Sigma_{p,ij}^{coll} \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_j} \\ & - \frac{\alpha_p \rho_p}{\tau_{gp}^F} (2q_p^2 - q_{gp}) \\ & - \alpha_p \rho_p \frac{1}{3} \frac{1 - e_c^2}{\tau_c} q_p^2. \end{aligned} \quad (11)$$

The first term on the right-hand-side represents the transport of the random particle kinetic energy due to the particle agitation and the collisional effects. That term is written by introducing the diffusivity coefficients:

$$\begin{aligned} K_p^{kin} &= \left[ \frac{1}{3} q_{gp} \tau_{gp}^t + \frac{2}{3} q_p^2 \frac{5}{9} \tau_{gp}^F (1 + \alpha_p g_0 \zeta_c) \right] / \left[ 1 + \frac{5}{9} \tau_{gp}^F \frac{\xi_c}{\tau_c} \right] \\ K_p^{col} &= \alpha_p g_0 (1 + e_c) \left[ \frac{6}{5} K_p^{kin} + \frac{4}{3} d_p \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_p^2}{\pi}} \right] \\ \zeta_c &= \frac{3}{5} (1 + e_c)^2 (2e_c - 1) \\ \xi_c &= \frac{(1 + e_c)(49 - 33e_c)}{100}. \end{aligned}$$

The second term on the right-hand-side of Eq. (11) represents the production of particle agitation by the gradients of the mean solid velocity. The third term is the interaction with the gas. Finally the fourth term is the particle agitation dissipation by inelastic collisions.



# Annexe D : Etude de sensibilité sur le nombre de Fourier sur l'expérience de Lajeunesse et al. [64]

Dans cette annexe, l'influence de trois variations du nombre de Fourier est évaluée. En effet le pas de temps va dépendre de deux contributions, le critère de Courant et le critère de Fourier. La viscosité apparaît seulement dans le critère de Fourier. Dans les simulations actuelles il représente le terme le plus limitant, comme le montre la figure D.2 lorsque l'on diminue le nombre de Fourier, le pas de temps diminue.

Pour chaque cellule, le code calcule un pas de temps pour chaque critère. Le pas de temps choisi pour l'ensemble de la géométrie est le minimum des pas de temps calculé. Le nombre de Fourier s'écrit :

$$F = \frac{\nu \Delta t}{\Delta x^2} = Cst \quad \text{soit} \quad \Delta t = \frac{Cst \Delta x^2}{\nu}. \quad (\text{K.22})$$

Ce nombre est basé sur le schéma de diffusion de vitesse. A noter que dans l'usage,  $Cst$  ne peut être supérieure à 10 avec le modèle  $k - \varepsilon$  et avec le modèle  $R_{ij} - \varepsilon$ , il ne peut dépasser 1.

Les figures D.3 D.4 D.5 ainsi que les figures D.6 D.7 D.8 montrent la sensibilité au nombre de Fourier à différents temps. Sur des temps longs le tas de sable s'étale très faiblement lorsque le nombre de Fourier est équivalent ou inférieur à 1. Lorsque le nombre de Fourier vaut 10, le tas de sable s'étale continuellement et de manière beaucoup plus importante.

En définitive lorsque nous prenons en compte la modélisation avec la viscosité frictionnelle un problème de diffusivité effective provoqué par cette viscosité est remarqué. Dans cette annexe, il a été montré qu'il est suffisant de limiter le nombre de Fourier à 1 afin de pallier à ce problème. La limitation du nombre de Fourier permet aux simulations numériques d'obtenir le bon angle du talus et ce pour des temps longs.

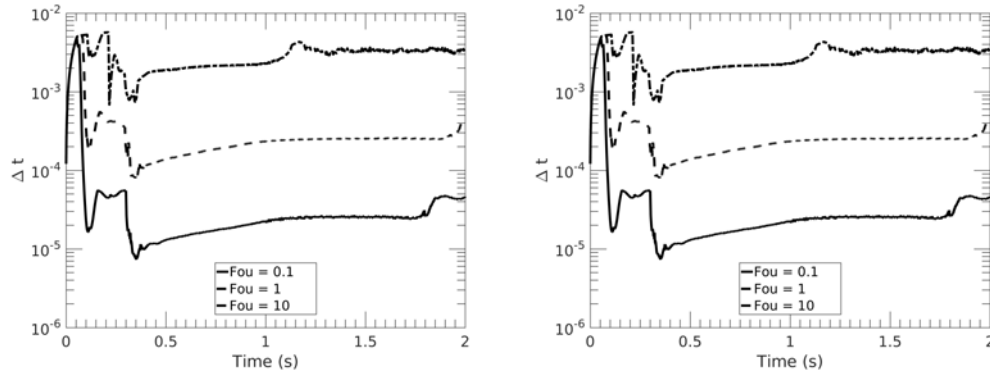


FIGURE D.2 – Evolution du pas de temps au cours du temps à différents nombres de Fourier. A gauche simulation numérique avec le terme  $\varepsilon_p^{fr}$  et à droite simulation numérique sans le terme  $\varepsilon_p^{fr}$ .

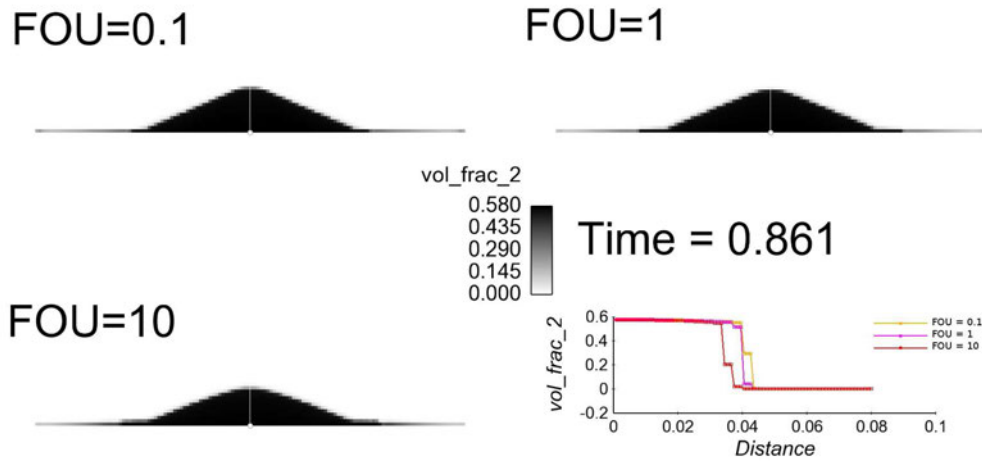


FIGURE D.3 – Champs de fraction volumique obtenue par simulation numérique avec la prise en du terme  $\varepsilon_p^{fr}$  à différents nombres de Fourier à  $t= 0.86s$ . La figure représente la valeur de la fraction volumique selon la hauteur au milieu du tas de sable.

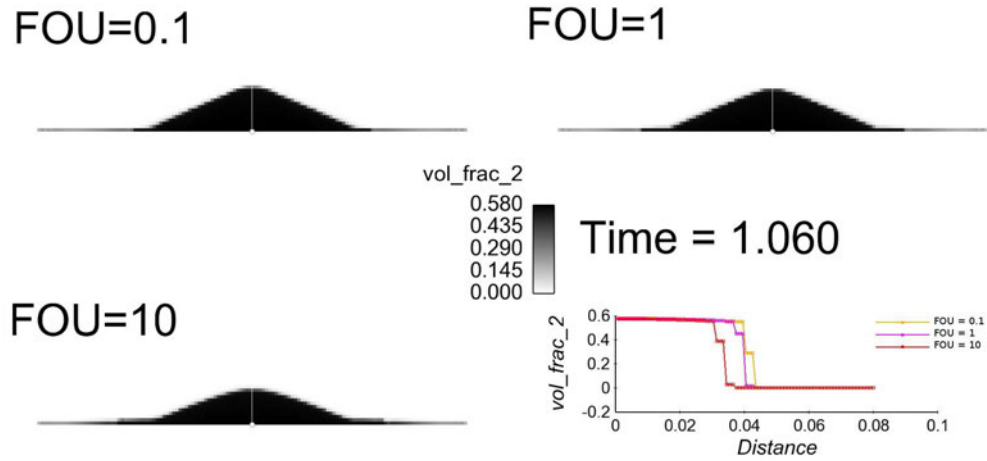


FIGURE D.4 – Champs de fraction volumique obtenue par simulation numérique avec la prise en du terme  $\varepsilon_p^{fr}$  à différents nombres de Fourier à  $t=1s$ . La figure représente la valeur de la fraction volumique selon la hauteur au milieu du tas de sable.

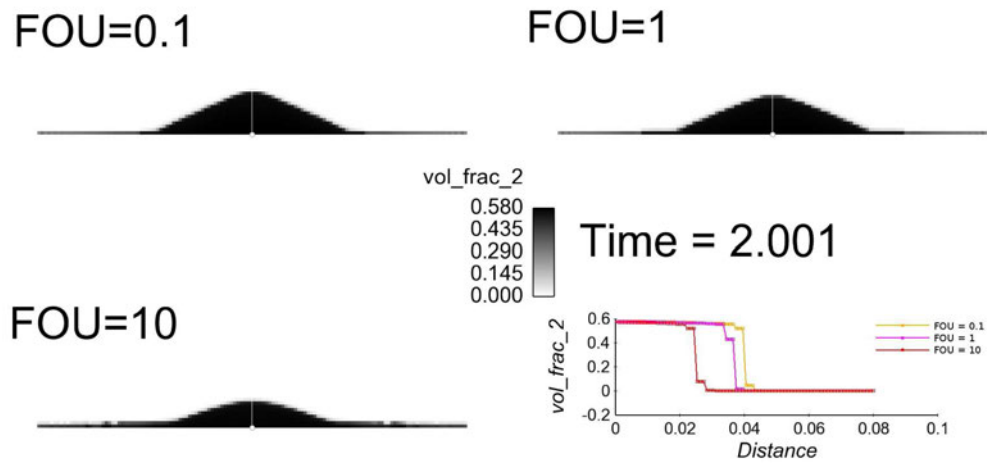


FIGURE D.5 – Champs de fraction volumique obtenue par simulation numérique avec la prise en du terme  $\varepsilon_p^{fr}$  à différents nombres de Fourier à  $t=2s$ . La figure représente la valeur de la fraction volumique selon la hauteur au milieu du tas de sable.

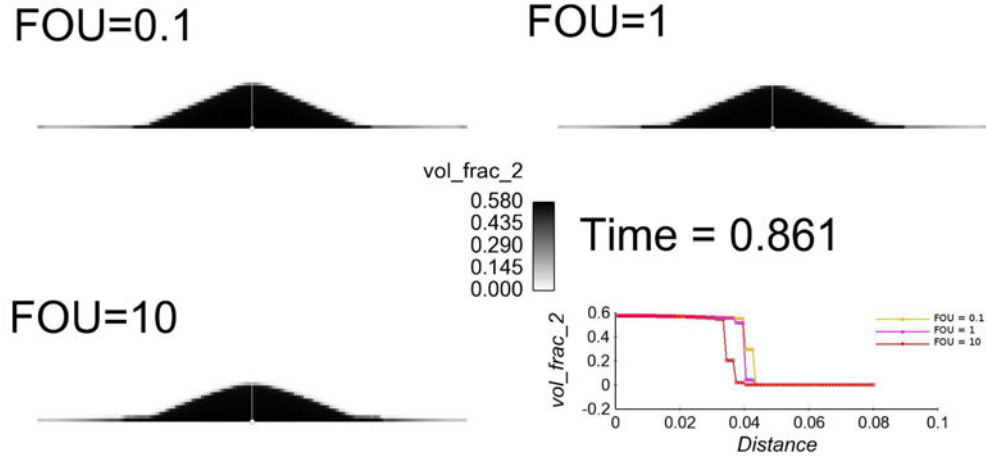


FIGURE D.6 – Champs de fraction volumique obtenue par simulation numérique sans la prise en du terme  $\varepsilon_p^{fr}$  à différents nombres de Fourier à  $t = 0.86$ s. La figure représente la valeur de la fraction volumique selon la hauteur au milieu du tas de sable.

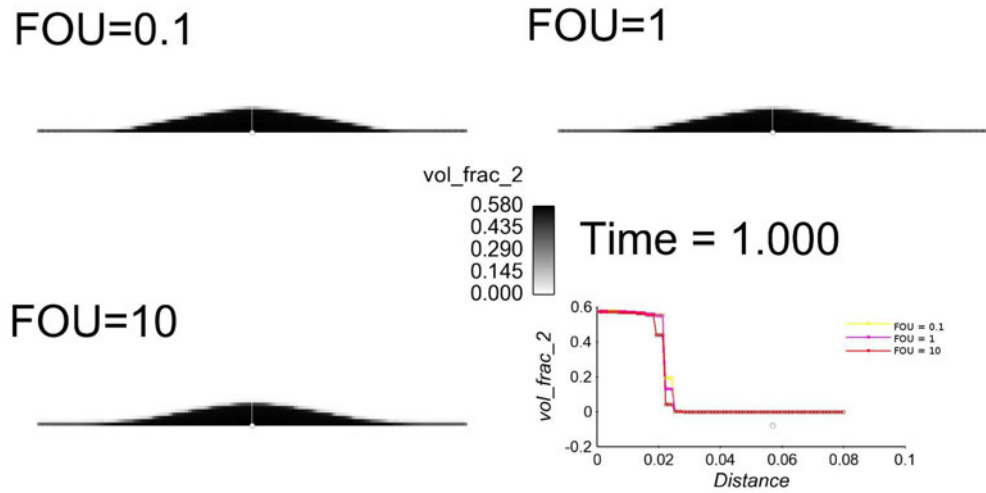


FIGURE D.7 – Champs de fraction volumique obtenue par simulation numérique sans la prise en du terme  $\varepsilon_p^{fr}$  à différents nombres de Fourier à  $t = 1$ s. La figure représente la valeur de la fraction volumique selon la hauteur au milieu du tas de sable.



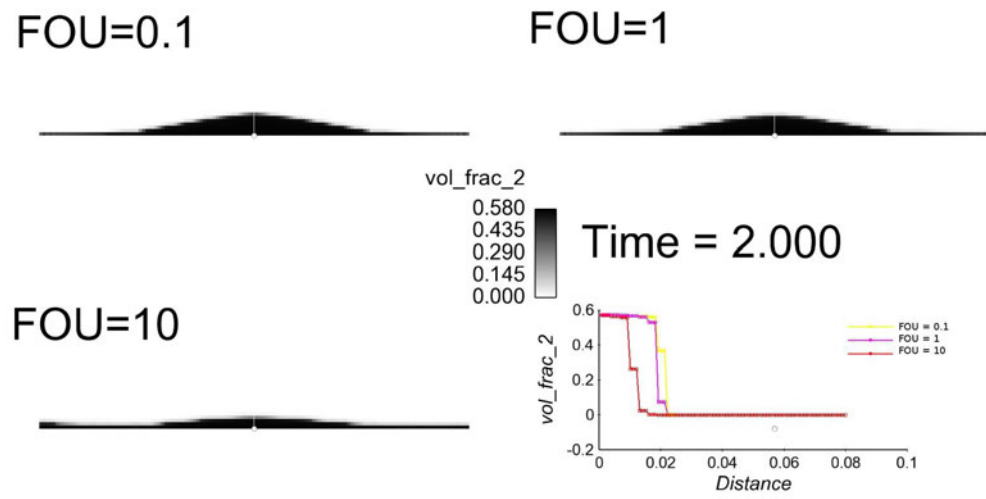


FIGURE D.8 – Champs de fraction volumique obtenue par simulation numérique sans la prise en du terme  $\varepsilon_p^{fr}$  à différents nombres de Fourier à  $t = 2$  s. La figure représente la valeur de la fraction volumique selon la hauteur au milieu du tas de sable.



# Annexe E : Complément chapitre 4 perturbation périodique

## Contents

<b>E.5</b>	<b>Introduction</b>	<b>173</b>
<b>E.6</b>	<b>Débit massique</b>	<b>174</b>
<b>E.7</b>	<b>Evolution axiale</b>	<b>175</b>
<b>E.8</b>	<b>Evolution radiale</b>	<b>177</b>
<b>E.9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>178</b>

## E.5 Introduction

Cette annexe est un complément du chapitre 4, nous allons étudier le comportement du jet lorsque l'on effectue une perturbation périodique. La périodicité est basée sur l'analyse du spectre de fréquence de la perte de masse expérimentale. Ce spectre nous donne une fréquence caractéristique de 25 Hz. Cette perturbation est de la forme d'une sinusoïdale mise sur chaque composante de la vitesse de la manière suivante,

$$U_{x,p} = U_{x,f} = A \sin(2\pi ft)$$

$$U_{y,p} = U_{y,f} = A \sin(2\pi ft)$$

avec  $A$  qui correspond à l'amplitude de vitesse de la perturbation (en m/s). Cette perturbation forte n'est pas représentative de la réalité, elle a été effectuée dans l'idée de donner un axe privilégié au jet à la sortie du silo. L'attribution de deux sinus sur les composantes  $x$  et  $y$  de vitesses donne un axe privilégié visible sur les champs de vitesse verticale des particules à différentes hauteurs (Figure E.9). Ces champs permettent de voir que le jet tombe avec un axe privilégié puis se contracte à  $z = -0.3$  m pour ensuite changer d'axe, cette contraction est aussi visible sur les champs moyens de la fraction volumique des particules E.10.

Les conditions de fraction volumique et de vitesse verticales des particules sont similaires au cas de la perturbation aléatoire et sont présentées dans le tableau E.1.

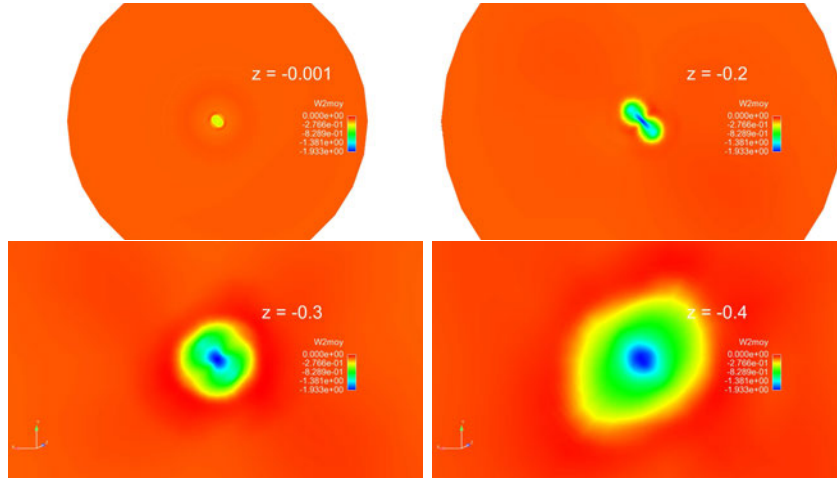


FIGURE E.9 – Champs de la vitesse verticale moyenne des particules à différentes hauteurs,  $z = -0,001$  m,  $z = -0,2$ , pour une intensité de 0,25,  $\alpha_p^{ini} = 0,0585$  et  $U_{p,z=0} = 0,313$  [ $m.s^{-1}$ ].

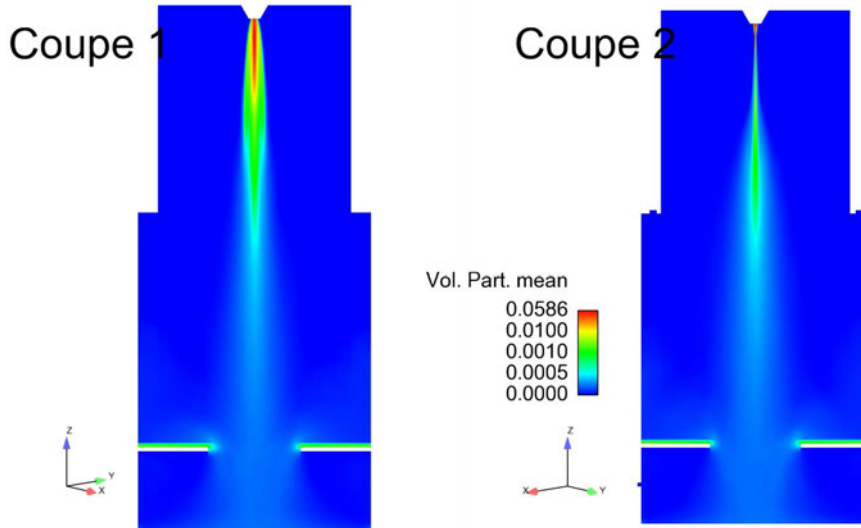


FIGURE E.10 – Champs de la fraction volumique moyenne des particules pour une intensité de 0,25,  $\alpha_p^{ini} = 0,0585$  et  $U_{p,z=0} = 0,313$  m.s<sup>-1</sup>.

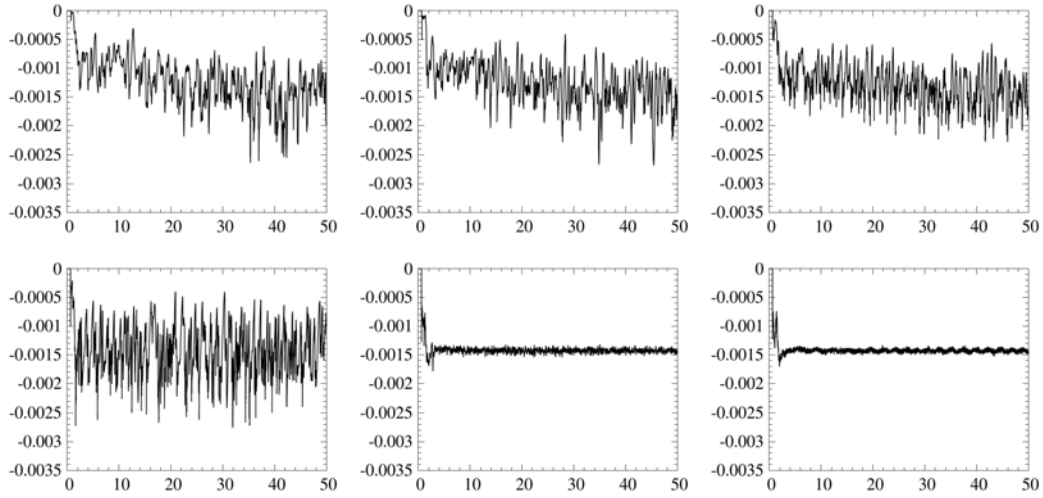
## E.6 Débit massique

Comme présenté dans le chapitre 4, le débit massique des particules à l'injection est maintenu constant durant le temps. L'évolution temporelle du débit massique des particules à la sortie pour les différentes configurations est représentée sur la figure E.11. Nous remarquons d'importantes fluctuations du débit lorsque l'intensité est de 0,25, puis lorsque l'intensité est de 0,15 seule le cas avec une fraction volumique de 5% fluctue. Dans le cas présent nous remarquons alors une influence

Perturbation périodique		
numéro du cas	$\alpha_p^{ini}$	$U_{p,z=0} [m.s^{-1}]$
1	0,0585	0,313
2	0,0840	0,2183
3	0,1552	0,1181

TABLEAU E.1 – Calculs lancés.

des conditions limites initiales et de la perturbation du jet. L'effet des conditions initiales n'avait pas été relevé dans le chapitre 4. La figure E.12 représente le débit massique d'air à la sortie des événements. Tout comme pour le débit massique des particules à la sortie du silo les cas avec une intensité de 0.15 et des fractions initiales de 8% et 15% n'ont aucune fluctuation, de plus les valeurs de débit d'air plus faible, ce qui signifie que les entrées fournissent peu d'air au jet. Il sera montré par la suite que dans ces cas le jet tombe en masse. Le tableau E.2 présente les écart-types du débit massique des particules sortant du domaine. L'écart-types est proche des écarts-types observés pour une perturbation aléatoire générée avec un tirage bruit blanc pour les configurations avec une intensité de 0,25 m/s. Etonnamment pour le cas 1 avec une intensité  $A = 0,15$  m/s, l'amplitude est la plus élevée.

FIGURE E.11 – Débits massiques des particules sortant  $Q_{out}$ , de gauche à droite cas 1, cas 2 et cas 3, en haut amplitude de 0,25 m/s et en bas amplitude 0,15 m/s.

## E.7 Evolution axiale

L'évolution axiale de la vitesse moyenne verticale  $U_{p,z}$  et  $U_{g,z}$  est représentée sur la figure E.13. Nous remarquons sur ces figures l'influence des conditions initiales en particulier lorsque l'amplitude de vitesse est de 0,25. Avec cette amplitude lorsque la fraction volumique des particules à l'injection diminue les résultats de la vitesse  $U_{p,z}$  se rapproche des résultats expérimentaux. Avec cette diminution de  $\alpha_p^{ini}$  le

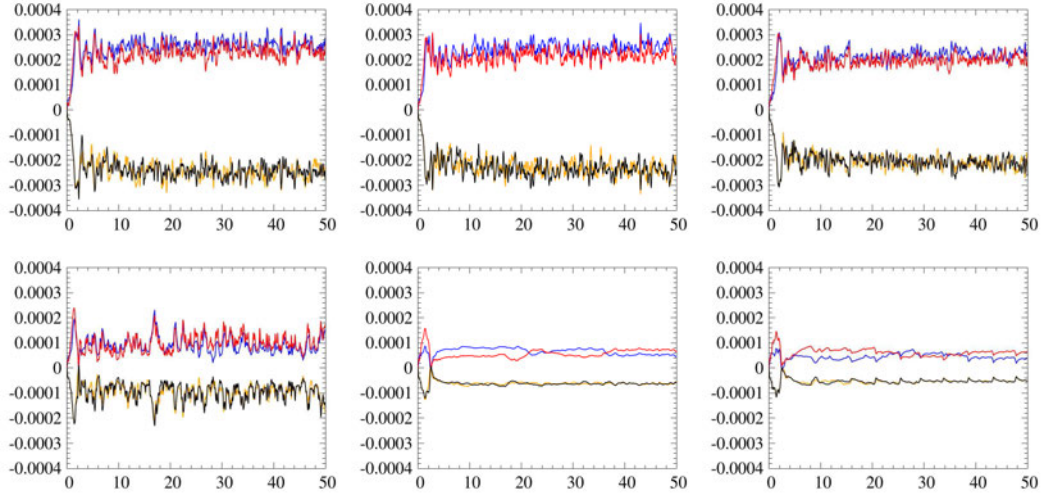


FIGURE E.12 – Evolution du débit massique du gaz pour les événements, de gauche à droite case 1, case 2 et case 3, en haut amplitude de 0,25 m/s et en bas amplitude 0,15m/s. Les lignes — — — — — représentent les événements au milieu de la chambre de dispersion, les lignes — — — — — représentent les événements en bas du domaine.

Cas	$\sigma_{Q_{out}}$ [g/s]	$\sigma_{Q_{out}}$ [g/s]
Amplitude [m/s]	0,25	0,15
Cas 1	0,356	0,4150
Cas 2	0,349	0,0319
Cas 3	0,3145	0,0251

TABEAU E.2 – Ecart-type du débit massique des particules à la sortie du domaine pour les simulations numériques avec une perturbation périodique, la moyenne pour chacun cas est de  $1,44 \text{ g.s}^{-1}$ .

point d'inflexion se rapproche de l'injection. Pour une amplitude de 0,15, ce point d'inflexion n'est plus visible. Les vitesses des particules sont surestimées par rapport aux points expérimentaux. Un faible ralentissement est constaté pour le cas avec  $\alpha_p^{ini} \simeq 5\%$ . Dans ces cas le jet tombe avec une vitesse plus élevée. Ceci est accord avec les débits d'air des événements qui montre que l'air entraîné dans le jet est plus faible pour cette intensité. La vitesse du gaz évolue de manière similaire à la vitesse verticale moyenne des particules, cependant nous remarquons que les points d'inflexion de l'air se situent en amont des profils de  $U_{p,z}$ .

La figure E.14 montre l'évolution de la fraction volumique des particules au cours de la chute. En accord avec les profils de vitesses, le point d'inflexion est synonyme de l'apparition d'un halo de poussière. Ce halo est nourri par le cœur dense du jet, provoquant une diminution rapide de la fraction volumique des particules. Cette diminution rapide n'est pas remarquée lorsqu'il n'y a pas de point d'inflexion.

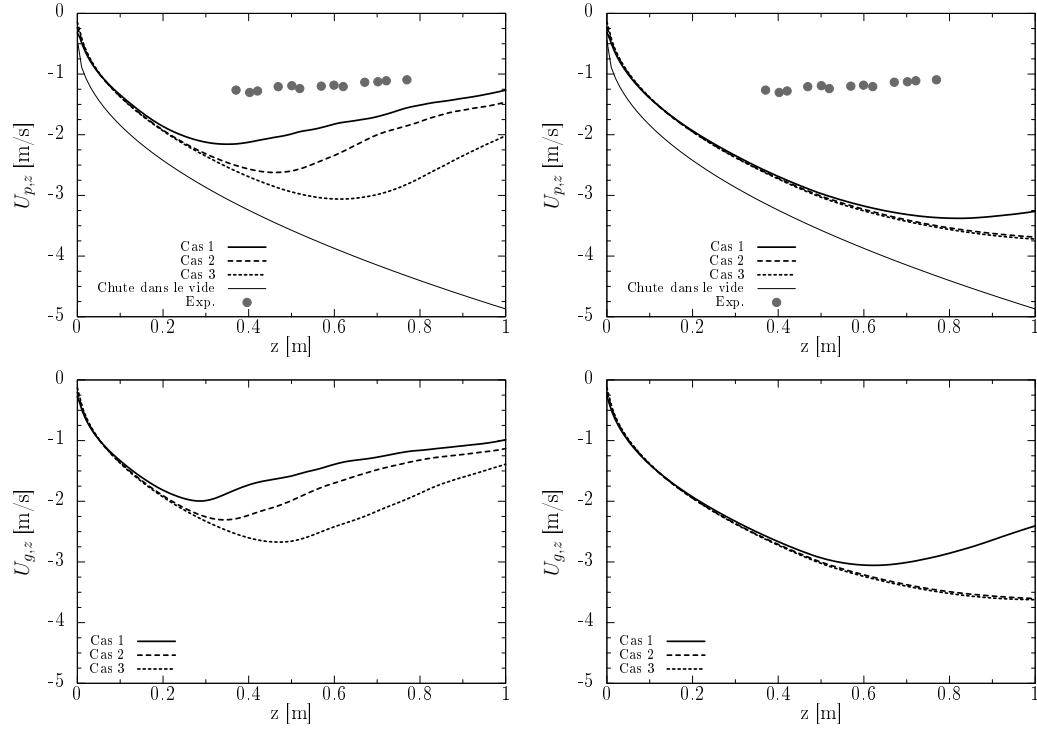


FIGURE E.13 – Vitesse moyenne axiale des particules (en haut) et du gaz (en bas) le long de l'axe  $z$  en fonction de la distance de l'injecteur, à gauche l'amplitude 0,25 m/s et à droite l'amplitude 0,15 m/s. Les symboles représentent les valeurs expérimentales d'Ansart et al. [5]. La ligne continue en trait fin correspond à la vitesse de chute de particules dans le vide ( $\sqrt{2gz}$ ), l'origine est prise à un diamètre d'injecteur.

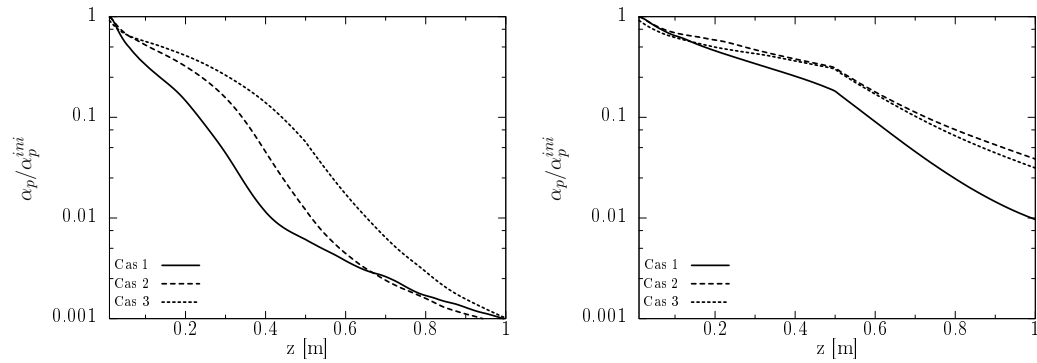


FIGURE E.14 – Evolution de la fraction volumique des particules le long de l'axe  $z$ , ces profils sont normalisés par la fraction volumique initiale  $\alpha_p^{ini}$ .

## E.8 Evolution radiale

Les profils radiaux de la vitesse des particules à différentes hauteurs,  $z = 0,45$  m,  $z = 0,6$  m et  $z = 0,85$  m sont représentés sur la figure E.15, avec une intensité de

0,25. En accord avec la répartition de la fraction volumique moyenne visible sur le E.10 nous avons un élargissement plus conséquent au départ sur la coupe perpendiculaire aux événements. Puis lorsque l'on s'éloigne de l'orifice de sortie l'élargissement devient plus grande dans l'autre coupe celle des événements. Une contraction du jet est remarquée faisant changer le jet de direction. Sur les figures précédentes de la fraction volumique des particules, nous avons remarqué une diminution plus rapide du cœur du jet. Cette diminution entraîne une augmentation de l'élargissement du jet. L'ouverture du jet reste sensiblement très proche à l'ouverture mesurée par Ansart et al. [5] sauf lorsque la fraction volumique injectée est de 15%. Sur ce dernier cas, le jet ne s'ouvre pas et reste concentré au centre. A une distance de 0.85 m les profils radiaux des deux coupes de  $\alpha_p^{ini} \simeq 5\%$  et  $8\%$  sont très proches. Une homogénéisation de la répartition de la fraction volumique s'effectue avec la hauteur de chute, cela est aussi observable sur les champs de fraction volumique présentés au début E.9.

## E.9 Conclusion

La déstructuration du jet a été présentée au cours de cette annexe, pour une perturbation périodique. L'idée de ce type de perturbation est de déstabiliser le jet de manière forte au début avec un axe privilégié afin de voir la réponse du jet. Il a été mis en évidence que l'ouverture du jet est semblable à celle obtenue expérimentalement lorsque l'intensité est forte ( $A = 0,25$  m/s) et que la fraction volumique est de  $5\%$  et  $8\%$ . Bien que l'élargissement est proche, la vitesse verticale moyenne des particules le long de l'axe est surestimée. Elle comporte le point d'inflexion mais ce dernier s'effectue plus loin de l'injecteur lorsque  $\alpha_p^{ini}$  augmente.

En définitive, ce type de perturbation n'est pas physique. Toutefois, expérimentalement Ansart et al. [5] utilise une masselotte (petite masse qui tape périodiquement sur le système), sa fréquence est connue (25 Hz) mais son intensité est inconnue. Cette masse frappe de façon ponctuelle et vient perturber le système. Au sein du silo ils existent des arches qui peuvent se former. La brisure des arches par la frappe périodique de la masselotte pourrait entraîner une perturbation proche. La perturbation périodique pourrait donc être améliorée, il aurait été intéressant de faire une perturbation avec un peigne de dirac représentant la frappe de la masselotte.



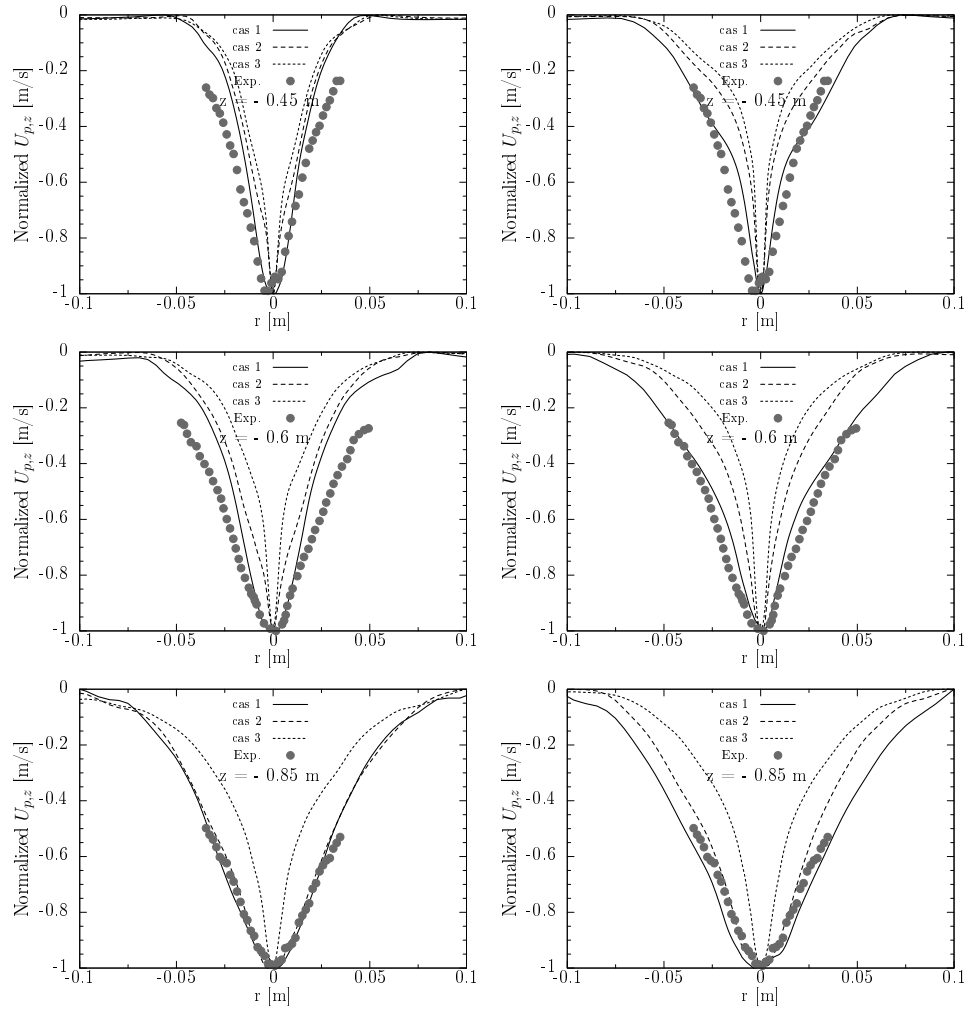


FIGURE E.15 – Profils radiaux de la vitesse moyenne des particules normalisés par la vitesse maximale du profil, à droite la coupe dans les événements et à gauche la coupe perpendiculaire. Les symboles représentent les expériences d’Ansart et al. (2007). Les lignes correspondent aux résultats de la simulation numérique.

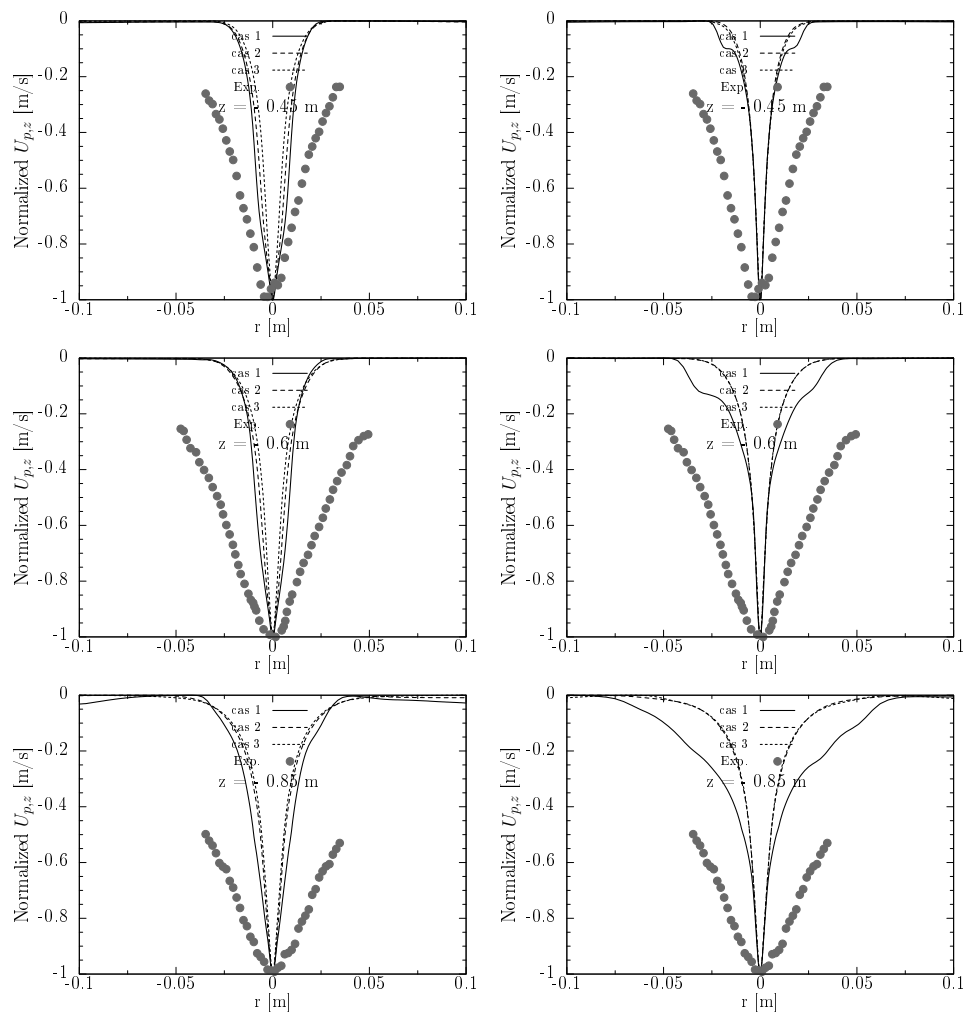


FIGURE E.16 – Profils radiaux de la vitesse moyenne des particules normalisés par la vitesse maximale du profil, à droite la coupe dans les événements et à gauche la coupe perpendiculaire. Les symboles représentent les expériences d'Ansart et al. (2007). Les lignes correspondent aux résultats de la simulation numérique.

# Bibliographie

- [1] M. A. Aguirre, J. G. Grande, A. Calvo, L. A. Pagnaloni, and J.-C. Géminard. Pressure independence of granular flow through an aperture. *Physical review letters*, 104(23) :238002, 2010.
- [2] Y. Amarouchene, J.-F. Boudet, and H. Kellay. Capillarylike fluctuations at the interface of falling granular jets. *Physical review letters*, 100(21) :218001, 2008.
- [3] B. Andreotti, Y. Forterre, and O. Pouliquen. *Les Milieux Granulaires Entre Fluide Et Solide*. Savoirs actuels. EDP Sciences, 2011. ISBN 9782759800971.
- [4] R. Ansart. *Emission de poussières lors de la manipulation de poudre : interaction entre les particules en mouvement et l'air ambiant*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [5] R. Ansart, A. de Ryck, J. A. Dodds, M. Roudet, D. Fabre, and F. Charru. Dust emission by powder handling : comparison between numerical analysis and experimental results. *Powder Technology*, 190(1) :274–281, 2009.
- [6] F. Audard, P. Fede, O. Simonin, and E. Belut. Numerical analysis of dust emission by powder discharge and jet expansion. In *ASME/JSME/KSME 2015 Joint Fluids Engineering Conference*, pages V001T32A001–V001T32A001. American Society of Mechanical Engineers, 2015.
- [7] F. Audard, P. Fede, E. Belut, J.-R. Fontaine, H. Neau, and O. Simonin. Eulerian simulation of 3d freely-falling granular jet. In *ICMF-2016- 9th International Conference on Multiphase Flow*, 2016.
- [8] G. Balzer, O. Simonin, I. Flour, and J. Laviéville. A unifying modelling approach for the numerical prediction of dilute and dense gas-solid two-phase flows. In J. L. M. Kwauk, editor, *Circulating Fluidized Bed Technology V*, pages 432–439, Beijing, 1996. Science Press.
- [9] O. Batrak, G. Patino, O. Simonin, I. Flour, T. L. Guevel, and E. Perez. Unlike particle size model in 3d unsteady polydispersed simulation of circulating fluidized bed. In *8th International Conference on Circulating Fluidized Bed*, pages 370–378, CFB8, China, 2005.

- [10] R. Beetstra, M. van der Hoef, and J. Kuipers. Drag force of intermediate reynolds number flow past mono- and bidisperse arrays of spheres. *AIChE Journal*, 53 :489–501, 2007.
- [11] Y. Belkelfa. *Etude du comportement dynamique et du transfert de matière et de chaleur entre des particules sphériques et un écoulement laminaire ou turbulent*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Rouen, 2011.
- [12] R. Belt and O. Simonin. Simulation of a freely falling granular jet with neptune\_cfd v1.07@tlse. *Communication personnelle*, 2009.
- [13] M. Benyammine, M. Djermane, B. Dalloz-Dubrujeaud, and P. Aussillous. Discharge flow of a bidisperse granular media from a silo. *Physical Review E*, 90(3) :032201, 2014.
- [14] W. Beverloo, H. Leniger, and J. van de Velde. The flow of granular solids through orifices. *Chemical Engineering Science*, 15(3–4) :260 – 269, 1961. ISSN 0009-2509.
- [15] A. Boëlle, G. Balzer, and O. Simonin. Second-order prediction of the particle-phase stress tensor of inelastic spheres in simple shear dense suspensions. In *Gas-Particle Flows*, volume 228, pages 9 – 18. ASME FED, 1995.
- [16] J. Bradley, H. Ishii, J. Gillis-Davis, J. Ciston, M. Nielsen, H. Bechtel, and M. Martin. Detection of solar wind-produced water in irradiated rims on silicate minerals. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(5) : 1732–1735, 2014.
- [17] R. Brown and J. C. Richards. *Principles of powder mechanics*. Pergamon Press, 1970.
- [18] W. Cao, H. Liu, W. Li, and J. Xu. The characteristics of the near field of the granular jet. *Fuel*, 115(0) :17 – 23, 2014. ISSN 0016-2361.
- [19] J. Capecehatro and O. Desjardins. An euler lagrange strategy for simulating particle-laden flows. *Journal of Computational Physics*, 238(0) :1 – 31, 2013.
- [20] A. Carleton. The effect of fluid-drag forces on the discharge of free-flowing solids from hoppers. *Powder Technology*, 6(2) :91–96, 1972.
- [21] X. Cheng, G. Varas, D. Citron, H. M. Jaeger, and S. R. Nagel. Collective behavior in a granular jet : Emergence of a liquid with zero surface tension. *Physical review letters*, 99(18) :188001, 2007.
- [22] S. Chialvo, J. Sun, and S. Sundaresan. Bridging the rheology of granular flows in three regimes. *Physical Review E*, 85(2) :021305, 2012.
- [23] R. Clift, J. Grace, and M. Weber. *Bubbles, drops and particles*. Academic Press, 1978.

- [24] P. Cooper and P. Arnold. Air entrainment and dust generation from a falling stream of bulk material. *KONA Powder and Particle Journal*, 13(0) :125–134, 1995.
- [25] B. Courtois and S. CADOU. Valeurs limites d'exposition professionnelle aux agents chimiques en france. *Institut National de Recherche et de Sécurité [INRS](France)*, 2007.
- [26] B. Crewdson, A. Ormond, and R. Nedderman. Air-impeded discharge of fine particles from a hopper. *Powder Technology*, 16(2) :197–207, 1977.
- [27] P. A. Cundall and O. D. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [28] F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J.-N. Roux, and F. Chevoir. Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(2) :021309, 2005.
- [29] J. Davidson and R. Nedderman. The hour-glass theory of hopper flow. *Trans. Inst. Chem. Eng*, 51 :29–35, 1973.
- [30] J. Duran. *Sands, powders, and grains : an introduction to the physics of granular materials*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [31] S. Ergun. Fluid flow through packed columns. *Chemical Engineering Progress*, 48 :89–94, 1952.
- [32] A. Esmaili, T. Donohue, C. Wheeler, W. McBride, and A. Roberts. A new approach for calculating the mass flow rate of entrained air in a freefalling material stream. *Particulate Science and Technology*, 31(3) :248–255, 2013.
- [33] A. Esmaili, T. Donohue, C. Wheeler, W. McBride, and A. Roberts. A new approach for calculating the mass flow rate of entrained air in a freefalling material stream. *Particulate Science and Technology*, 31(3) :248–255, 2013.
- [34] P. Fede, F. Audard, E. Belut, J.-R. Fontaine, and O. Simonin. Analytical and practical analysis of frictional-kinetic model for dense and dilute gas-solid flows. In *ICMF-2016- 9th International Conference on Multiphase Flow*, 2016.
- [35] P. Fede, O. Simonin, and A. Ingram. 3d numerical simulation of a lab-scale pressurized dense fluidized bed focussing on the effect of the particle-particle restitution coefficient and particle–wall boundary conditions. *Chemical Engineering Science*, 142 :215–235, 2016.
- [36] F. Fotovat, R. Ansart, M. Hemati, O. Simonin, and J. Chaouki. Sand-assisted fluidization of large cylindrical and spherical biomass particles : Experiments and simulation. *Chemical Engineering Science*, 126 :543–559, 2015.
- [37] A. Garcimartín, J. Pastor, L. Ferrer, J. Ramos, C. Martín-Gómez, and I. Zuri-guel. Flow and clogging of a sheep herd passing through a bottleneck. *Physical Review E*, 91(2) :022808, 2015.

- [38] R. Gatignol. The Faxen formulae for a rigid particle in an unsteady non uniform stokes flow. *J. Mec. Th. & Appl.*, 9 :143–160, 1983.
- [39] D. Geldart. Types of gas fluidization. *Powder Technology*, 7 :285–292, 1973.
- [40] D. Gidaspow. *Multiphase flow and fluidization : continuum and kinetic theory descriptions*. Academic press, 1994.
- [41] R. Glowinski, T. W. Pan, T. I. Hesla, and D. D. Joseph. A distributed lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 25(5) :755 – 794, 1999. ISSN 0301-9322. doi : DOI:10.1016/S0301-9322(98)00048-2.
- [42] A. Gobin, H. Neau, O. Simonin, J. Llinas, V. Reiling, and J. Seilo. Numerical simulation of a gas-phase polymerisation reactor. In *Proc. ECCOMAS Computational Fluid Dynamic Conference 2001, Swansea, Wales, (UK)*, Novembre 2003.
- [43] A. Gobin, H. Neau, O. Simonin, J.-R. Llinas, V. Reiling, and J.-L. Selo. Fluid dynamic numerical simulation of a gas phase polymerization reactor. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 43(10-11) :1199–1220, 2003.
- [44] C. Gourdel, O. Simonin, and E. Brunier. Modelling and simulation of gas-solid turbulents flows with a binary mixture of particles. In *Third International Conference on Multiphase Flow*, Lyon, France, 1998. ICFM'98.
- [45] C. Gourdel, O. Simonin, and E. Brunier. Two-maxwellian equilibrium distribution function for the modelling of a binary mixture of particles. In *Proc. of the 6th Int. Conference on Circulating Fluidized Beds, Circulating Fluidized Bed Technology VI*, pages 205–210. J. Werther (Editor), DEHEMA, Frankfurt am Main, (Germany), 1999.
- [46] G. Hagen. Druck und bewegung des trockenen sandes. *Bericht über die zur Bekanntmachung geeigneten Verhandlungen der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, pages 35–42, 1852.
- [47] D. Helbing. Traffic and related self-driven many-particle systems. *Reviews of modern physics*, 73(4) :1067, 2001.
- [48] W. Hemeon. Plant and process ventilation,(1962), 120-161. *The Industrial Press, New York.*, 1962.
- [49] R. J. Hill, D. L. Koch, and A. J. Ladd. The first effects of fluid inertia on flows in ordered and random arrays of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 448 :213–241, 2001.
- [50] R. J. Hill, D. L. Koch, and A. J. Ladd. Moderate-reynolds-number flows in ordered and random arrays of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 448 : 243–278, 2001.

- [51] J. E. Hilton and P. W. Cleary. Granular flow during hopper discharge. *Phys. Rev. E*, 84 :011307, Jul 2011.
- [52] L. Howard and C. Daghljan. Pollen from a variety of common plants : sunflower [*helianthus annuus*], morning glory [*ipomea purpurea*], hollyhock [*sil-dalcea malviflora*], lily [*lilium auratum*], primrose [*oenothera fruticosa*] and castor bean [*ricinus communis*], 2008. URL <http://remf.dartmouth.edu/pollen/index.html>.
- [53] G. Hunt and N. G. Kaye. Virtual origin correction for lazy turbulent plumes. *Journal of Fluid Mechanics*, 435 :377–396, 2001.
- [54] M. Ishii. Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. *NASA STI/Recon Technical Report A*, 75 :29657, 1975.
- [55] A. Janda, I. Zuriguel, A. Garcimartin, L. A. Pagnaloni, and D. Maza. Jamming and critical outlet size in the discharge of a two-dimensional silo. *EPL (Europhysics Letters)*, 84(4) :44002, 2008.
- [56] A. Janda, I. Zuriguel, and D. Maza. Flow rate of particles through apertures obtained from self-similar density and velocity profiles. *Physical review letters*, 108(24) :248001, 2012.
- [57] A. Janes and J. Chaineaux. Explosion de poussières dans les lieux de travail : recensement et analyse. *Cahiers de Notes Documentaires-Hygiène et Sécurité du Travail*, (220) :3–11, 2010.
- [58] H. A. Janssen. Versuche über Getreidedruck in Silozellen. *Zeitschr. d. Vereines deutscher Ingenieure*, 39(35) :1045–1049, 1895.
- [59] A. Jenike. Gravity flow of bulk solids. university of utah engineering experiment station. *Bulletin*, 108, 1961.
- [60] P. C. Johnson and R. Jackson. Frictional–collisional constitutive relations for granular materials, with application to plane shearing. *Journal of Fluid Mechanics*, 176 :67–93, 1987.
- [61] P. C. Johnson, P. Nott, and R. Jackson. Frictional–collisional equations of motion for particulate flows and their application to chutes. *Journal of Fluid Mechanics*, 210 :501–535, 1990.
- [62] P. Jop. *Écoulements granulaires sur fond meuble*. PhD thesis, Université de Provence-Aix-Marseille I, 2006.
- [63] K. Kamrin and G. Koval. Nonlocal constitutive relation for steady granular flow. *Physical review letters*, 108(17) :178301, 2012.
- [64] E. Lajeunesse, A. Mangeney-Castelnau, and J. Vilotte. Spreading of a granular mass on a horizontal plane. *Physics of Fluids (1994-present)*, 16(7) :2371–2381, 2004.

- [65] A. Leitch and W. Baines. Liquid volume flux in a weak bubble plume. *Journal of fluid mechanics*, 205 :77–98, 1989.
- [66] Z. Liu, P. Cooper, and P. W. Wypych. Experimental investigation of air entrainment in free-falling particle plumes. *Particulate Science and Technology : An International Journal*, 25(4) :357 – 373, 2007.
- [67] Z. Q. Liu. *Air entrainment in free falling bulk materials*. PhD thesis, Faculty of Engineering, University of Wollongong, 2003.
- [68] E. K. Longmire and J. K. Eaton. Structure of a particle-laden round jet. *J Fluid ilierh.*, 236 :217 – 257, 1992.
- [69] E. Loth. Drag of non-spherical solid particles of regular and irregular shape. *Powder Technology*, 182 :342–353, 2008.
- [70] C. Lun, S. Savage, D. Jeffrey, and N. Chepurniy. Kinetic theories for granular flow : inelastic particles in couette flow and slightly inelastic particles in a general flowfied. *J. Fluid Mech.*, 140 :223–256, 1984.
- [71] C. Mankoc, A. Janda, R. Arevalo, J. Pastor, I. Zuriguel, A. Garcimartín, and D. Maza. The flow rate of granular materials through an orifice. *Granular Matter*, 9(6) :407–414, 2007.
- [72] V. Mansard and A. Colin. Local and non local rheology of concentrated particles. *Soft Matter*, 8(15) :4025–4043, 2012.
- [73] A. Massol. *Simulations numériques d’écoulements à travers des réseaux fixes de sphères monodisperses et bidisperses, pour des nombres de Reynolds modérés*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2004.
- [74] B. Maury and J. Venel. A mathematical framework for a crowd motion model. *Comptes Rendus Mathématique*, 346(23) :1245–1250, 2008.
- [75] M. Maxey and J. Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a non uniform flow. *Phys. of Fluids*, 26(4) :2883–2889, 1983.
- [76] G. Midi. On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E*, 14 :341–365, 2004.
- [77] M. E. Möbius. Clustering instability in a freely falling granular jet. *Physical Review E*, 74(5) :051304, 2006.
- [78] R. M. Nedderman. *Statics and kinematics of granular materials*. Cambridge University Press, 2005.
- [79] T. Nguyen, C. Brennen, and R. Sabersky. Funnel flow in hoppers. *Journal of Applied Mechanics*, 47(4) :729–735, 1980.
- [80] M. Nicolas. Experimental study of gravity-driven dense suspension jets. *Physics of Fluids (1994-present)*, 14(10) :3570–3576, 2002.



- [81] K. Ogata, K. Funatsu, and Y. Tomita. Experimental investigation of a free falling powder jet and the air entrainment. *Powder technology*, 115(1) :90–95, 2001.
- [82] L. Olsen, G. Major, K. Shein, S. Scialdone, et al. Nasa/global change master directory (gcmd) earth science keywords. *Version*, 8(0.0) :0, 2013.
- [83] J.-F. Parmentier, O. Simonin, and O. Delsart. A numerical study of fluidization behavior of geldart B, A/B and A particles using an Eulerian multifluid modeling approach. In *Proc. of the 9th Int. Conference on Circulating Fluidized Beds*, pages 331–336. Circulating Fluidized Bed Technology IX, Mai 2008.
- [84] G. Patino. *Modélisation numérique eulérienne des écoulements gaz-solide avec plusieurs espèces de particules*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [85] B. Percier. *Dynamique d’un empilement granulaire : instabilité de tôle ondulée et fluage d’une colonne de grains*. PhD thesis, Ecole normale supérieure de lyon-ENS LYON, 2013.
- [86] C. Perge, M. A. Aguirre, P. A. Gago, L. A. Pugnali, D. Le Tourneau, and J.-C. Géminard. Evolution of pressure profiles during the discharge of a silo. *Physical Review E*, 85(2) :021303, 2012.
- [87] M. A. Plinke, D. Leith, D. B. Holstein, and M. G. Boundy. Experimental examination of factors that affect dust generation. *The American Industrial Hygiene Association Journal*, 52(12) :521–528, 1991.
- [88] G. Prado. *Propriétés de jets granulaires denses et mesure d’une tension de surface granulaire*. PhD thesis, Bordeaux 1, 2012.
- [89] G. Prado, Y. Amarouchene, and H. Kellay. Experimental evidence of a rayleigh-plateau instability in free falling granular jets. *Physical review letters*, 106(19) :198001, 2011.
- [90] G. Prado, Y. Amarouchene, and H. Kellay. Incompressible-compressible transition in falling granular jets. *EPL (Europhysics Letters)*, 102(2) :24006, 2013.
- [91] K. K. Rao, P. R. Nott, and S. Sundaresan. *An introduction to granular flow*. Cambridge University Press New York, 2008.
- [92] N. Rosenberg. Allergie respiratoire du boulanger. *Allergologie-pneumologie professionnelle. Doc Méd Trav*, 90 :189–96, 2002.
- [93] J. R. Royer, D. J. Evans, L. Oyarte, Q. Guo, E. Kapit, M. E. Möbius, S. R. Waitukaitis, and H. M. Jaeger. High-speed tracking of rupture and clustering in freely falling granular streams. *Nature*, 459(7250) :1110–1113, 2009.

- [94] S. Sarkar, M. Van der Hoef, and J. Kuipers. Fluid-particle interaction from lattice boltzmann simulations for flow through polydisperse random arrays of spheres. *Chemical Engineering Science*, 64(11) :2683–2691, 2009.
- [95] J. Sauter. *Die Grössenbestimmung der im Gemischnebel von Verbrennungskraftmaschinen vohrhandenen Brennstoffteilchen :(Mitteilung aus dem Laboratorium für Technische Physik der Technischen Hochschule München)*. VDI-Verlag, 1926.
- [96] S. Savage. Analyses of slow high-concentration flows of granular materials. *J. Fluid Mech.*, 377 :1–26, 1998.
- [97] D. G. Schaeffer. Instability in the evolution equations describing incompressible granular flow. *Journal of differential equations*, 66(1) :19–50, 1987.
- [98] L. Schiller and A. Nauman. A drag coefficient correlation. *V.D.I. Zeitung*, 77 :318–320, 1935.
- [99] S. Schneiderbauer, A. Aigner, and S. Pirker. A comprehensive frictional-kinetic model for gas-particle flows : Analysis of fluidized and moving bed regimes. *Chemical Engineering Science*, 80 :279–292, 2012.
- [100] C. Schofield. Dust generation and control in materials handling. *Bulk Solids Handling VI*, 3 :419–427, 1981.
- [101] D. Schulze. Storage of powders and bulk solids in silos. *Dietmar Schulze.com*, 2006.
- [102] O. Simonin. Combustion and turbulence in two-phase flows. In *Lecture Series 1996-02*. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1996.
- [103] O. Simonin, E. Deutsch, and M. Boivin. Large eddy simulation and second-moment closure model of particle fluctuating motion in two-phase turbulent shear flows. In *9th Symp. On Turbulent Shear Flows*, pages 85–115. ASME, 1995.
- [104] O. Simonin, S. Chevrier, F. Audard, and P. Fede. Drag force modelling in dilute to dense particle-laden flows with mono-disperse or binary mixture of solid particles. In *Proc. of the 9th International Conference on Multiphase Flow*, 2016.
- [105] M. Sperl. Experiments on corn pressure in silo cells-translation and comment of janssen’s paper from 1895. *Granular Matter*, 8(2) :59–65, 2006.
- [106] A. Srivastava and S. Sundaresan. Analysis of a frictional-kinetic model for gas-particle flow. *Powder Technology*, 129 :72–85, 2003.
- [107] G. Stokes. *On the Effect of the Inertial Friction of Fluids on the Motion of Pendulums*. Trans. Cambridge Phil. Soc., 1851.

- [108] S. Tenneti, R. Garg, and S. Subramaniam. Drag law for monodisperse gas–solid systems using particle-resolved direct numerical simulation of flow past fixed assemblies of spheres. *International journal of multiphase flow*, 37(9) : 1072–1092, 2011.
- [109] T. Uchiyama. Numerical analysis of particulate jet generated by free falling particles. *Powder technology*, 145(2) :123–130, 2004.
- [110] M. Van der Hoef, R. Beetstra, , and J. Kuipers. Lattice-boltzmann simulations of low-reynolds-number flow past mono- and bidisperse arrays of spheres : results for the permeability and drag force. *Journal of Fluid Mechanics*, 528 : 233–254, 4 2005.
- [111] O. Vermorel, B. Bédat, O. Simonin, and T. Poinso. Numerical study and modelling of turbulence modulation in particle laden slab flow. *Journal of Turbulence*, 335 :75–109, 2003.
- [112] Y. Wang, X. Ren, J. Zhao, Z. Chu, Y. Cao, Y. Yang, M. Duan, H. Fan, and X. Qu. Experimental study of flow regimes and dust emission in a free falling particle stream. *Powder Technology*, 2016.
- [113] A. Wells and D. Alexander. A method for estimating the dust yield of powders. *Powder technology*, 19(2) :271–277, 1978.
- [114] Y. Wen and Y. Yu. Mechanics of fluidization. *Chemical Engineering Symposium Series*, 62 :100–111, 1965.
- [115] Z. Zeren, H. Neau, R. Ansart, O. Simonin, and E. Belut. 3d unstationary simulations of a free-falling particle jet using a granular-kinetic hybrid model. In *Ventilation*, pages 1–6, 2012.
- [116] I. Zuriguel, A. Garcimartin, D. Maza, L. A. Pugnaloni, and J. Pastor. Jamming during the discharge of granular matter from a silo. *Physical Review E*, 71(5) :051303, 2005.